

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В СТЕРЖНЕ БОЛЬШОЙ КРИВИЗНЫ ПРИ ВНЕЦЕНТРОМ РАСТЯЖЕНИИ

1. Цель работы: *Исследование напряжений в плоском стержне большой кривизны при внецентренном растяжении.*

2. Характеристика лабораторной установки. *Это всё гипотеза о ненадавливании продольных слоёв*
 { Без σ_z элемент, выделенный из кривого бруса, не будет находиться в равновесии. Однако σ_z по сравнению с σ невелико и в сопротивлении ими пренебрегают, учитывают только σ .
 Кривыми склеивают брус, у которого $\frac{R_2}{r_0} > 5$
 В его расчёте используют гипотезу плоских сечений.

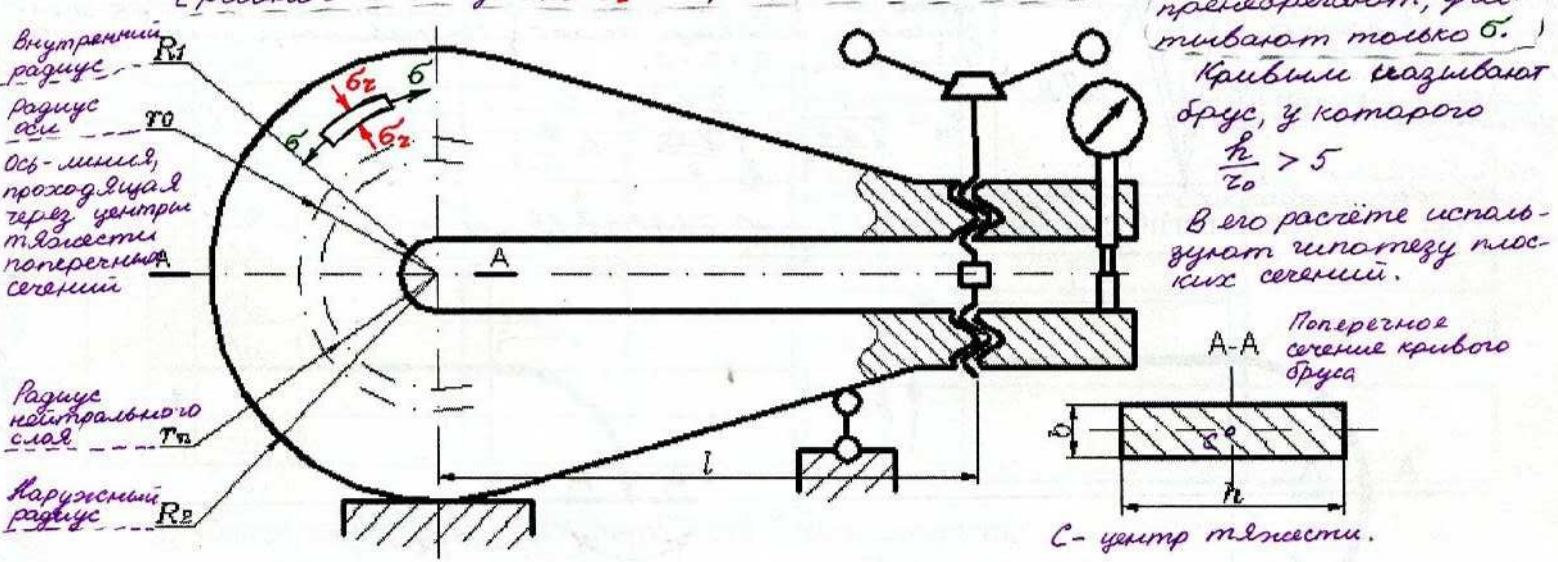


Рис. 9.1. Схема установки.

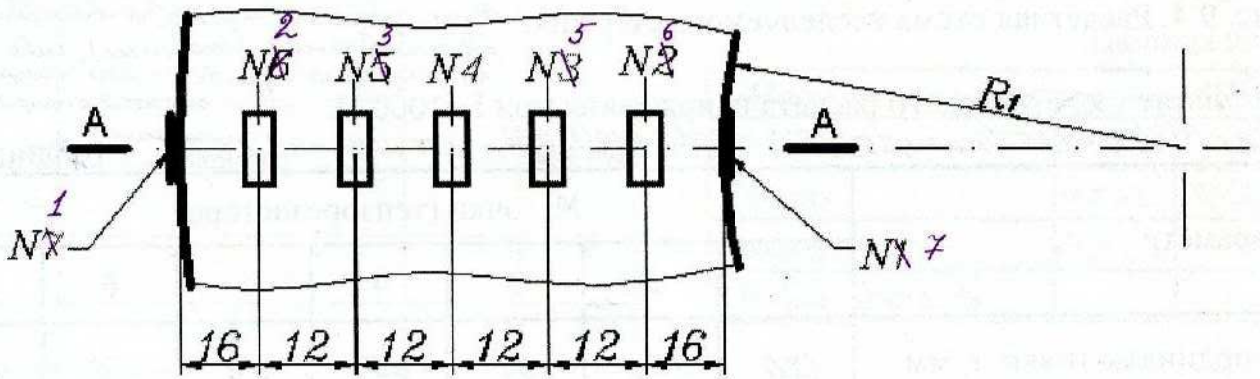


Рис. 9.2. Схема расположения тензорезисторов.

Размеры стержня: $R_1 = 40$ мм, $R_2 = 120$ мм, $r_0 = 80$ мм,
 $h = 80$ мм, $b = 10$ мм, $l = 200$ мм, $A = hb = 800$ мм².

Материал стержня: сталь 45, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа =
 Цена деления шкалы измерителя деформации $K_\epsilon = 0,86 \cdot 10^{-6}$ 1/дел.

$\frac{R_2}{r_0} = \frac{120}{80} = 1,5 > \frac{1}{5} \Rightarrow$ это брус большой кривизны.

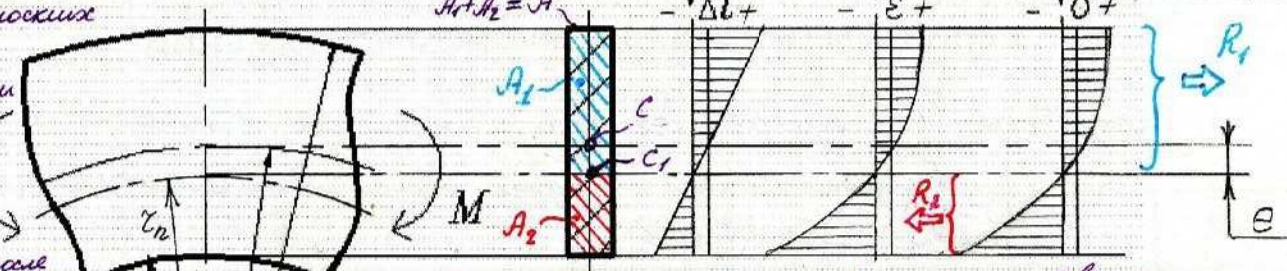
5
 Кстати, теория упругости решает эту же задачу точнее (не использует гипотезу ненадавливания слоёв (не пренебрегает напряжениями σ_z , "задача Гюльвина", 1887г.), но мы сейчас занимаемся сопротивлением.

Равнодействующая усилий растяжения $R_1 = \int_{A_1} \sigma \cdot dA$
 Равнодействующая усилий сжатия $R_2 = \int_{A_2} \sigma \cdot dA$

3. Теоретический расчет.

Рассматриваем чистый изгиб: $Q=0, N=0$
 $N = R_1 - R_2$, а эти силы не равны. Поэтому
 нейтральный слой смещается относительно
 оси на e , чтобы
 выпадло $N=0$.

Гипотеза плоских сечений:
 поперечные сечения, будучи перпендикулярными осью стержня до нагрузки, остаются после нагрузки плоскими и перпендикулярными осью деформированной оси. То есть, поворачиваются вокруг своих центров тяжести R_1 и R_2 .
 Получается линейная эпюра удлинений ϵ по высоте стержня.



Вычислим деформации волокон $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, получим наименьшую эпюру ϵ , а по ней $\sigma = E \cdot \epsilon \Rightarrow$ наименьшую эпюру σ .
 $N = R_1 - R_2 = 0 \Rightarrow$ сечения должны поворачиваться не вокруг своих центров тяжести C , составляющих ось стержня радиусом τ_0 , а вокруг точек C_1 , составляющих линию, радиусом τ_n . $\tau_n = \tau_0 - e$.

$$\tau_n = \frac{A}{\int \frac{dA}{r}} = \frac{r_0 \cdot h}{\int \frac{r_0 \cdot dr}{r}} = \frac{r_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{80}{\ln \frac{120}{40}} = \frac{80}{\ln 3} = 72,82 \text{ мм}$$

Рис. 9.3. Чистый изгиб стержня. $e = \tau_0 - \tau_n = 80 - 72,82 = 7,18 \text{ мм}$

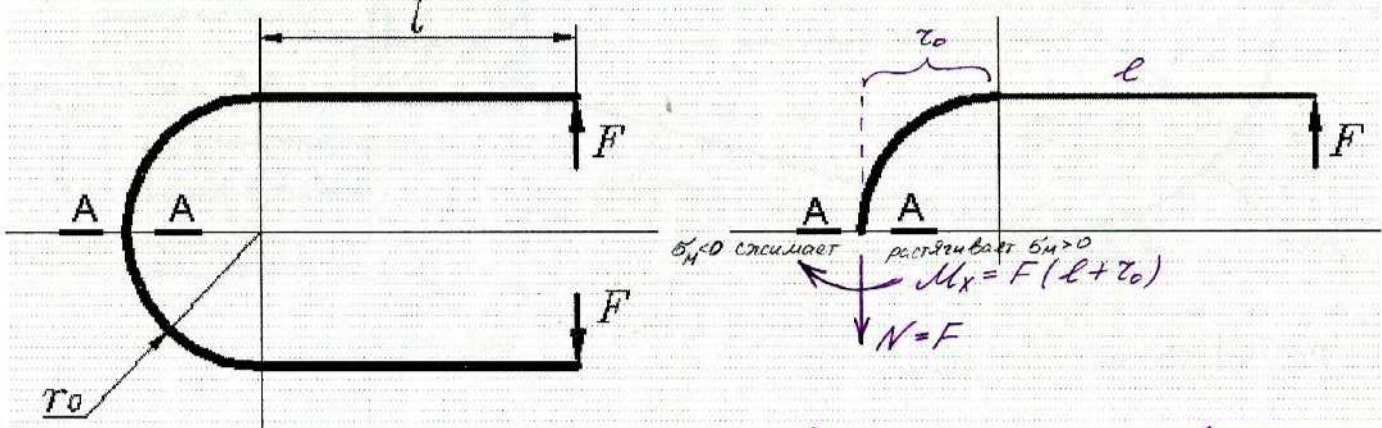


Рис. 9.4. Расчетная схема исследуемого стержня.

Здесь уже не изгиб, а внецентренное растяжение (сжатие), ибо $N \neq 0$. То есть, сумма изгиба, с его напряженностью σ_M и сжатия с напряженностью σ_N .

Результат теоретического расчета напряжений при $F=1000 \text{ Н}$.
 $\sigma_N = \frac{F}{A_0} = \frac{1000}{800} = 1,25 \text{ МПа}$; $\frac{F(r_0 + l)}{A_0 \cdot e} = \frac{1000(80+200)}{800 \cdot 72,82} = 48,75 \text{ МПа}$ - для упрощения расчётов.

Таблица 9.1.

Параметр	№ точки (тензорезистора)						
	1	2	3	4	5	6	7
Координаты точки r, мм	120	104	92	80	68	56	40
$\sigma_N = \frac{F}{A_0}, \text{ МПа}$	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
$\sigma_M = -\frac{F(r_0 + l)}{A_0 \cdot e} \cdot \frac{(r - r_n)}{r}$	-19,17	-14,62	-10,16	-4,38	3,46	14,64	40
$\sigma = \sigma_N + \sigma_M, \text{ МПа}$	-17,92	-13,37	-8,91	-3,13	4,71	15,89	41,25

σ_N - это просто напряжение растяжения (сжатия);
 σ_M - напряжение изгиба. Вычисляется по формуле (4.38) учебника Феодосова (стр. 219). Положительным в этой формуле считается внутренний изгибающий момент M_x , увеличивающий кривизну стержня. А наш момент M_x её уменьшает (рис. 9.4), поэтому ставим знак "минус".

4. Результаты эксперимента.

Таблица 9.2.

Нагрузка F, Н		21 дел. 500	63 дел. 1500	110 дел. 2500	
Номер тензорезистора	1	n_1	160	65	-44
		Δn_1	—	-95	-109
	2	n_2	-293	-369	-454
		Δn_2	—	-76	-85
	3	n_3	-114	-166	-224
		Δn_3	—	-52	-58
	4	n_4	160	135	108
		Δn_4	—	-25	-27
	5	n_5	0	11	25
		Δn_5	—	11	14
	6	n_6	127	194	274
		Δn_6	—	67	80
	7	n_7	306	524	772
		Δn_7	—	218	248

$0,86 \cdot 10^{-6}$

Таблица 9.3.

№ точки	Δn_i	$\Delta \varepsilon_i = K_\varepsilon \cdot \overline{\Delta n_i}$	$\Delta \sigma_i = E \cdot \Delta \varepsilon_i$ МПа
1	-102	$-87,76 \cdot 10^{-6}$	-17,5
2	-89,5	$-69,23 \cdot 10^{-6}$	-13,8
3	-55	$-47,3 \cdot 10^{-6}$	-9,5
4	-26	$-22,36 \cdot 10^{-6}$	-4,5
5	12,5	$10,75 \cdot 10^{-6}$	2,1
6	73,5	$63,21 \cdot 10^{-6}$	12,6
7	233	$200,4 \cdot 10^{-6}$	40,8

5. Сопоставление результатов расчета и эксперимента.

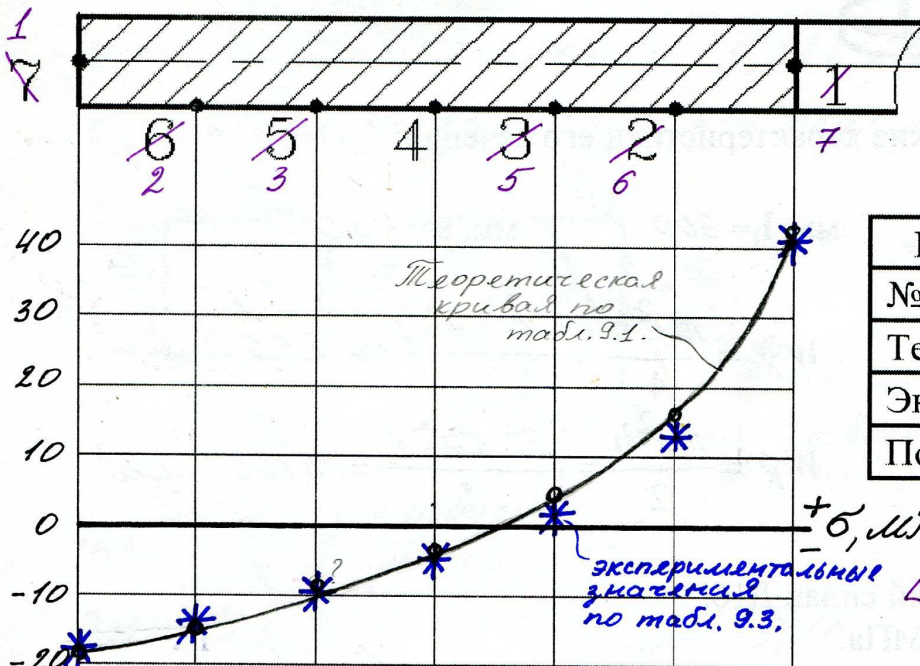


Таблица 9.4.

Нормальное напряжение σ , МПа		
№ точки	1	7
Теория	-17,92	41,25
Эксперимент	-17,5	40,8
Погрешность, %	2,34%	1,1%

$\pm \sigma$, МПа

$$\Delta\% = \left| \frac{\text{теория} - \text{эксперимент}}{\text{эксперимент}} \right| \cdot 100\%$$

Рис. 9.5. Эпюра нормальных напряжений

— - теория.

* - эксперимент

Подпись преподавателя _____