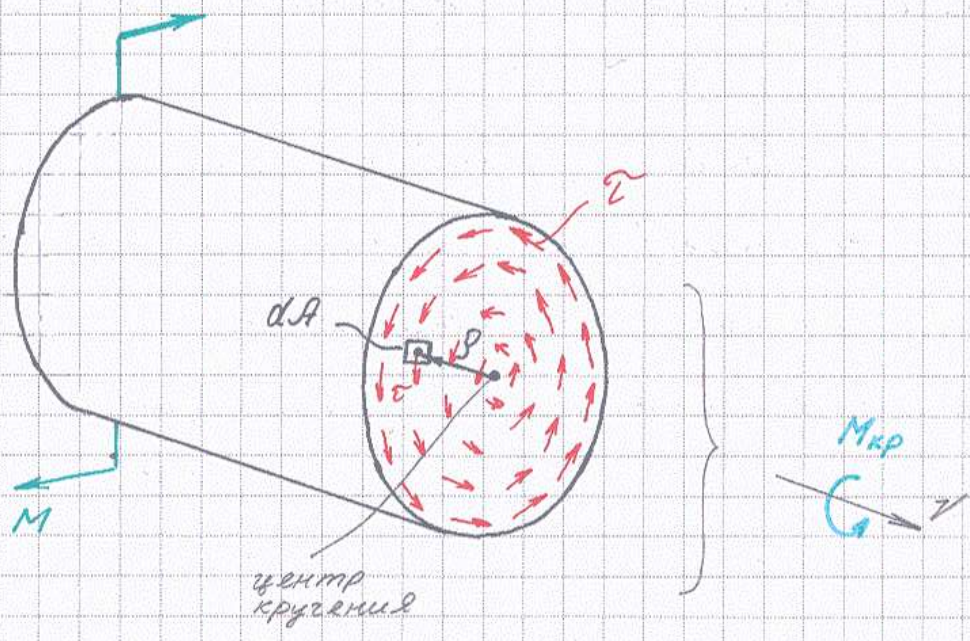


Напряжения в поперечных сечениях действуют только касательные (τ) и распределены они неравномерно:



$$\begin{aligned}
 M_{кр} &= \int dM_{кр} = \\
 &= \int dF \cdot \rho = \quad (III.1) \\
 &= \int_A \tau \cdot dA \cdot \rho
 \end{aligned}$$

Рис. III.2

Коэффициент пропорциональности между максимальным напряжением в поперечном сечении τ_{max} и действующим в нем внутренним крутящим моментом $M_{кр}$ называется **моментом сопротивления при кручении** этого поперечного сечения W_k [$м^3$];

$$\tau_{max} = \frac{M_{кр}}{W_k} \quad \text{„метра на метра“} \quad (III.2)$$

Момент сопротивления при кручении определяется только формой и размерами поперечного сечения.

Гипотеза плоских сечений при кручении применима только к круглым и кольцевым поперечным сечениям, зато всегда применима **гипотеза прямых радиусов**:

радиус ρ (рис. III.2), проведенный из центра поворота к конкретной точке поперечного сечения, при скручивании стержня поворачивается, но длины своей не меняет.

Аналогии

Часто разные по своей сути физические явления, математически описываются идентичными уравнениями.

Тогда удобно одно явление, менее понятное и удобное для изучения, исследовать на примере другого - более наглядного, именуемого **аналогом**.

Сам процесс такого исследования именуется **аналогией**.

Гидродинамическая аналогия:

Аналогия ^{распределения} касательных напряжений в поперечных сечениях простой формы является распределением скоростей частиц воды, закрученной в вихрь такой же формы.

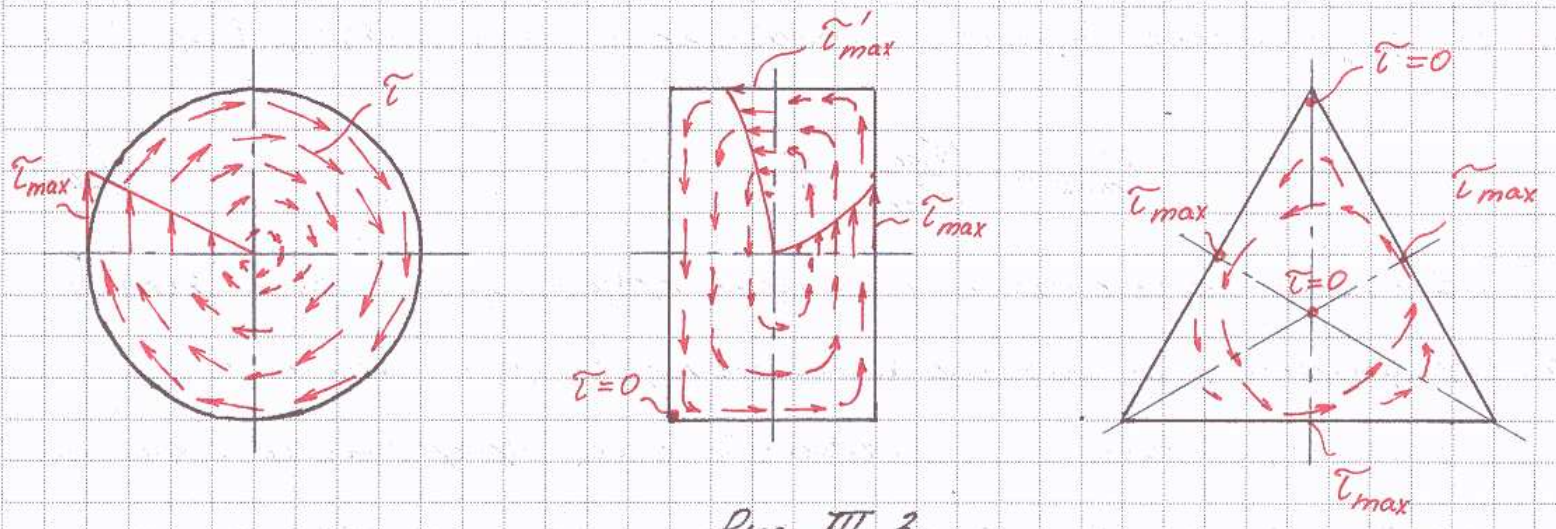
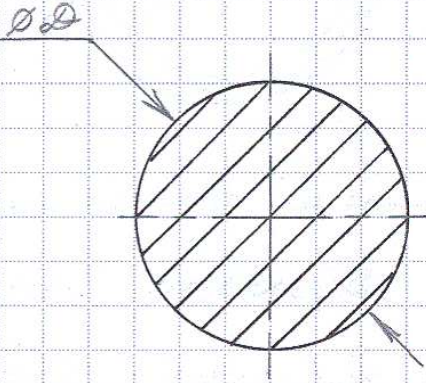


Рис. III. 3

Вспомогательные геометрические характеристики
поперечных сечений стержней, работающих на
кручение:

1) Сплошной круговой профиль:



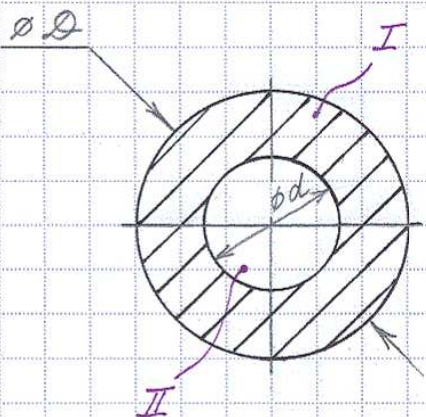
Геометрическая жёсткость при кручении J_k круглых и кольцевых поперечных сечений называется **полярным моментом инерции** J_p , а момент

сопротивления при кручении W_k — **полярным моментом сопротивления** W_p :

$$J_k = J_p = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0,1 \cdot D^4$$

$$W_k = W_p = \frac{J_p}{r_{\max}} = \frac{J_p}{D/2} = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2 \cdot D^3$$

2) Полостенный кольцевой профиль:

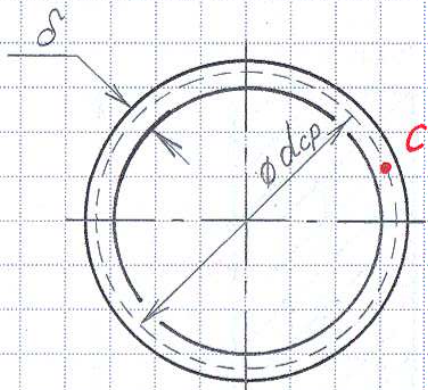


$$J_p = J_p^I - J_p^{II} = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} =$$

$$= \frac{\pi \cdot D^4}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$

$$W_p = \frac{J_p}{D/2} = \frac{\pi D^3}{16} \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$

3) Тонкостенный кольцевой профиль:



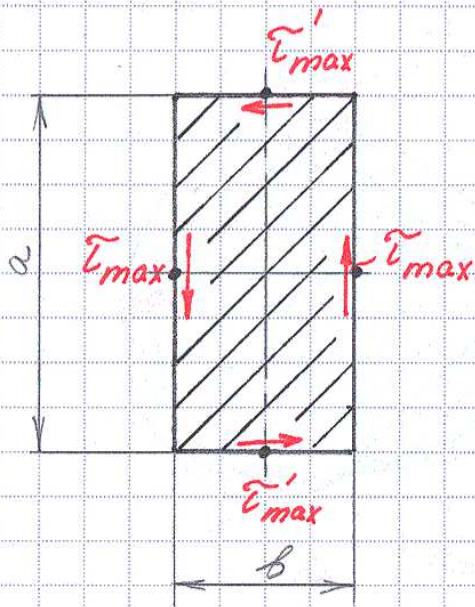
Характеристики этого сечения можно рассчитать по предыдущим формулам ($D = d_{cp} + \delta/2$, $d = d_{cp} - \delta/2$), но это неудобно. Проще вспомнить теоретическую механику:

момент инерции ^{только} кольца равен моменту инерции точки C , в которой, как бы сосредоточена вся площадь кольца:

$$J_p = A \cdot \rho_c^2 = (\pi d_{cp} \delta) \cdot \left(\frac{d_{cp}}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot d_{cp}^3 \cdot \delta}{4}$$

$$W_p \approx \frac{J_p}{d_{cp}/2} = \frac{\pi \cdot d_{cp}^2 \cdot \delta}{2}$$

4) Столбчатой прямоугольный профиль:



$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_k}$$

$$\tau'_{\max} = \frac{M_{кр}}{W'_k}$$

$$W_k = \alpha \cdot a \cdot b^2$$

$$W'_k = \frac{\alpha}{2} \cdot a \cdot b^2$$

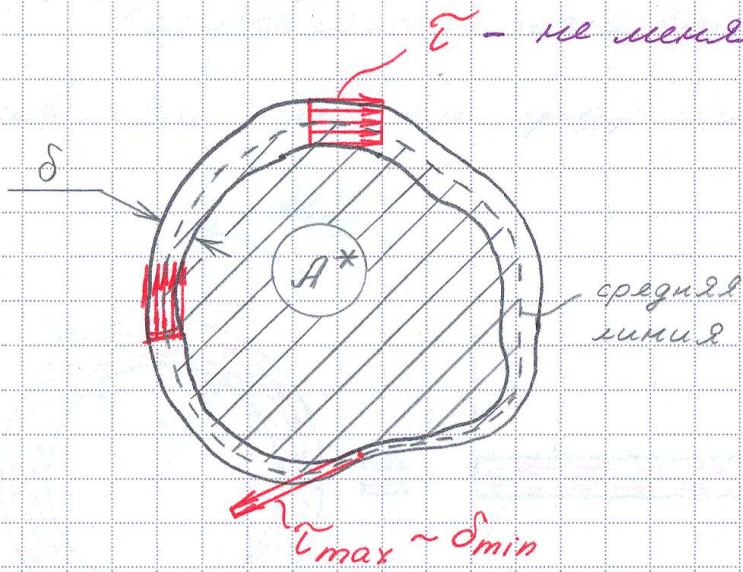
$$J_k = \beta \cdot a \cdot b^3$$

b - всегда
меньшая
сторона.

$\frac{a}{b}$	α	β	η
1	0,208	0,141	1
1,5	0,231	0,196	0,859
1,75	0,239	0,214	0,82
2	0,246	0,229	0,795
2,5	0,258	0,249	0,766
3	0,267	0,263	0,753
4	0,282	0,281	0,745
6	0,299	0,299	0,743
8	0,307	0,307	0,742
10	0,313	0,313	0,742
∞	$0,333 = \frac{1}{3}$	$0,333 = \frac{1}{3}$	0,742

Роговцев, стр. 95, табл. 2, § 22

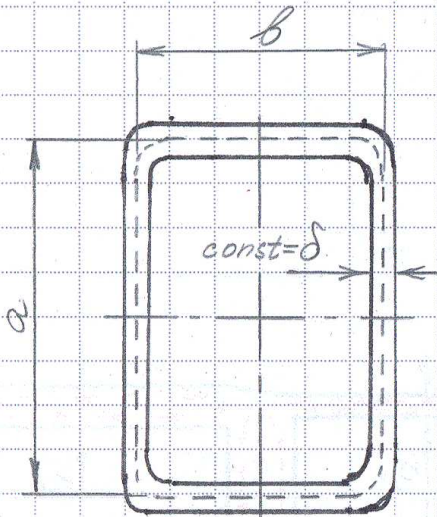
5) Плотнотемный замкнутый профиль произвольной формы:



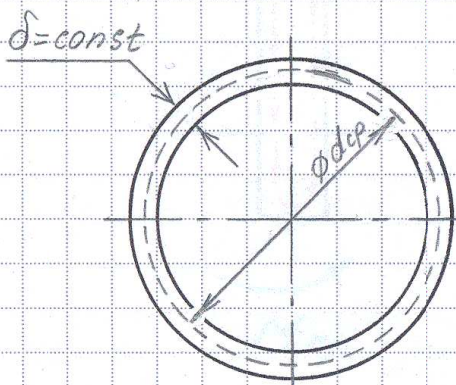
где

A^* - площадь, ограниченная средней линией контура.

Например:



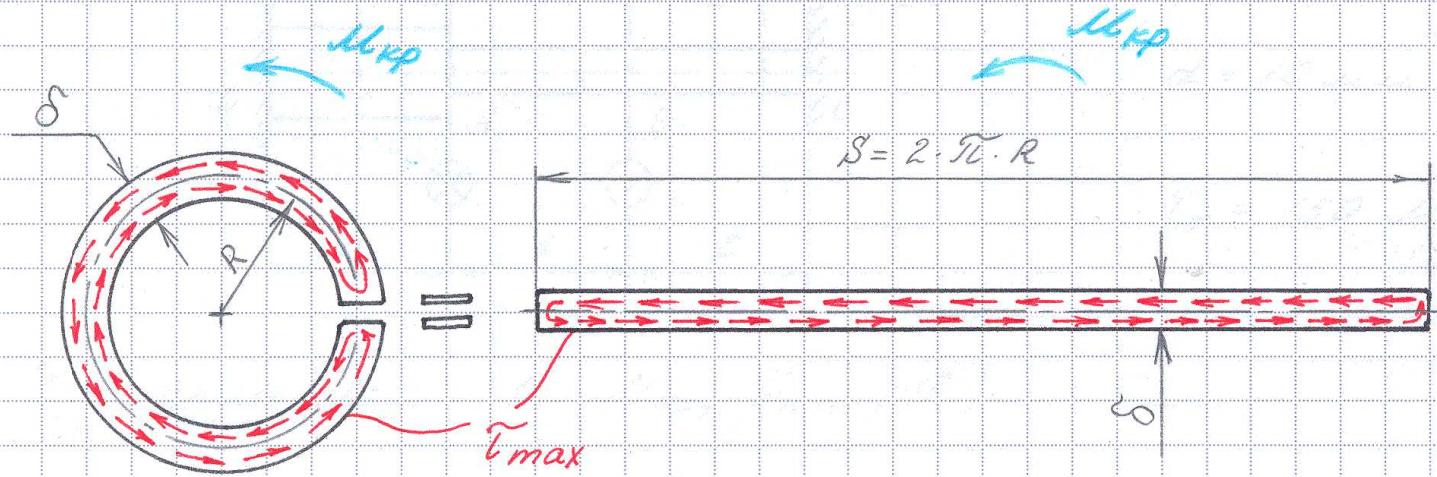
$$J_k = \frac{4 \cdot A^{*2}}{\oint \frac{ds}{\delta}} = \frac{4 \cdot (a \cdot b)^2}{\frac{1}{\delta} \oint ds} = \frac{4 \cdot (a \cdot b)^2 \delta}{a + b + a + b} = \frac{4 \cdot (a \cdot b)^2 \delta}{2a + 2b}$$



$$J_k = \frac{4 \cdot A^{*2}}{\oint \frac{ds}{\delta}} = \frac{4 \cdot (\pi d_{cp}^2 / 4)^2}{\frac{1}{\delta} \oint ds} = \frac{4 \pi^2 d_{cp}^4 \delta}{16 \cdot \pi d_{cp}} = \frac{\pi d_{cp}^3 \delta}{4}$$

б) Тонкостенный разорванный профиль:

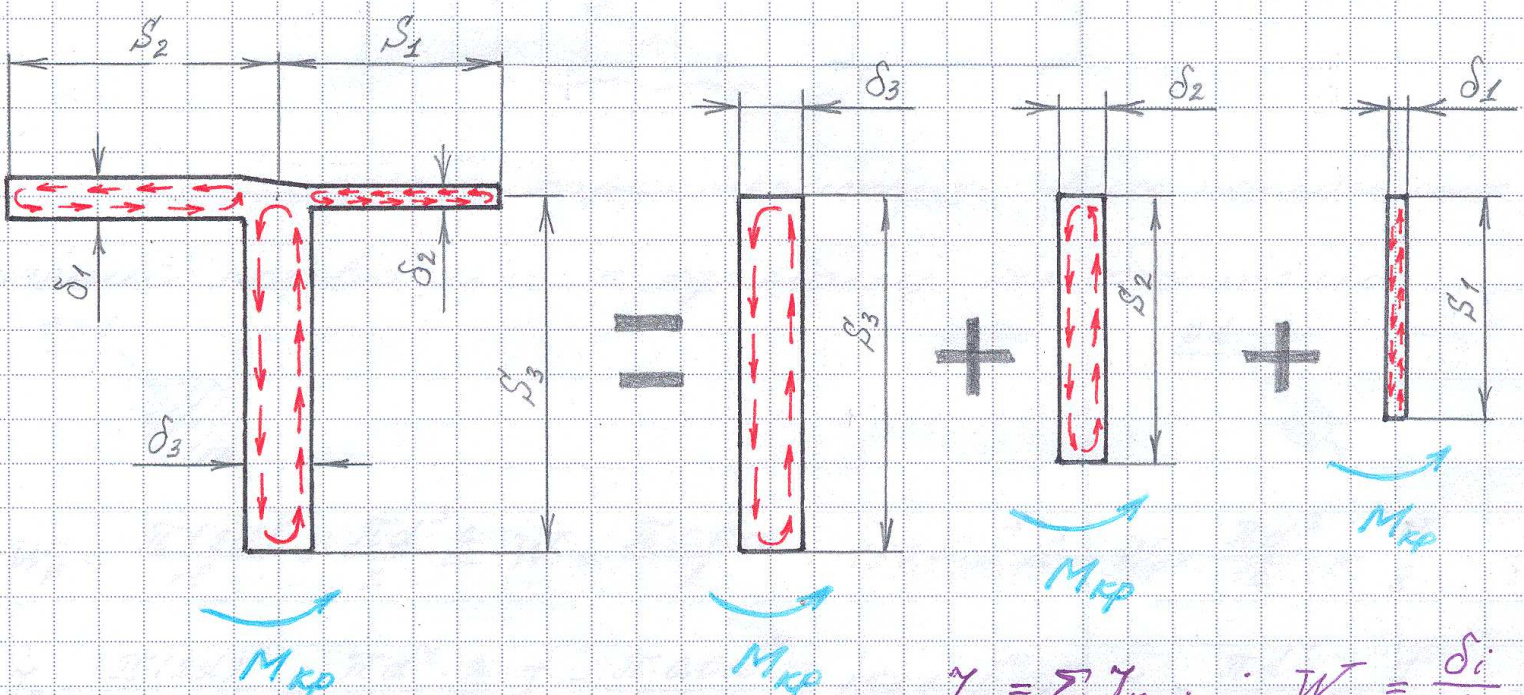
Касательные напряжения в таком профиле зависят от его формы:



А, значит, и считать его можно, как длинный прямоугольник ($\frac{a}{b} = \infty$; $\alpha = \frac{1}{3}$, $\beta = \frac{1}{3}$):

$$W_k = \frac{1}{3} S \delta^2 = \frac{1}{3} 2\pi R \delta^2 = \frac{\pi d_{ср} \delta^2}{3}$$

$$J_k = \frac{1}{3} S \delta^3$$



$$J_k = \sum J_{k_i}; \quad W_{k_i} = \frac{S_i}{J_k}$$