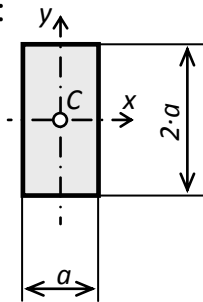


Н-02 (ANSYS)

Формулировка задачи:

В соответствии с формулами, изложенными в конспектах [Н-02](#), [Кручение](#) и данными стандарта [ГОСТ8240-72](#), попытаемся аналитически получить геометрические характеристики нескольких поперечных сечений:

Рис. 1.:



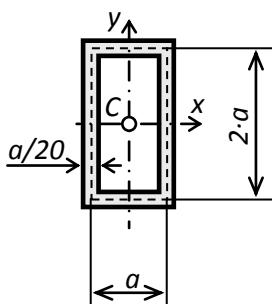
$$A = b \cdot h = a \cdot (2 \cdot a) = 2 \cdot a^2 \quad ;$$

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{a \cdot (2 \cdot a)^3}{12} = \frac{2}{3} \cdot a^4 = 0,6667 \cdot a^4 \quad ;$$

$$I_y = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{a^3 \cdot (2 \cdot a)}{12} = \frac{1}{6} \cdot a^4 = 0,1667 \cdot a^4 \quad ;$$

$$I_k = \beta \cdot h \cdot b^3 = 0,246 \cdot (2 \cdot a) \cdot a^3 = 0,492 \cdot a^4 \quad .$$

Рис. 2.:



$$A = 2 \cdot \delta \cdot (b + h) = 2 \cdot \frac{a}{20} \cdot (a + 2 \cdot a) = 0,3 \cdot a^2 \quad ;$$

$$I_x = 2 \cdot I_{x_{\text{hole}}} + 2 \cdot I_{x_{\text{shell}}} = 2 \cdot \left[\frac{b \cdot \delta^3}{12} + \left(\frac{h}{2} \right)^2 \cdot (b \cdot \delta) \right] + 2 \cdot \left[\frac{h^3 \cdot \delta}{12} \right] =$$

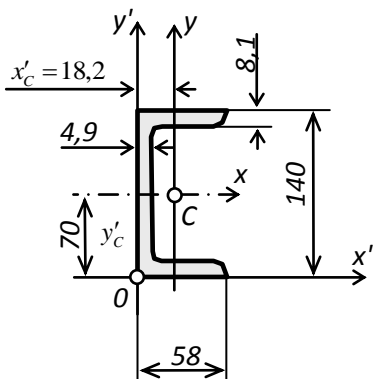
$$= 2 \cdot \left[\frac{a \cdot \left(\frac{a}{20} \right)^3}{12} + (a)^2 \cdot \left(a \cdot \frac{a}{20} \right) \right] + 2 \cdot \left[\frac{(2 \cdot a)^3 \cdot \frac{a}{20}}{12} \right] = \frac{1}{6} \cdot a^4 = 0,1667 \cdot a^4 ;$$

$$I_y = 2 \cdot I_{y_{\text{hole}}} + 2 \cdot I_{y_{\text{shell}}} = 2 \cdot \left[\frac{b^3 \cdot \delta}{12} \right] + 2 \cdot \left[\frac{h \cdot \delta^3}{12} + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \cdot (h \cdot \delta) \right] = \frac{7}{120} \cdot a^4 = 0,05833 \cdot a^4 ;$$

$$I_k = \frac{4 \cdot (A^*)^2 \cdot \delta}{2 \cdot b + 2 \cdot h} = \frac{4 \cdot (b \cdot h)^2 \cdot \delta}{2 \cdot b + 2 \cdot h} = \frac{4 \cdot (a \cdot 2 \cdot a)^2 \cdot \frac{a}{20}}{2 \cdot a + 2 \cdot 2 \cdot a} = \frac{2}{15} \cdot a^4 = 0,1333 \cdot a^4 .$$

Рис. 3.:

Швеллер №14 с прямыми полками, ГОСТ 8240-72:



$$A = 15,6 \text{ см}^2 = 1560 \text{ мм}^2 \quad ;$$

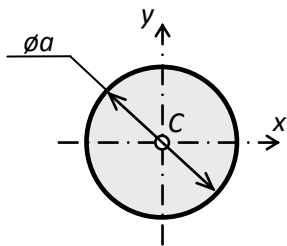
$$I_x = 493 \text{ см}^4 = 4930000 \text{ мм}^4 \quad ;$$

$$I_y = 51,5 \text{ см}^4 = 515000 \text{ мм}^4 \quad .$$

$$I_k = \sum_i \frac{1}{3} \cdot S_i \cdot \delta_i^3 = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 58 \cdot 8,1^3 \right) + \frac{1}{3} \cdot 140 \cdot 4,9^3 =$$

$$= 20549 + 5490 = 26039 \text{ мм}^4 .$$

Рис. 4.:

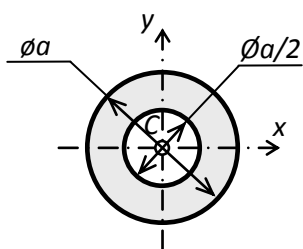


$$A = \frac{\pi \cdot a^2}{4} = 0,7854 \cdot a^2 \quad ;$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi \cdot a^4}{64} = 0,04909 \cdot a^4 \quad ;$$

$$I_k = I_p = 2 \cdot I_x = 0,09818 \cdot a^4 \quad .$$

Рис. 5.:

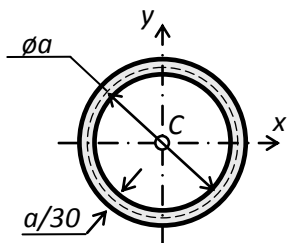


$$A = \frac{\pi \cdot a^2}{4} - \frac{\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2}{4} = 0,5891 \cdot a^2 \quad ;$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi \cdot a^4}{64} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 \right] = 0,04602 \cdot a^4 \quad ;$$

$$I_k = I_p = 2 \cdot I_x = 0,09204 \cdot a^4 \quad .$$

Рис. 6.:



$$A = \pi \cdot d_{cp} \cdot \delta = \pi \cdot a \cdot \frac{a}{30} = 0,1047 \cdot a^2 \quad ;$$

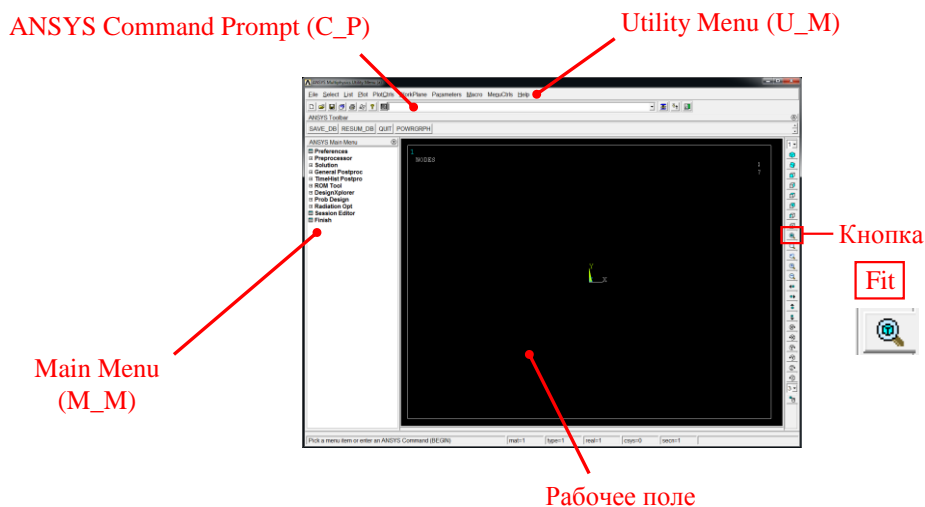
$$I_x = I_y = \frac{\pi \cdot d_{cp}^3 \cdot \delta}{8} = \frac{\pi \cdot a^3 \cdot a}{8 \cdot 30} = 0,01309 \cdot a^4 \quad ;$$

$$I_k = I_p = 2 \cdot I_x = 0,02618 \cdot a^4 \quad .$$

Задача данного примера: при помощи ANSYS Multyphysics рассчитать эти же геометрические характеристики численно.

Предварительные настройки:

Для решения задачи используется ANSYS Multiphysics 14.0:



С меню M_M и U_M работают мышью, выбирая нужные опции.

В окно C_P вручную вводят текстовые команды, после чего следует нажать на клавиатуре **Enter**.

Меняем чёрный цвет фона на белый:

```
U_M > PlotCtrls > Style > Colors > Reverse Video
```

Увеличить размер шрифта:

```
U_M > PlotCtrls > Font Controls > Legend Font >
```

```
Установить «Размер» на «22» > OK
```

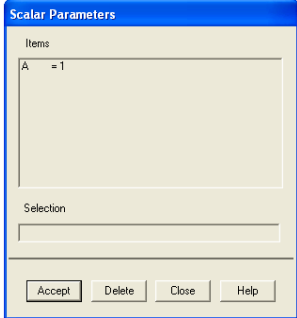
```
U_M > PlotCtrls > Font Controls > Entity Font >
```

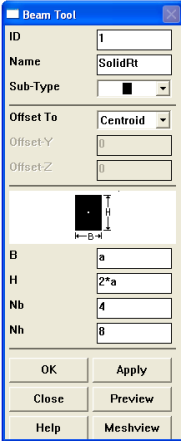
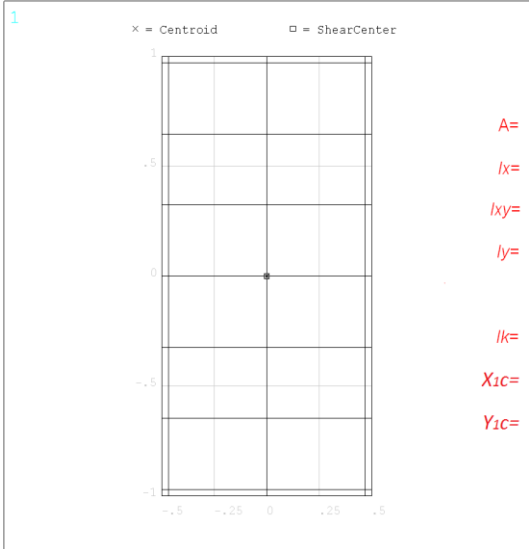
```
Установить «Размер» на «22» > OK
```

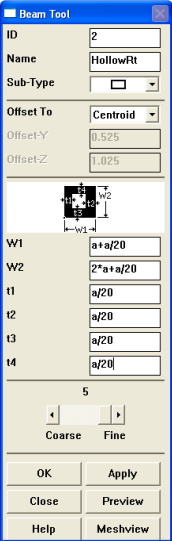
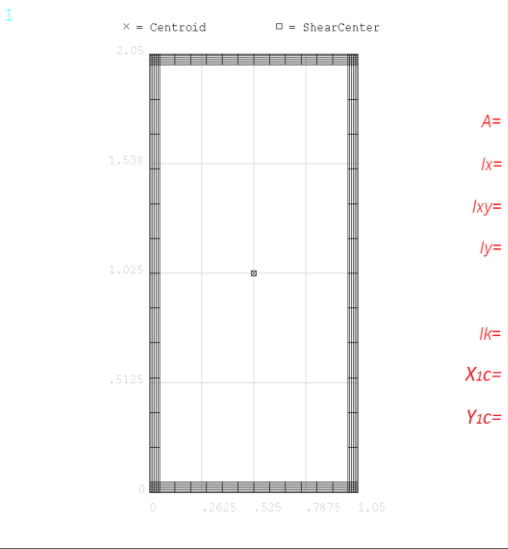
Предварительные настройки выполнены, можно приступать к решению задачи.

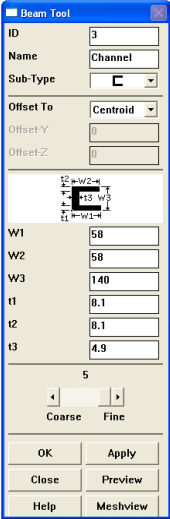
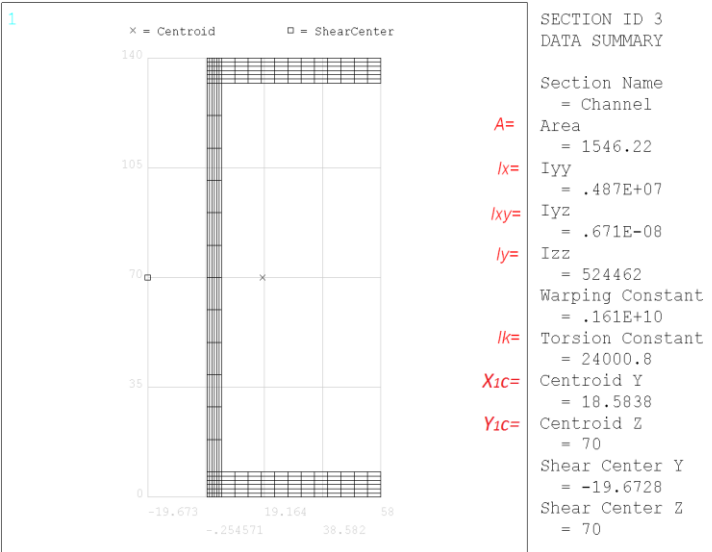
Решение задачи:

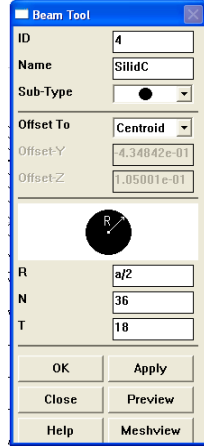
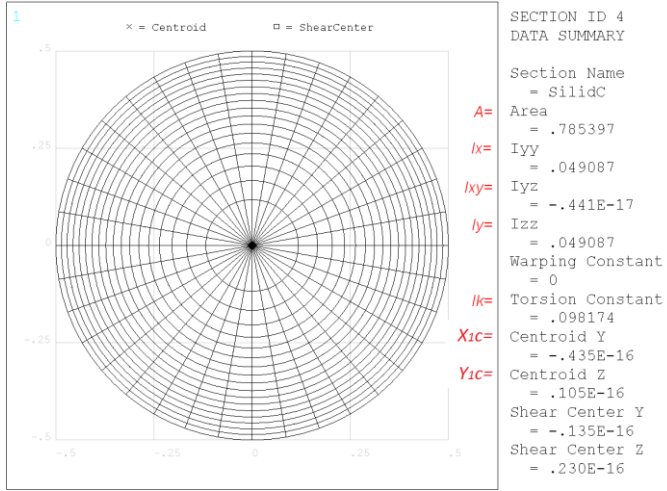
Приравняв a к единице, результаты получим в виде коэффициентов перед формулами, обозначенных синим цветом.

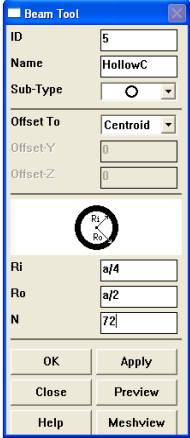
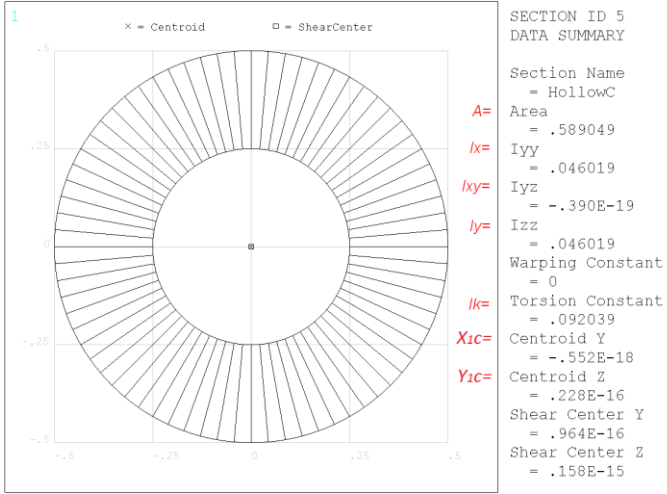
№	Действие	Результат
1	<p><i>Задаём параметры расчёта – базовые величины задач:</i></p> <p>U_M > Parameters > Scalar Parameters > A=1 > Accept > > Close</p>	

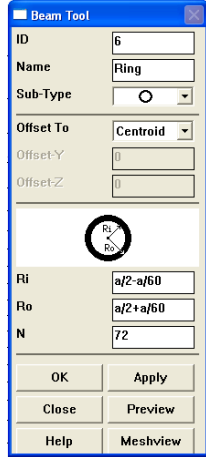
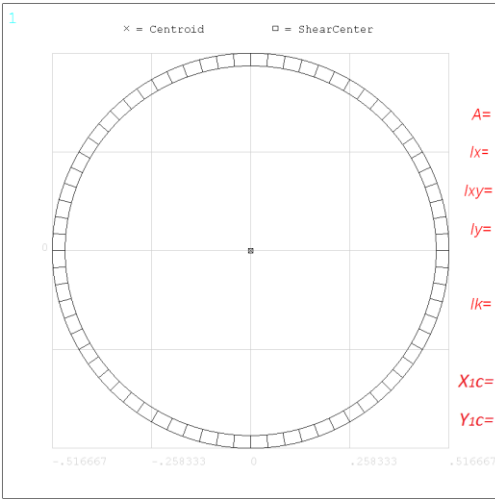
№	Действие	Результат
2	<p><i>Задаём поперечное сечение №1 – сплошной прямоугольник:</i></p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Common Sections ID пишем 1 NAME пишем, например, SolidRt Sub-Type установить изображение сплошного прямоугольника Offset To установить "Centroid" B пишем a H пишем 2*a Nb пишем, например, 4 (разбиение фигуры по горизонтали) Nh пишем, например, 8 (разбиение фигуры по вертикали) > OK</p>	
3	<p><i>Получаем геометрические характеристики сечения №1:</i></p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Plot Section [Secplot] установить "1 SolidRt" Show section mesh? установить "Yes" > OK</p> <p>ANSYS разбивает площадь сечения на плоские четырёхсторонние неисполняемые конечные элементы. Для каждого такого элемента отработаны формулы поиска площади, центра тяжести и т.д. Оперирруя этими величинами, программа ищет геометрические характеристики всего сечения.</p> <p><i>Смотрим результаты:</i></p> <p>$A = 2 \cdot a^2$; Аналитически: $A = 2 \cdot a^2$, погрешность: $\Delta = 0 \%$. $I_x = 0,6667 \cdot a^4$; Аналитически: $I_x = 0,6667 \cdot a^4$, погрешность: $\Delta = 0 \%$. $I_{xy} = 0$; $x'_c = 0$; $y'_c = 0$; Так и должно быть в главных центральных осях. $I_y = 0,1667 \cdot a^4$; Аналитически: $I_y = 0,1667 \cdot a^4$, погрешность: $\Delta = 0 \%$. $I_k = 0,458 \cdot a^4$. Аналитически: $I_k = 0,492 \cdot a^4$. погрешность: $\Delta = 7 \%$.</p>	 <pre>SECTION ID 1 DATA SUMMARY Section Name = SolidRt A= Area = 2 Ix= Iyy = .666667 Ixy= Iyz = .497E-16 Iy= Izz = .166667 Warping Constant = .020453 Ik= Torsion Constant = .458368 Xic= Centroid Y = -.596E-17 Yic= Centroid Z = .289E-16 Shear Center Y = .554E-15 Shear Center Z = -.349E-14</pre>

№	Действие	Результат
4	<p><i>Задаём поперечное сечение №2 – тонкостенный прямоугольник:</i></p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Common Sections ID пишем 2 NAME пишем, например, HollowRt Sub-Type установить изображение пустого прямоугольника Offset To установить Centroid W1 пишем a+a/20 W2 пишем 2*a+a/20 t1 пишем a/20 t2 пишем a/20 t3 пишем a/20 t4 пишем a/20 Бегунок Coarse/Fine устанавливаем в положение "Fine" > OK</p>	
5	<p><i>Получаем геометрические характеристики сечения №2:</i></p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Plot Section [Secplot] установить "2 HollowRt" Show section mesh? установить "Yes" > OK</p> <p><i>Смотрим результаты:</i></p> <p>$A = 0,3 \cdot a^2;$ ($\Delta = 0\%$); $I_x = 0,1668 \cdot a^4;$ ($\Delta \approx 0\%$); $I_{xy} = 0;$ $x'_c = 0;$ $y'_c = 0;$ Так и должно быть; $I_y = 0,5844 \cdot a^4;$ ($\Delta = 0,2\%$); $I_k = 0,1357 \cdot a^4.$ ($\Delta = 2\%$).</p>	 <p>SECTION ID 2 DATA SUMMARY</p> <p>Section Name = HollowRt</p> <p>$A =$ Area = .3</p> <p>$I_x =$ Iyy = .166813</p> <p>$I_{xy} =$ Iyz = -.369E-16</p> <p>$I_y =$ Izz = .058437</p> <p>Warping Constant = .002996</p> <p>$I_k =$ Torsion Constant = .135711</p> <p>$X_{1c} =$ Centroid Y = .525</p> <p>$Y_{1c} =$ Centroid Z = 1.025</p> <p>Shear Center Y = .525</p> <p>Shear Center Z = 1.025</p>

№	Действие	Результат
6	<p><i>Задаём поперечное сечение №3 – швеллер:</i></p> <p>M M > Preprocessor > Sections > Beam > Common Sections ID пишем 3 NAME пишем, например, Channel Sub-Type установить изображение скобы Offset To установить "Centroid" W1 пишем 58 W2 пишем 58 W3 пишем 140 t1 пишем 8.1 (через точку, а не через запятую!) t2 пишем 8.1 t3 пишем 4.9 Бегунок Coarse/Fine устанавливаем в положение "Fine" > OK</p>	
7	<p><i>Получаем геометрические характеристики сечения №3:</i></p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Plot Section [Secplot] установить "3 Channel" Show section mesh? установить "Yes" > OK</p> <p><i>Смотрим результаты:</i></p> <p>$A = 1546 \text{ мм}^2$; ($\Delta = 0,9\%$); $I_x = 4870000 \text{ мм}^4$; ($\Delta = 1,2\%$); $I_{xy} = 0$; Так и должно быть; $I_y = 524462 \text{ мм}^4$; ($\Delta = 1,8\%$); $I_k = 24000$. ($\Delta = 7,8\%$); $x'_c = 18,6 \text{ мм}$; ($\Delta = 2,2\%$); $y'_c = 70 \text{ мм}$; ($\Delta = 0\%$).</p>	

№	Действие	Результат
8	<p>Задаём поперечное сечение №4 – круг:</p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Common Sections ID пишем 4 NAME пишем, например, SolidC Sub-Type установить изображение круга Offset To установить "Centroid" R пишем a/2 (это радиус круга) N пишем, например, 36 (на сколько секторов бить фигуру) T пишем, например, 18 (на сколько колец бить фигуру) > OK</p>	
9	<p>Получаем геометрические характеристики сечения №4:</p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Plot Section [Secplot] установить "4 SolidC" Show section mesh? установить "Yes" > OK</p> <p>Смотрим результаты:</p> <p>$A = 0,7854 \cdot a^2$; ($\Delta = 0\%$); $I_x = I_y = 0,4909 \cdot a^4$; ($\Delta = 0\%$); $I_{xy} = 0$; $x'_c = 0$; $y'_c = 0$; Так и должно быть; $I_k = 0,09817 \cdot a^4$. ($\Delta \approx 0\%$).</p>	

№	Действие	Результат
10	<p>Задаём поперечное сечение №5 – полый круг:</p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Common Sections ID пишем 5 NAME пишем, например, HollowC Sub-Type установить изображение кольца Offset To установить "Centroid" Ri пишем a/4 (это внутренний радиус кольца) Ro пишем a/2 (это наружный радиус кольца) N пишем 72 (это количество сегментов при разбиении) > OK</p>	
11	<p>Получаем геометрические характеристики сечения №5:</p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Plot Section [Secplot] установить "5 HollowC" Show section mesh? установить "Yes" > OK</p> <p>Смотрим результаты:</p> $A = 0,5890 \cdot a^2; \quad (\Delta \approx 0\%);$ $I_x = I_y = 0,04602 \cdot a^4; \quad (\Delta = 0\%);$ $I_{xy} = 0; \quad x'_c = 0; \quad y'_c = 0; \quad \text{Так и должно быть};$ $I_k = 0,09204 \cdot a^4. \quad (\Delta = 0\%).$	

№	Действие	Результат																										
12	<p><i>Задаём поперечное сечение №6 – кольцо:</i></p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Common Sections ID пишем 6 NAME пишем, например, Ring Sub-Type установить изображение кольца Offset To установить "Centroid" Ri пишем $a/2 - a/60$ Ro пишем $a/2 + a/60$ N пишем 72 > OK</p>																											
13	<p><i>Получаем геометрические характеристики сечения №6:</i></p> <p>M_M > Preprocessor > Sections > Beam > Plot Section [Secplot] установить "6 Ring" Show section mesh? установить "Yes" > OK</p> <p><i>Смотрим результаты:</i></p> <p>$A = 0,1047 \cdot a^2;$ ($\Delta = 0\%$); $I_x = I_y = 0,01311 \cdot a^4;$ ($\Delta = 0,1\%$); $I_{xy} = 0;$ $x'_c = 0;$ $y'_c = 0;$ Так и должно быть; $I_k = 0,02621 \cdot a^4.$ ($\Delta = 0,1\%$).</p>	 <table border="1" data-bbox="1805 775 1973 1254"> <thead> <tr> <th colspan="2">SECTION ID 6 DATA SUMMARY</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Section Name</td> <td>= Ring</td> </tr> <tr> <td>Area</td> <td>= .10472</td> </tr> <tr> <td>I_x</td> <td>= .013105</td> </tr> <tr> <td>I_y</td> <td>= .013105</td> </tr> <tr> <td>I_{xy}</td> <td>= -.710E-18</td> </tr> <tr> <td>I_{zz}</td> <td>= .013105</td> </tr> <tr> <td>Warping Constant</td> <td>= 0</td> </tr> <tr> <td>I_k</td> <td>Torsion Constant = .026209</td> </tr> <tr> <td>Centroid Y</td> <td>= .146E-15</td> </tr> <tr> <td>X_{1c}</td> <td>Centroid Z = -.271E-16</td> </tr> <tr> <td>Y_{1c}</td> <td>Shear Center Y = -.650E-16</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Shear Center Z = .321E-15</td> </tr> </tbody> </table>	SECTION ID 6 DATA SUMMARY		Section Name	= Ring	Area	= .10472	I_x	= .013105	I_y	= .013105	I_{xy}	= -.710E-18	I_{zz}	= .013105	Warping Constant	= 0	I_k	Torsion Constant = .026209	Centroid Y	= .146E-15	X_{1c}	Centroid Z = -.271E-16	Y_{1c}	Shear Center Y = -.650E-16		Shear Center Z = .321E-15
SECTION ID 6 DATA SUMMARY																												
Section Name	= Ring																											
Area	= .10472																											
I_x	= .013105																											
I_y	= .013105																											
I_{xy}	= -.710E-18																											
I_{zz}	= .013105																											
Warping Constant	= 0																											
I_k	Torsion Constant = .026209																											
Centroid Y	= .146E-15																											
X_{1c}	Centroid Z = -.271E-16																											
Y_{1c}	Shear Center Y = -.650E-16																											
	Shear Center Z = .321E-15																											

Выводы можно сделать следующие:

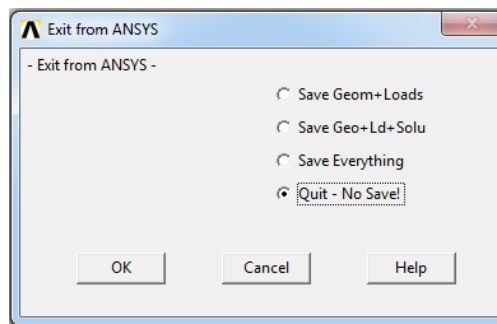
- 1) ANSYS вполне удовлетворительно рассчитывает площадь A , координаты центра тяжести x_{Ic} , y_{Ic} , осевые I_x , I_y и, очевидно, центробежный I_{xy} моменты инерции сечения любой геометрии;
- 2) Геометрическую жёсткость при кручении I_k ANSYS считает хорошо только для круглых и кольцевых поперечных сечений, I_k для остальных фигур подсчитывается с погрешностью до 8%. Возможно “Torsion constant” – это полярный момент инерции?

Сохраняем проделанную работу:

U_M > File > Save as Jobname.db

Закройте ANSYS:

U_M > File > Exit > Quit – No Save! > OK



После выполнения указанных действий в рабочем каталоге остаются файлы с расширениями “.db”, “.err”, “.log”, “.loc”, “.page” и “.tmp”.

Интерес представляет “.db” (файл модели), остальные файлы промежуточные, их можно удалить.