

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ РАБОТ

1. Цель работы: *Экспериментально проверить справедливость теоремы о взаимности работ на примере перемещений в плоской раме при её различных нагружениях.*
2. Характеристики лабораторной установки.

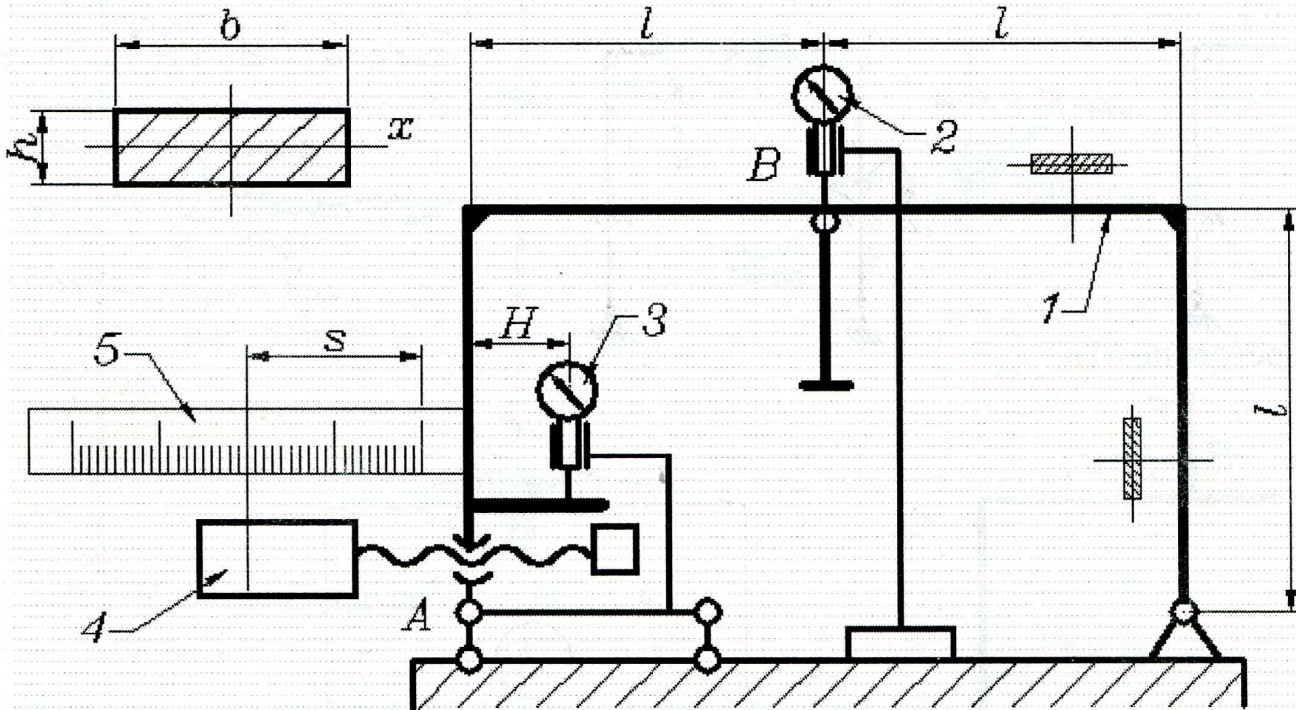


Рис. 11.1. Схема установки.

1 - рама, 2 - прогибомер, 3 - угломер, 4 – подвижной груз, 5 – шкала подвижных грузов.  
Размеры рамы и геометрические характеристики ее поперечного сечения.

$l = 300$  мм,  $h = 5,1$  мм,  $b = 30$  мм,  $H = 98$  мм.

Материал: Сталь Ст3.,

Модуль упругости:  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.  $= 2 \cdot 10^{11}$  Па

Осей момент инерции поперечного сечения  $I_X = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12} \cdot 0,030 \cdot 0,0051^3 = 331,6 \cdot 10^{-12} \text{ м}^4$

$S$  – смещение подвижных грузов от исходного положения.

Цена деления шкалы смещения грузов  $K_s = 0,02$  Нм/мм

Цена деления шкалы прогибомера и угломера  $K_f = 0,01$  мм/дел.

$$F = 20 \text{ Н}$$

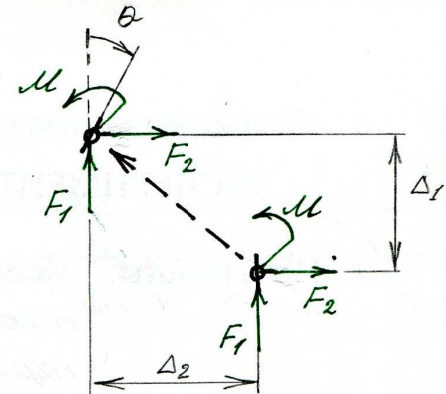
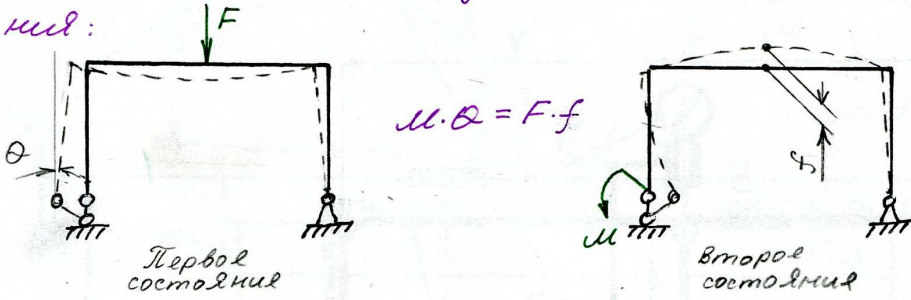
$$M = 2 \text{ Н}\cdot\text{м}$$



### 3. Теоретический расчет.

*Теорема о взаимности работ:*

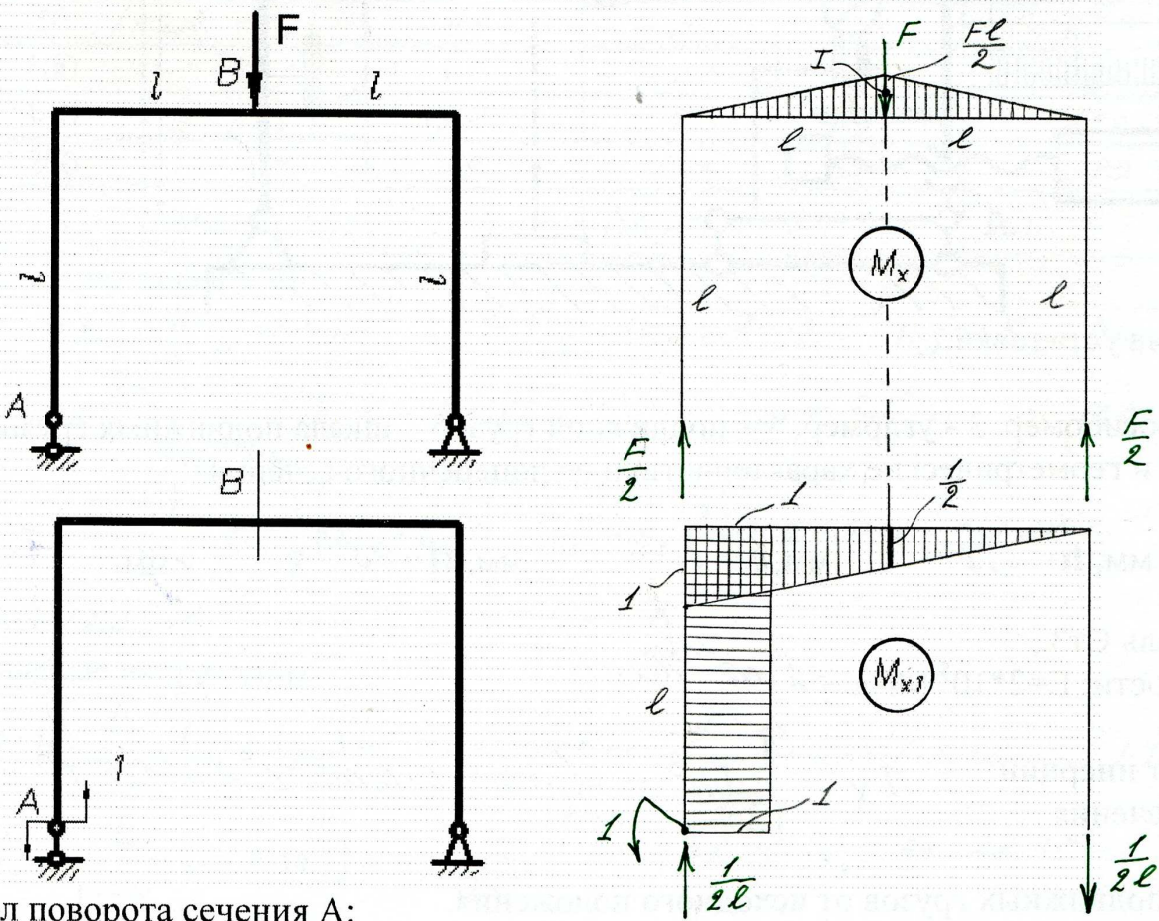
*Работа сил первого состояния на соответствующих или перемещениях второго состояния равна работе сил второго состояния на соответствующих или перемещениях первого состояния:*



*Соответствующими называются те перемещения, на которые силы совершают работу:*

- $\Delta_1$  - перемещение, соответствующее силе  $F_1$ ;
- $\Delta_2$  - перемещение, соответствующее силе  $F_2$ ;
- $\theta$  - перемещение, соответствующее моменту  $M$ .

#### 3.1. Состояние «1».

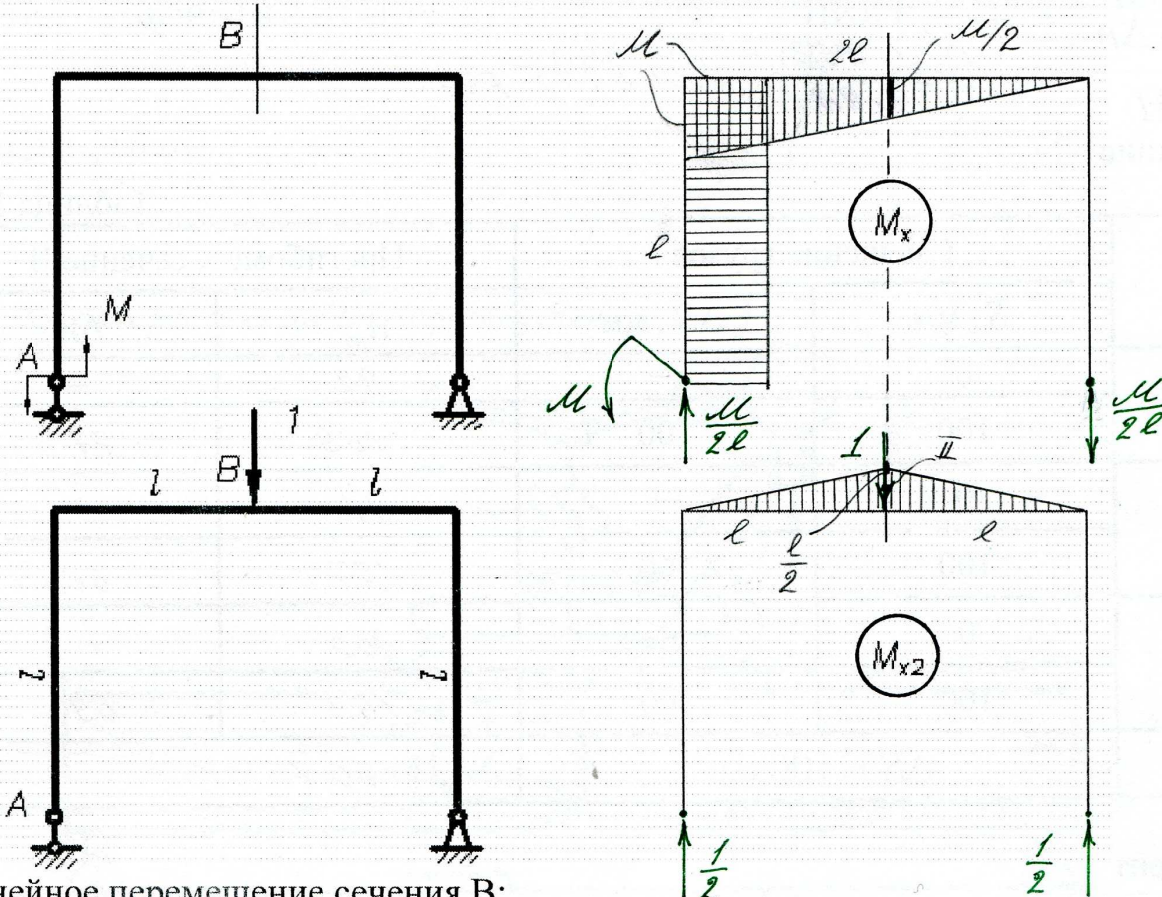


Угол поворота сечения А:

$$\theta_{A1} = \frac{M_x \cdot M_{x1}}{E \cdot J_x} = \frac{1}{E J_x} \left[ - \left( \frac{1}{2} \cdot 2l \cdot \frac{F l}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} \right] = - \frac{F l^2}{4 E J_x} = - \frac{20 \cdot 0,3^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 331,6 \cdot 10^{-12}} = - 0,006785 \text{ рад.}$$



### 3.2. Состояние «2».



Линейное перемещение сечения В:

$$f_{B2} = \frac{M_x \cdot M_{x2}}{EJ_x} = \frac{1}{EJ_x} \left[ -\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu}{2l} \cdot \frac{l}{2}\right) \cdot \frac{\mu}{2} \right] = \frac{-\mu \cdot l^2}{4EJ_x} = \frac{2 \cdot 0,3^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^9 \cdot 331,6 \cdot 10^{-12}} = -0,0006785 \mu$$

Работа сил состояния «1» на перемещении состояния «2»:

$$A_{21} = F \cdot f_{B2} = 20 \cdot (-0,0006785) = -0,01356 \text{ Джс}$$

Работа сил состояния «2» на перемещении состояния «1»:

$$A_{12} = M \cdot \theta_{A1} = 2 \cdot (-0,0006785) = -0,01356 \text{ Джс}$$

$A_{21} = A_{12}$

### 4. Результат эксперимента.

#### 4.1. Состояние «1»

Таблица 11.1.

№ опыта	Сила F, Н		Угломер, сечение А	
	$n_p$	$\Delta n_p$	$n_{A1}$	$\Delta n_{A1}$
1	0	—	89	—
	20	20	140	51
2	0	—	89	—
	20	20	150	61
3	0	—	88	—
	20	20	145	57
$\Delta F = 20 \text{ Н}$			$\overline{\Delta n_{A1}} = 56,3$	



Угол поворота сечения А:

$$\overline{\Delta\theta}_{A1} = \frac{K_f \cdot \Delta n_{A1}}{H} = \frac{0,01 \cdot 56,3}{98} = 0,005745 \text{ рад.}$$

4.2. Состояние «2».

Таблица 11.2.

№ опыта.	Смещение грузов		Прогибомер, сечение В	
	S, мм	$\Delta S$ , мм	$n_{B2}$	$\Delta n_{B2}$
1	0	—	92	—
	100	100	169	77
2	0	—	91	—
	100	100	157	66
3	0	—	100	—
	100	100	169	69
$\Delta S = 100 \text{ мм}$			$\overline{\Delta n}_{B2} = 70,7$	

Внешний момент

$$\overline{\Delta M} = K_S \cdot \overline{\Delta S} = 0,02 \cdot 100 = 2 \text{ Н·м}$$

Линейное перемещение сечения В

$$\overline{\Delta f}_{B2} = K_f \cdot \overline{\Delta n}_{B2} = 0,01 \cdot 70,7 = 0,707 \text{ мм} = 0,000707 \text{ м}$$

Работа силы  $\overline{\Delta F}$  на перемещении  $\overline{\Delta f}_{B2}$

$$A_{21} = \overline{\Delta F} \cdot \overline{\Delta f}_{B2} = 20 \cdot 0,000707 = 0,01414 \text{ Дж}$$

Работа момента  $\overline{\Delta M}$  на перемещении  $\overline{\Delta\theta}_{A1}$

$$A_{12} = \overline{\Delta M} \cdot \overline{\Delta\theta}_{A1} = 2 \cdot 0,005745 = 0,01149 \text{ Дж}$$

5. Сопоставление результатов расчета и эксперимента.

Таблица 11.3.

Параметр	Работа внешних сил	
	Состояние «1» $A_{21}$ , Дж	Состояние «2» $A_{12}$ , Дж
Теория	-0,01356	-0,01356
Эксперимент	-0,01414	-0,01149
Погрешность, %	4,1%	18%

Подпись преподавателя \_\_\_\_\_