

ПРОБЛЕМЫ НАУКИ
И ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА

В. З. ПАРТОН

МЕХАНИКА
РАЗРУШЕНИЯ
ОТ ТЕОРИИ К ПРАКТИКЕ



МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1990

ББК 22.251
П18
УДК 620.192.7 (053)

Партоп В. З. **Механика разрушения: От теории к практике.**— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.— 240 с.— (Пробл. науки и техн. прогресса).— ISBN 5-02-014287-5

В доступной популярной форме изложены современные представления о механике разрушения — новом разделе механики твердого деформируемого тела, возникшем совсем недавно, буквально на наших глазах. Содержанием книги охвачен широкий круг вопросов, включающих в себя выяснение причин некоторых серьезных катастроф ответственных конструкций и сооружений, необходимость и своевременность построения теории распространения магистральных трещин, внедрение механики разрушения в практику расчетов сосудов давления, ядерных реакторов, роторов турбин и т. п.

Для студентов вузов, а также инженерно-технических и научных работников, специализирующихся в вопросах прочности и механики разрушения.

Табл. 6. Ил. 147. Библиогр. 11 назв.

Рецензент

доктор технических наук *Л. И. Слепан*

П $\frac{1603040000-024}{053(02)-90}$ 73-90

ISBN 5-02-014287-5

© Издательство «Наука»,
Главная редакция
физико-математической
литературы, 1990

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава I. Прочность и разрушение	7
§ 1. Что такое прочность и разрушение?	7
§ 2. Прочность и сопротивление разрушению — от интуитивных представлений к научным	18
§ 3. Новая наука о прочности и разрушении	24
Глава II. Механика деформируемого твердого тела	34
§ 4. Сплошная среда	34
§ 5. Напряжения и деформации	38
§ 6. Упругость и неупругость	47
§ 7. Основы теории упругости	52
§ 8. Концентрация напряжений	62
Глава III. Основы механики разрушения	67
§ 9. Что такое механика разрушения?	67
§ 10. Модель тела с трещинами	71
§ 11. Поля напряжений и смещений в окрестности края трещины в упругом теле	76
§ 12. Идеи Гриффитса	80
§ 13. Неустойчивое и устойчивое развитие трещины	83
§ 14. Критерии разрушения. Концепция Гриффитса — Орована — Ирвина	88
§ 15. Расчет и измерение коэффициентов интенсивности напряжений	95
§ 16. Измерение вязкости разрушения	111
§ 17. Нелинейная механика разрушения	117
§ 18. Инвариантные интегралы	124
§ 19. Механика разрушения? Это очень просто!	128
Глава IV. Специальные задачи и некоторые приложения механики разрушения	134
§ 20. Замедленное разрушение	134
§ 21. Рост усталостных трещин	135
§ 22. Разрушение при малоцикловой усталости	138
§ 23. Расчет элементов конструкций на усталостную долговечность	142
§ 24. Механика коррозионного разрушения	146
§ 25. Кинетика роста трещин в полимерных материалах	152
§ 26. Динамическая механика разрушения	157
§ 27. Температурные задачи механики разрушения	174

Глава V. Некоторые приложения механики разрушения	183
§ 28. Как остановить движение трещины?	183
§ 29. Механика разрушения и проблемы энергетики	192
§ 30. Механика разрушения и неразрушающие испытания	198
§ 31. Механика разрушения и судебная экспертиза	209
§ 32. О полезных для механики аналогиях. Механика разрушения и пробой диэлектриков	218
§ 33. Что же хорошего в разрушении?	227

ПРЕДИСЛОВИЕ

Выбрав механику разрушения темой для написания книги, автор прежде всего представил себе две горы. Гора слева — это круто уходящая ввысь чисто академическая проблема разрушения. Встающая во весь рост гора справа — это диктуемое практикой требование обеспечения безопасности и надежности. Между утесами — тропа по длинной и глубокой долине, которая уходит вверх. Хотелось бы в этой книге шаг за шагом пройти по этой тропе, выводящей на гребень с видом направо и налево одновременно, и в доступной форме рассказать об исторической подоплеке этого пути, о возникающих здесь проблемах и способах их преодоления. И еще хотелось бы передать читателю то воодушевление и энтузиазм в наших научных исследованиях, которые позволили в кратчайший срок создать новую науку о прочности — механику разрушения.

Само по себе разрушение — сложнейшее явление природы, присущее практически всем процессам, происходящим на земле, и известное с момента появления *homo sapiens*. Оно доставляло людям как радость (извлечение ценных включений при разрушении горных пород, облегчение разрушения при резании металлов и др.), так и горе, связанное с колоссальными материальными потерями и гибелью людей (катастрофы в воздухе, на земле и на воде).

Свойство человека как само собой разумеющееся воспринимать хорошее и не забывать плохое привело к тому, что в основном разрушение относят к глубоко неэстетическим категориям и главные усилия направляют на борьбу с ним. А постоянный ущерб от разрушений огромен. Одна из лабораторий Бательского института (г. Колумбус, шт. Огайо) провела исследование по определению суммарных затрат в экономике США, связанных с возмещением ущерба от непреднамеренных разрушений, а также с мерами, направленными на предотвращение разрушений. Вся сумма затрат была разбита на три части: 1) потери, связанные с недостаточным внедрением современных методов расчета, контроля и

технологии, а также с использованием устаревших норм и стандартов; 2) потери, которые могли бы быть потенциально предотвращены благодаря разработкам и внедрению современных научных методов; 3) потери, устранение которых станет возможно только после получения принципиально новых «бездефектных» высокопрочных материалов. В 1978 г. общие затраты, связанные с разрушением, составили в США 88 млрд. долларов, т. е. около 4 % валового национального продукта (соответствующие части затрат — 26, 21 и 41 млрд. долларов). В 1982 г. общие затраты оценены в 119 млрд. долларов, т. е. опять около 4 % валового национального продукта (соответствующие части затрат — 35, 28 и 56 млрд. долларов).

Но сколько бы вреда ни доставляло разрушение, оно не всецело, и человек научился, зная причины и характер возможного разрушения, создавать аппараты, приборы и машины не только предельно легкими и дешевыми, но и достаточно прочными. Таким образом, проблема разрушения стала центральной проблемой учения о прочности и сопротивлении материалов.

Более 25 лет занимаясь проблемами прочности и разрушения, автор неоднократно убеждался в «многоликости» изучаемых здесь закономерностей, что породило специфические для каждой области науки подходы, терминологии и приемы решения задач, связанные с определением сопротивления разрушению. Зачастую это приводило к непониманию между специалистами смежных областей, решающих одни и те же задачи. Это же многообразие не дает возможности в небольшой книге дать сколь-нибудь полное описание такого сложнейшего явления, как разрушение. Поэтому мы ограничимся кратким и, по мере сил и способностей, популярным изложением основ механики разрушения (использующей основные положения, законы и методы механики сплошной среды) и ее приложений к расчетам на прочность элементов конструкций и машин. Такой подход и определил название книги — «Механика разрушения: от теории к практике».

Книга рассчитана на любознательного читателя, в минимальной степени знакомого с основами механики и математики. Автор стремился написать ее так, чтобы она привлекла внимание будущих исследователей к интересной, еще далеко не изученной проблеме и была полезна как студентам и аспирантам, так и научным работникам и инженерам для первого знакомства с основами механики разрушения и ее приложений.

ПРОЧНОСТЬ И РАЗРУШЕНИЕ

§ 1. Что такое прочность и разрушение?

С древних времен человек сталкивался с проблемами прочности и разрушения. Однако долгое время знания о прочности и разрушении материалов и сооружений накапливались случайно, передавались из поколения в поколение как секреты мастерства и относились скорее к области искусства, с которым мы знакомы по великолепным архитектурным ансамблям, удивляющим нас и сегодня. И прежде всего это «семь чудес света»: статуя Зевса в Олимпии, Висячие сады Вавилона, Мавзолей в Галикарнассе, Колосс Родосский, маяк в Александрии, храм Артемиды в Эфесе и, наконец, самые древние и единственные сохранившиеся до нас — египетские пирамиды. Очевидно, что при создании этих ансамблей люди неизбежно сталкивались с вопросами: как сделать их прочными, как избежать разрушения?

Что же такое прочность? Под прочностью обычно понимают способность тел быть целыми достаточно длительный период времени, не поддаваясь разрушению. В толковом словаре В. Даля это понятие трактуется как «годное напредки», т. е. характеристика тел как бы «про запас». Мы знаем, что прочностью (в той или иной степени) обладают все тела, независимо от того, находятся ли они в твердом или в жидком состоянии. Прочностью обладают вода, лед и камень; клетка, человеческий волос, кровеносный сосуд и кость; атом, молекула и кристалл и т. д. Отвечая на вопрос «прочно или разрушается?», мы решаем проблему — «быть (что необходимо для существования всего живого и неживого) или не быть!».

Что же такое разрушение? Ответить на этот вопрос просто и не просто. Хочется сразу привести примеры ужасных разрушений, которые известны человечеству и которые неистово призывают: с разрушением надо бороться! Восхищаясь великолепными архитектурными

ансамблями, нельзя забывать и о страшных авариях, предотвращение которых в будущем связано с анализом причин происшедшего разрушения.

Римский историк Корнелий Тацит описывает одну из таких аварий, происшедшую в 27 г. н. э., в результате которой погибло и получило ранение 50 000 человек. «В консульство Марка Лициния и Луция Кальпурния... неожиданное бедствие унесло не меньше жертв, чем их уносит кровопролитнейшая война... Некто Атилий, вольноотпущенник, взявшись за постройку в Фидене амфитеатра, чтобы давать в нем гладиаторские бои, заложил фундамент его в ненадежном грунте и возвел на нем недостаточно прочное деревянное сооружение... Туда стекались жадные до таких зрелищ мужчины и женщины, в правление Тиберия, почти лишенные развлечений этого рода, люди всякого возраста, которых скопилось тем больше, что Фидена недалеко от Рима. Это усугубило тяжесть разразившейся катастрофы, так как набитое несметной толпой огромное здание, перекосившись, стало рушиться внутрь и валиться наружу, увлекая вместе с собой и погребая под своими обломками несчетное множество людей, — как увлеченных зрелищем, так и стоявших вокруг амфитеатра». Как констатировал Римский сенат, причины аварии состояли в отступлении от законов строительства и недостаточном обследовании надежности грунта.

Во Франции, в Бове, в XIII в. рухнула башня одного из самых больших готических соборов, который строился по всем канонам классической готической архитектуры и со всей возможной осторожностью, но при незнании законов прочности несущих конструкций (в частности, соотношений между длинами пролетов и площадями сечений).

Вообще катастрофические разрушения происходили практически непрерывно вплоть до наших дней. Особенно часто разрушались мосты. 14 марта 1938 г. в холодную погоду и практически без силовой нагрузки разрушился сварной автодорожный мост через канал Альберта в Хасселте (Бельгия), в 1940 г. произошла катастрофа Такомекого моста (рис. 1) в США, а в 1962 г. разрушился Королевский мост в Мельбурне (Австралия). Во всех случаях расследование установило, что причиной катастроф были ошибки при проектировании: неполный учет действующих нагрузок, которые приводили к непредвиденным колебаниям и резонансу, недостаточ-

ные знания законов прочности и разрушения конструкций.

Большинство обрушений мостов проходило в сильные бури, зачастую совершенно неожиданно и с большими человеческими жертвами, а вот упомянутая крупнейшая в истории мостостроения катастрофа моста через реку,

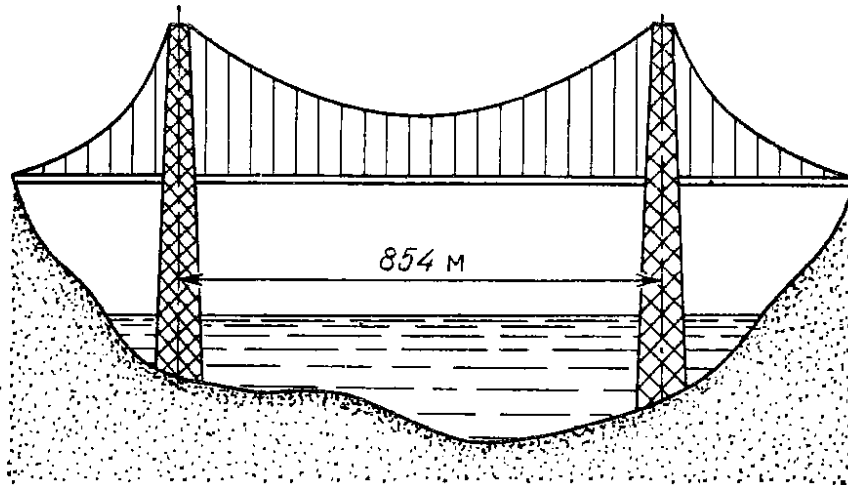


Рис. 1. Такомакский мост

Такома в США обошлась без жертв и даже была запечатлена на киноленте. Этот уникальнейший фильм, предоставивший массу ценного материала для исследования причин аварии, используется во всем мире в качестве учебного фильма для студентов. Такомакский мост, построенный летом 1940 г., имел третий в мире по длине пролет в 854 м, перекрытый висячим мостом, довольно узким, с проезжей частью Н-образного сечения высотой 2,4 м и шириной около 12 м, рассчитанной на двухрядное движение автомобилей. Почти сразу после постройки обнаружилась внушающая тревогу большая чувствительность к порывам ветра, вызывавшим колебания с амплитудой до полутора метров. Безуспешные попытки введения дополнительных связей и установки гидравлических демпферов на пилонах моста не смогли предотвратить катастрофы, происшедшей уже 7 ноября 1940 г. С 10 часов утра при скорости ветра около 19 м/с установились одноузловые изгибно-крутильные колебания с периодом около 5 с и чрезвычайно большой амплитудой — такой, что угол наклона проезжей части к горизонту доходил до 45° (рис. 2). После часа таких колебаний часть проезжего полотна отломилась и рухнула в воду. Анализ катастрофы указал на необходимость динамического расчета мостов, ведь несчастный Такомакский мост был рассчитан на статическую ветровую на-

грузку от ветра со скоростью 50 м/с. Сейчас на месте прежнего успешно работает мост шириной 18 м, у которого проезжая часть имеет коробчатое сечение высотой 10 м. Сплошные балки для уменьшения амплитуды аэродинамических возмущений заменены у нового моста сквозными фермами.

Большие материальные потери были связаны с разрушением магистральных газопроводов (рис. 3), где зачастую разрушающая трещина пробегала несколько



Рис. 2. Колебания проезжей части Тако́мского моста за час перед катастрофой

километров со скоростью 1—2 км/с. Но особенно невосполнимые потери, связанные с человеческими жертвами, имели место при разрушении самолетов и судов. Полет первого в мире реактивного самолета (серии «Комета», Англия), взорвавшегося в воздухе, привел к гибели экипажа, причем после авиакатастрофы удалось собрать 250 тыс. обломков. Как бы мы теперь сказали, практически одновременно безудержно развилось большое число разориентированных трещин, что и привело к катастрофе. Дальнейшие аварии коммерческих реактивных самолетов этого класса заставили инженеров соорудить огромный кессон, внутренняя камера которого подверга-

лась нагрузкам, моделирующим условия полета, приземления, взлета и действие реактивного двигателя. Испытания дали возможность обнаружить так называемые усталостные трещины, зарождающиеся на поверхности иллюминатора и вырастающие до критических размеров *).

В конце 1942 г. поступили первые сигналы о серьезных внезапных разрушениях нескольких американских

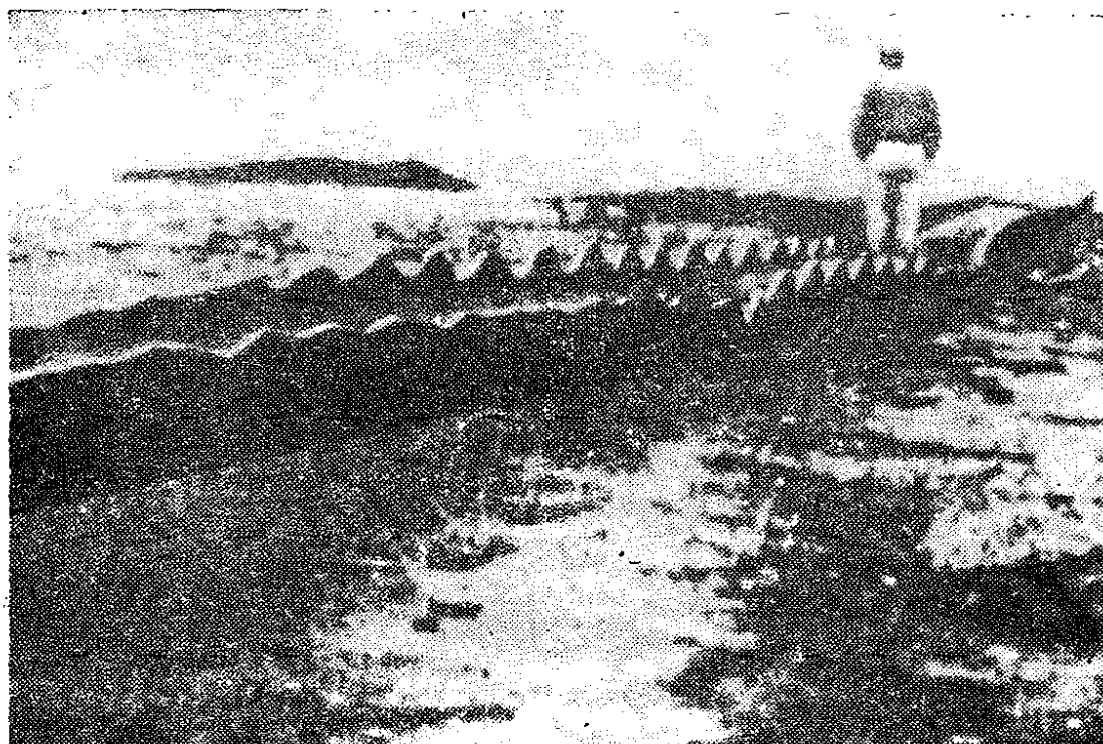


Рис. 3. Трещина в магистральном газопроводе

судов типа «Либерти», которые пришлось отбуксировать в порт для ремонта. Поначалу эти аварии отнесли к случайностям военного времени и не заметили возникших здесь научных и инженерных проблем. Убедиться в ошибочности такого мнения заставила авария танкера «Скенектади», который (после успешно проведенных морских испытаний) 16 января 1943 г. по возвращении в порт внезапно разломился на две части. Трещина зародилась в остром углу люка на палубе, практически мгновенно прошла через палубу и по обоим бортам корпуса до подводной части у самого киля (рис. 4). Все

*) Интересно, что история с самолетами «Комета» была полностью воспроизведена в 1951 г. в кинофильме «Путешествие в фантастику» с участием Марлен Дитрих и Джеймса Стюарта.

это случилось в безветренную погоду, при температуре воздуха -3°C и температуре воды $-4,5^{\circ}\text{C}$. Примерно в таких же условиях 29 марта 1943 г. в канале Амбросо вблизи Нью-Йорка разломился пополам другой корабль такого же класса «Манхеттен», построенный на

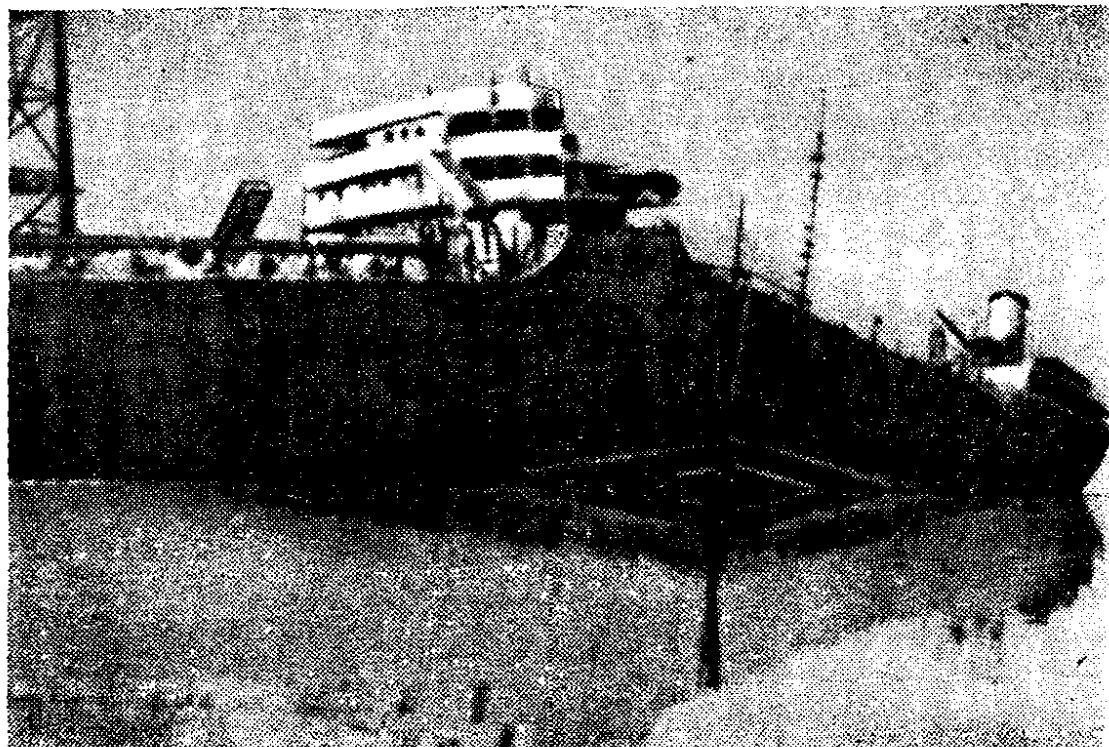


Рис. 4. Авария танкера «Скенектади» (январь 1943 г.)

семь месяцев раньше и имевший аналогичную конструкцию, за исключением установки взлетной палубы. Вообще до конца 1958 г. в Америке было зарегистрировано 319 аварий и крупных разрушений кораблей. В Великобритании, Дании, ФРГ, Швеции и др. странах также были зарегистрированы хрупкие разрушения судов (например, из 28 изготовленных с 1942 по 1965 г. и разломившихся на две части кораблей 6 были построены в Европе). Компетентные и представительные комиссии, расследовавшие причины аварий, отметили, что разрушения произошли из-за плохого качества стали и ошибок, связанных с недостаточными знаниями законов хрупкого разрушения. Заметим еще, что в то время не было хорошего испытательного оборудования, позволившего бы произвести разрушение в лабораторных условиях, и мне кажется, что указанные случаи остались примерами разрушений, которые нельзя было ни прогнозировать, ни достаточно строго исследовать постфактум.

Рассказ о катастрофических разрушениях можно продолжать буквально до сегодняшнего дня (если не быть в курсе диверсий, готовящихся на завтра или послезавтра). Но мы ограничимся лишь еще несколькими историями, происшедшими «на днях» на море и на земле.

27 марта 1980 г. плавучая платформа «Александр Л. Кьелэнд» потерпела аварию во время шторма в Северном море, приведшую к гибели 123 человек. Платформа А. Л. К. с буровой вышкой — одна из 11 полупогруженных пятиугольных конструкций, разработанных во Франции в 1960 г. и построенных в период с 1960 по 1977 г., имела размеры 103×99 м в плане и высоту 40,5 м от вершины палубы до основания понтона (рис. 5). Пять понтонов 22-метрового диаметра и опор в виде колонн 8,5-метрового диаметра были связаны системой горизонтальных и диагональных трубных креплений. Погодные условия в момент катастрофы были не блестящие, но отнюдь не критические для Северного моря: волнение моря 9—11 баллов (скорость ветра 16—20 м/с), высота волн — от 6 до 10 м и температура воздуха $+4^\circ\text{C}$ до -6°C . При выявлении причин аварии было установлено, что на ранней стадии произошло усталостное растрескивание двойного сварного шва установки гидрофона, что явилось причиной недостаточной прочности и разрушения крепления *D6*, связанного с платформой пятью другими креплениями. Платформа отклонилась на $30\text{—}35^\circ$ от горизонтального положения, и буровая вышка начала медленно погружаться в воду. В последующие 20 минут погружение сопровождалось дополнительным креном, который медленно увеличивался по мере того, как вода затопляла палубу и колонны *C* и *E* через открытые отверстия (двери, вентиляторы и т. д.). Затем буровая вышка полностью опрокинулась и продолжала плавать в перевернутом положении с четырьмя видимыми понтонами.

Большие убытки приносит разрушение народного хозяйства и в нашей стране. Приведу несколько примеров разрушений, произошедших в химической промышленности и промышленности производства минеральных удобрений. На рис. 6 показано хранилище фосфорной кислоты Волховского алюминиевого завода. Аппарат был установлен на открытой площадке без теплоизоляции. После десятилетней эксплуатации в январе 1974 г. его остановили для ремонта защитного слоя. После ремонта при заливке в хранилище (с температурой внутренней поверхности

—28 °С) кислоты (с температурой +60 °С) произошел разрыв корпуса аппарата от днища вдоль образующей цилиндра с образованием трещины длиной около 3 м (ширина трещины в месте перехода корпуса к днищу — 15 мм). Через трещину вылились сотни тонн горячей

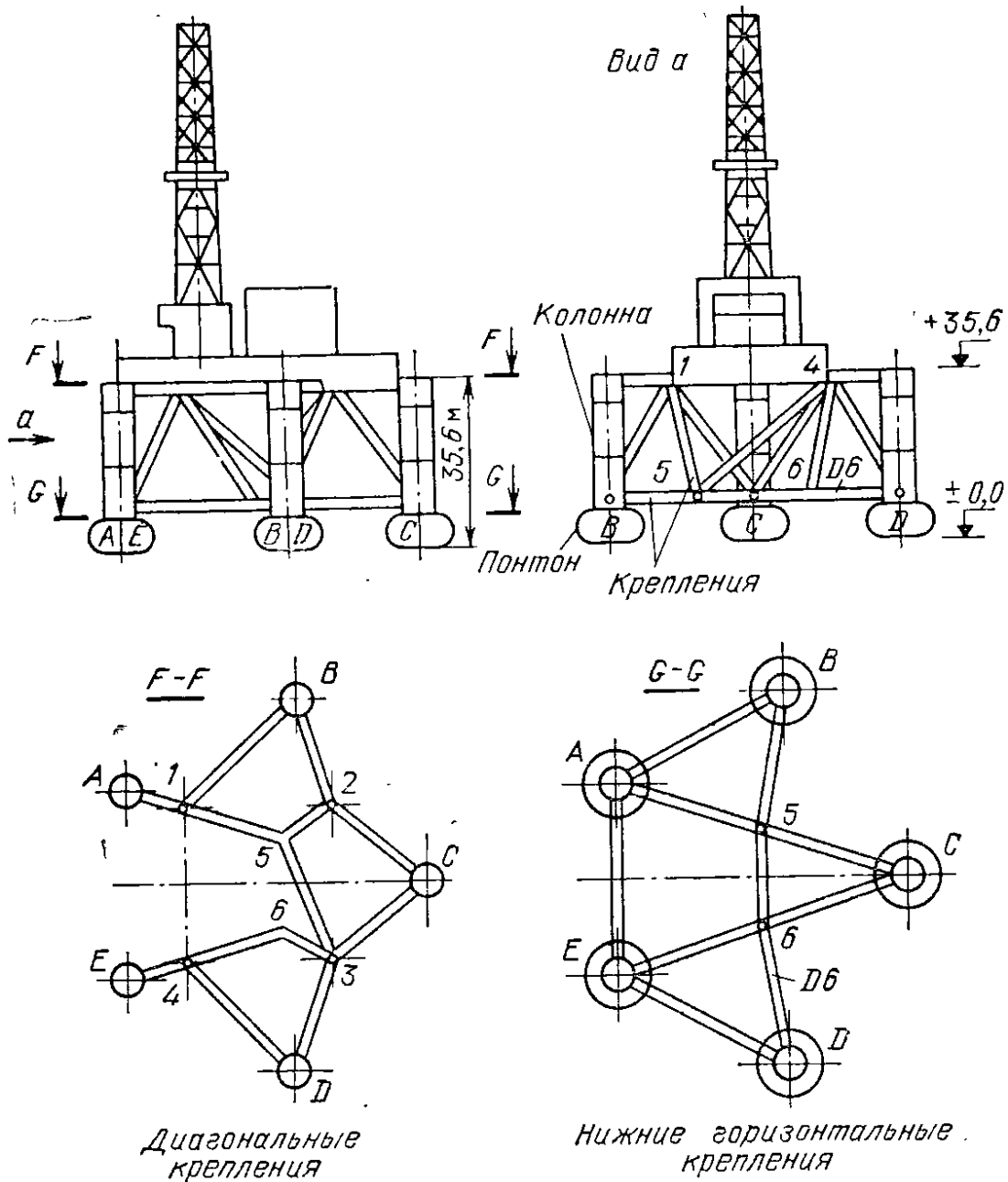


Рис. 5. Платформа Александр Л. Кyselнд

кислоты, произошло разрушение бетонного основания и металлоконструкций. Главными виновниками аварии были, безусловно, эксплуатационники, залившие горячую кислоту в промерзшее хранилище, что привело к разрушению от теплового удара. Когда в Череповце в декабре 1977 г. ударил мороз —44 °С, на Череповецком химзаводе произошли сразу две серьезные аварии в линии производства серной кислоты: во-первых, в сушильной

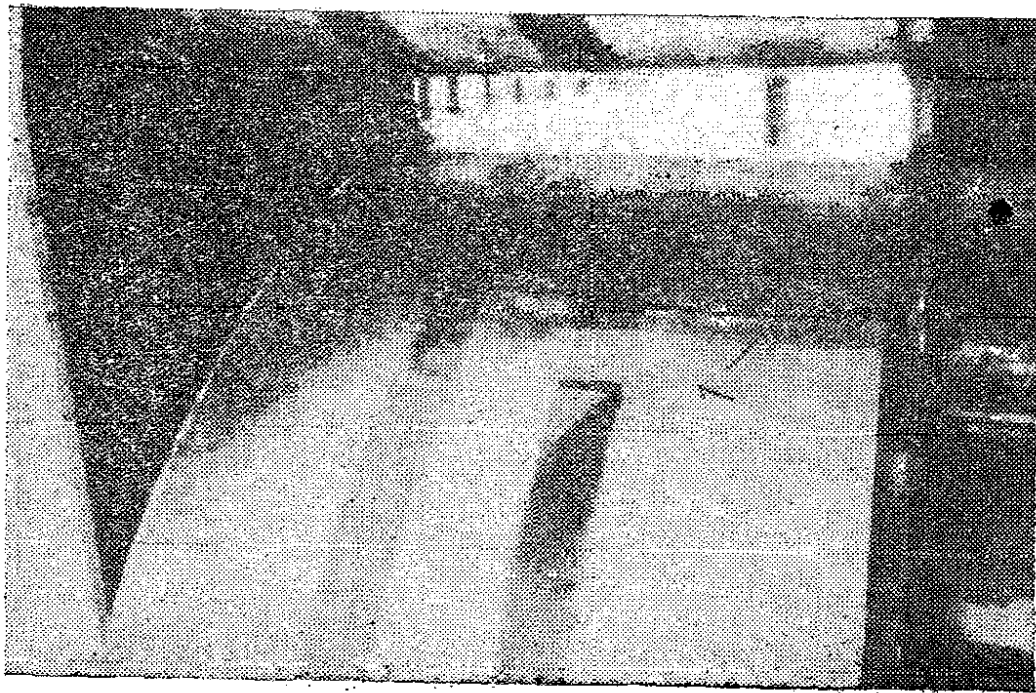


Рис. 6. Авария хранилища фосфорной кислоты
на Волховском алюминиевом заводе (январь
1974 г.) (1 — трещина)

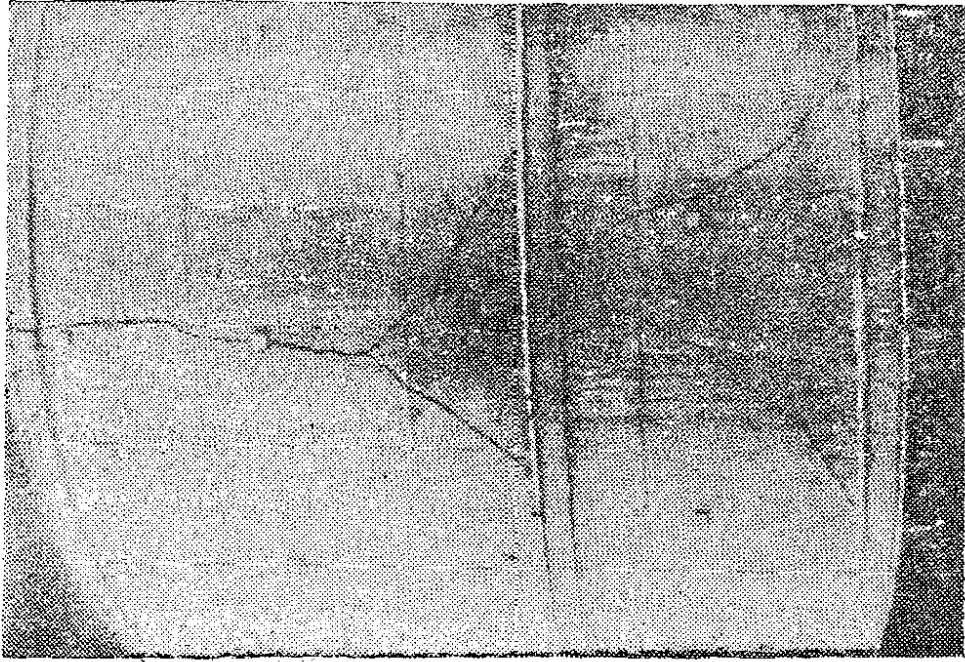


Рис. 7. Авария сушильной башни на Череповец-
ком химзаводе (декабрь 1977 г.)

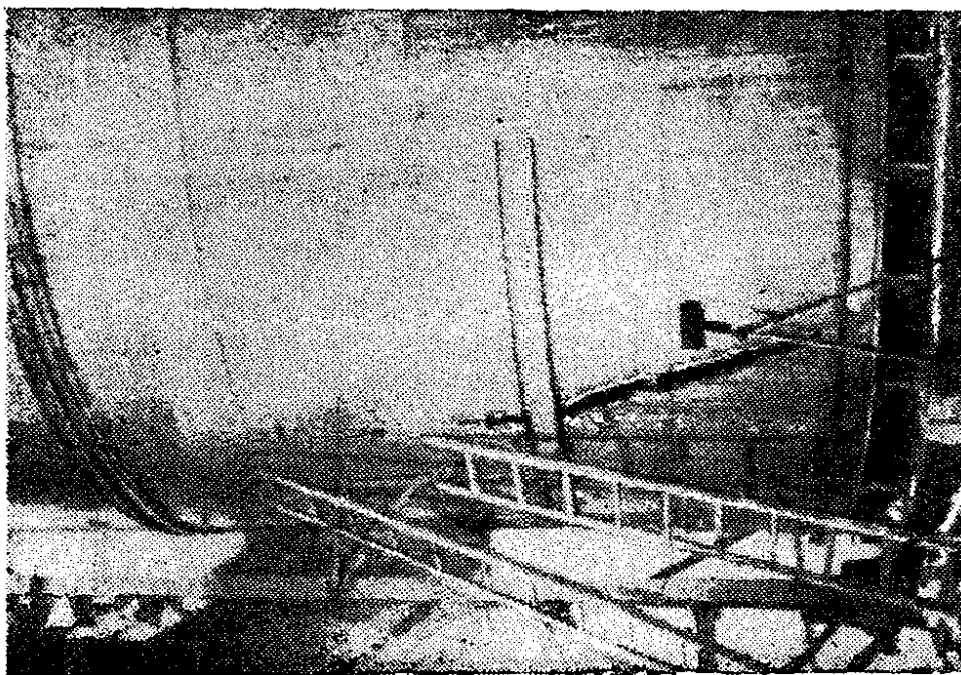


Рис. 8. Авария корпуса абсорбера на Череповецком химзаводе (декабрь 1977 г.)

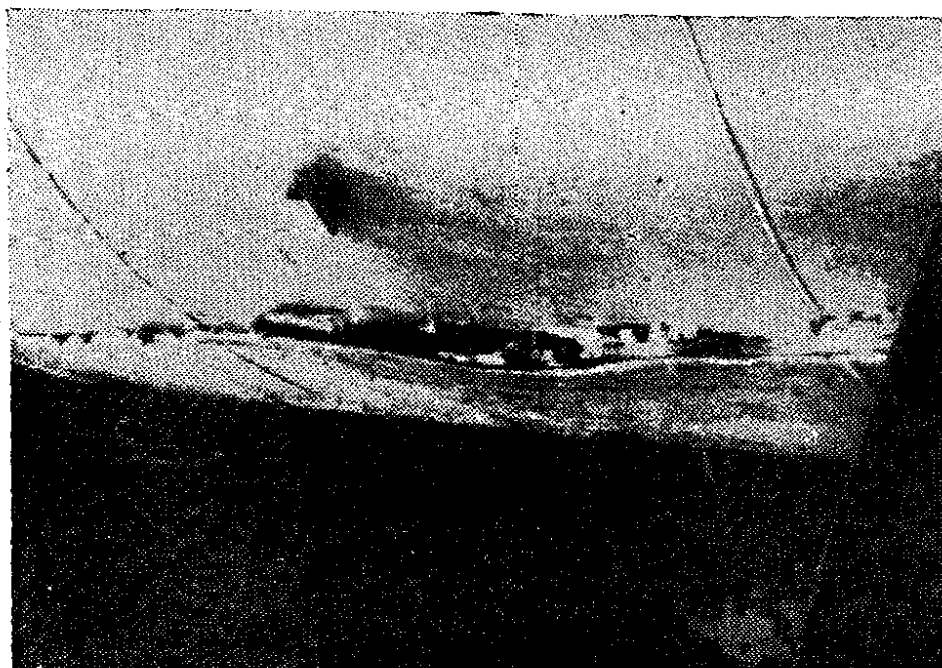


Рис. 9. Авария скруббера на Рязанском комбинате искусственного волокна (1975 г.)

башне (рис. 7) произошел разрыв корпуса из листовой стали толщиной 10 мм с образованием магистральной вертикальной ветвящейся трещины длиной около 7 м и шириной от 3 до 5 мм; во-вторых, разрушился корпус моногидратного абсорбера (рис. 8) из листовой стали толщиной 12 мм с образованием трещины вдоль образующей цилиндра длиной около 4 м. Причиной этих аварий был, конечно, большой перепад температур, поскольку температура кислоты внутри аппаратов превышала 70—80 °С. Количество вытекшей кислоты было здесь несравнимо меньшим, но вот экономические потери очень большие — из-за остановки всего производства более чем на месяц. Наконец, на Рязанском производственном объединении «Химволокно» произошла авария скруббера регенерации раствора осадительной ванны контактным способом (рис. 9). Аппарат также был установлен на открытой площадке без теплоизоляции, но с защитой корпуса листовым свинцом, полиизобутиленом, листовым асбестом и кислотоупорным кирпичем. Через год после пуска, в 1975 г., произошел отрыв днища от корпуса. Одновременно появилась и вертикальная трещина вдоль образующей цилиндра в зоне примыкания газохода к корпусу. Разрушение сопровождалось вздутием металлического корпуса, что привело к разрыву всего защитного слоя. Причиной аварии послужило химическое взаимодействие агрессивной среды с защитным покрытием.

Заканчивая отрицательные примеры разрушения, с которыми надо бороться, сформулируем некоторые проблемы, в которых позитивные аспекты разрушения могут быть использованы и которые ждут своего решения. Среди них: проведение теоретического и экспериментального анализа динамического разрушения горных пород (особенно при взрывном нагружении); определение механизмов, при которых поверхностно активные жидкости снижают износ поверхности; выявление закономерностей и создание надежных методов использования химико-механических эффектов и поверхностно-активных сред при механической обработке; изучение механизмов и технических возможностей сверхвысоких скоростей механической обработки металлов. Разрушение становится полезным при освоении естественных ресурсов, эксплуатации земных недр и морского дна, при переработке отходов и др.

Так что же, ответили мы на вопрос — что такое разрушение?, или нет? И да, и нет. Но безусловно только

одно — что истинная природа этого хорошо известного явления выяснена далеко не полностью. Катастрофы танкеров и судов, самолетов и ракет, химического оборудования и др., вызванные внезапным распространением трещин, слабое использование положительных аспектов разрушения показали недостаточность существующих классических расчетов, необходимость в новых характеристиках разрушения. Таким образом, проблема разрушения, всегда стимулировавшая научную и техническую мысль, в наши дни приобрела первостепенное значение.

Современный инженер обязан использовать всю мощь новейших научно обоснованных расчетных методов, чтобы создать прочную, безопасную конструкцию, способную надежно функционировать — стоять, летать, нырять, бурить и делать все, что от нее потребуется, в течение гарантированного срока ее службы и, кроме того, быть еще экономически выгодной. Мы уже давно не можем позволить себе такую роскошь, как Собакевич при сооружении своей усадьбы. Вспомните знакомые каждому со школьной скамьи строки Н. В. Гоголя: «Помещик, казалось, хлопотал много о прочности. На конюшни, сарай и кухни были употреблены полновесные и толстые бревна, определенные на вековое стояние».

§ 2. Прочность и сопротивление разрушению — от интуитивных представлений к научным

Пропустив рассказ о том историческом периоде, когда для повышения прочности сооружений прибегали к жертвоприношениям или помощи потусторонних сил, заметим еще раз, что с древнейших времен люди строили различные, порой крайне сложные и удивительные сооружения. Знания же о прочности и сопротивлении разрушению материалов и конструкций приобретались ими почти всегда интуитивно и в значительной степени случайно. Обратимся сразу к истокам научного подхода к вопросам прочности и разрушения, у которых стоят такие титаны эпохи Возрождения, как Леонардо да Винчи (1452—1519) и Галилео Галилей (1564—1642).

«Леонардо да Винчи был не только великим художником, но и великим математиком, механиком и инженером, которому обязаны важными открытиями самые разнообразные отрасли физики» (Ф. Энгельс, Диалектика природы). Не наша задача давать здесь оценку всему творчеству Леонардо, остановимся лишь на той стороне

его деятельности, которая прямо связана с экспериментальным периодом развития науки о сопротивлении материалов, начавшимся именно с опытов Леонардо да Винчи. Проблема разрушения оказалась исторически первой из поставленных научных проблем сопротивления материалов, а сопротивление разрушению — первой механической характеристикой, предложенной этой наукой. Леонардо да Винчи провел интересные, сознательно поставленные и весьма тщательно запротоколированные испытания на изгиб балок на двух опорах, колонн и консольных балок, а также на растяжение металлических проволок, лютевых струн и волокон из разных материалов. Им было сконструировано оригинальное приспособление (рис. 10), на котором можно было определять несущую способность проволоки. «Укрепив железную проволоку длиной два локтя на чем-нибудь так, чтобы она держалась крепко, и подвесив к ней корзину, ящик или что-то подобное, насыпать туда через малое отверстие на дне воронки некоторое количество мелкого песка. Как только проволока лопнет, отверстие воронки закроется укрепленной на ней пружиной. Падающая с небольшой высоты корзина не опрокинется. Вес песка и место разрыва следует заметить». Программа опытов предполагала испытание проволок различной длины.

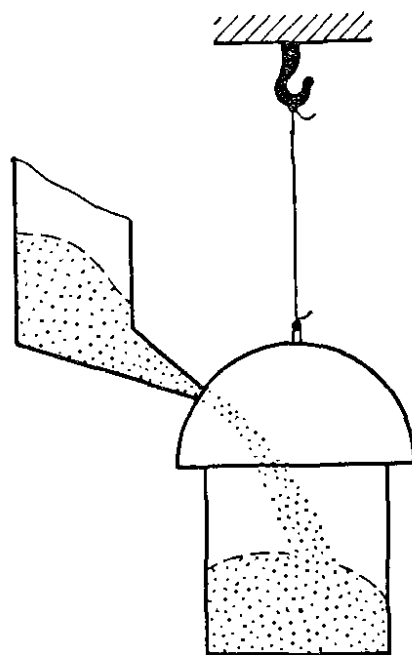


Рис. 10. Приспособление, созданное Леонардо да Винчи для определения несущей способности проволоки

К сожалению, достижения Леонардо да Винчи остались не известными следующим поколениям, и очередной значительный шаг в развитии науки о прочности и сопротивлении разрушению был сделан только более чем через столетие другим великим итальянским ученым — Галилео Галилеем. Важнейшим результатом его опытов на разрыв деревянных брусков является вывод о том, что разрушающая нагрузка растет прямо пропорционально площади поперечного сечения растягиваемого бруса и не зависит от длины бруса. Этот несколько видоизмененный результат и сейчас играет основную роль в инженерной практике расчета на прочность в

случае неоднородного напряженного состояния. Полагают, что в опытах Леонардо с железной проволокой наблюдалось некоторое уменьшение разрушающей нагрузки с ростом длины проволоки. Этот факт всегда объяснялся несовершенством экспериментов Леонардо, и только наши современники поняли, что такое снижение предельной нагрузки можно отнести за счет истинно масштабного эффекта, связанного с большей вероятностью появления (обуславливающего разрушение) опасного дефекта в проволоке большей длины. Долгие годы волновало Галилея увиденное им однажды внезапное разрушение только что построенной галеры, которая была абсолютным подобием обычной, очень надежной галеры, но отличалась от нее тем, что все элементы ее были вдвое больше. Только в возрасте 74 лет сформулировал «великий еретик» общий закон, до сих пор учитывающийся стандартными переводными коэффициентами для показателя прочности: «Если мы, отвлекшись от всякого несовершенства материи и предположив таковую неизменяемой и лишенной всяких случайных недостатков, построим большую машину из того же самого материала и точно сохраним все пропорции меньшей, то в силу самого свойства материи мы получим машину, соответствующую меньшей во всех отношениях, кроме прочности и сопротивляемости внешнему воздействию: в этом отношении чем больше будет она по размеру, тем менее будет она прочна». Проблема переноса результатов лабораторных испытаний на реальные конструкции крайне актуальна и в наши дни.

Характерно, что у Галилея прочность связана с предельным состоянием элемента, а вот как ведет себя элемент в рабочем состоянии, было еще неизвестно. Первым, кого осенила догадка о том, что твердые тела не совсем твердые, что они реагируют на приложенные к ним силы, был Роберт Гук (1635—1703). Этого страстного изобретателя отличала буйная фантазия и оригинальное мышление. Он не только сделал массу удивительных изобретений — карданную передачу, ареометр, проекционный фонарь, термометр и многое другое, — но и высказал множество идей из сферы деятельности передовых ученых его времени, а это почти всегда порождало споры о приоритете на крупные открытия, такие, как печально известная тяжба с Исааком Ньютоном о приоритете на закон всемирного тяготения. Отражением борьбы за приоритет была и вышедшая в 1676 г. рабо-

та Гука «Десять изобретений, которые я намерен опубликовать», где под заголовком «Истинная теория упругости и жесткости» стояло только «ceiinosstuv». Это анаграмма, где буквы расставлены по алфавиту, была расшифрована автором только года через три: «ut tensio sic vis» — «каково удлинение, такова и сила». На современном языке перевод латинской фразы звучит как «напряжение пропорционально деформации». Позже выяснилось, что этот закон Гука, право на который принадлежит ему безусловно, описывает только упругое поведение тел, а не поведение любых тел при произвольных нагрузках, как полагал сам Гук. «Современная» форма была придана закону Гука только лет через пятьдесят английским ученым Томасом Юнгом (1773—1829). Вместо абсолютных величин (сила и удлинение) он ввел относительные (напряжение и деформация), и тогда оказалось, что в законе Гука коэффициент пропорциональности — модуль Юнга — является упругой постоянной самого материала, а не конструкции, и характеризует его важнейшее свойство — жесткость. Краткое разъяснение затрагиваемых здесь понятий «напряжение», «деформация», «модуль упругости» и других мы отложим до следующей главы, поскольку в нашей исторической справке интересно было бы приводить оригинальные формулировки, а они порой бывают не совсем четкими. Сам Юнг в 1807 г., например, писал: «Модуль упругости какого-либо вещества представляет собой столбик этого вещества, способный произвести давление на свое основание, которое так же относится к весу, как длина столбика к уменьшению его длины». Не удивительно, что современники не приняли это одно из самых важных технических понятий. Юнга, как человека слишком далекого от практики, в это время даже отстранили от чтения лекций в Королевском институте.

Замечательные работы Галилея, Гука, Юнга, а также не упомянутые нами исследования французских ученых Эдма Мариотта (1620—1684) и Шарля Кулона (1736—1806), русских ученых Леонарда Эйлера (1707—1783) и Якоба Бернулли (1654—1705), других ученых XVII—XVIII века, изучавших поведение стержней при растяжении, сжатии, изгибе и кручении, подготовили почву для нового скачка в развитии науки о прочности, связанного с трудами знаменитых французских ученых — Луи Навье (1785—1836), Огюстена Коши (1789—1857)

и Симеона Пуассона (1781—1840), создавших классическую теорию упругости.

Вместо галилеевского принципа расчета по предельному, разрушающему состоянию стал утверждаться новый принцип рабочего состояния. Напряжения в рабочем состоянии каждого элемента предполагалось ограничить допустимыми, т. е. такими, «чтобы возникающие в нем изменения не возрастали со временем». Определение же напряженного состояния каждого кусочка вещества внутри конструкции стало возможно с помощью выведенных Навье и Коши уравнений равновесия. Оказалось, что полная картина напряжений во внутренней точке тела описывается девятью величинами: тремя напряжениями растяжения — сжатия и шестью сдвиговыми напряжениями, но они связаны шестью уравнениями равновесия, и независимых среди них, самое большее, три. Имя Пуассона обессмертили не только полученные им уравнения равновесия и колебания стержней, но и известный каждому инженеру коэффициент Пуассона, входящий наряду с модулем Юнга в «паспорт» любого упругого материала.

Соотечественнику Пуассона Адемару Жану Клоду Барре де Сен-Венану (1797—1886), создавшему теорию кручения и изгиба стержней призматического сечения, принадлежит знаменитый принцип: «Способ приложения и распределения сил по концам призм безразличен для эффектов, вызванных на остальной длине, так что всегда возможно с достаточной степенью приближения заменить приложенные силы статически эквивалентными силами, т. е. имеющими тот же полный момент и ту же равнодействующую, но с распределением точно таким, какое требуют формулы растяжения, изгиба и кручения для того, чтобы стать совершенно точными». Хотя и оригинальная формулировка звучит достаточно ясно, не в пример определению модуля Юнга, выразим принцип Сен-Венана покороче: «Способ приложения силы к торцу стержня сказывается лишь на расстоянии от торца порядка поперечного размера». Гипотеза Сен-Венана, подтвержденная затем и экспериментом, и теорией, позволила выйти из тупика, в который зашла классическая теория упругости, когда для расчетов, например, стержня требовалось задавать распределение внешнего давления повсюду на границе, в том числе и в торцевых захватах, где оно не очень хорошо и известно (рис. 11). По Сен-Венану, напряженное состояние в точках стерж-

ня, удаленных от захватов на расстояние, большее, чем его диаметр (в заштрихованных на рисунке областях), определяется только результирующей растягивающих сил.

В своем рассказе мы отметили лишь несколько важных для нас исторических моментов. Заинтересованного

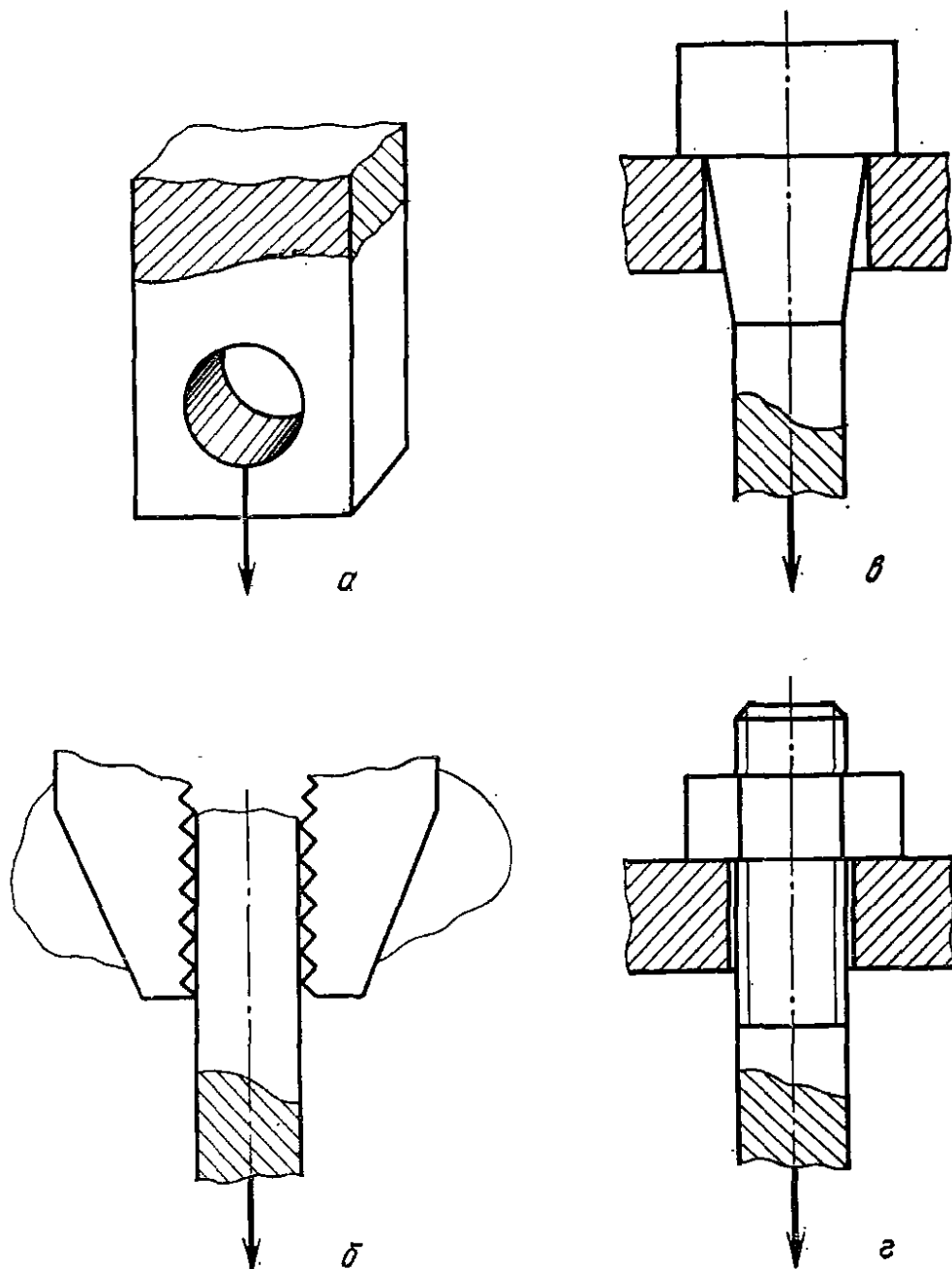


Рис. 11. Согласно принципу Сен-Венана напряженное состояние стержня в заштрихованных областях не зависит от способа закрепления его торца

читателя следует отослать к книгам по истории механики. Мы же в кратком изложении хотели подчеркнуть, что пройдя через десятки веков эмпирического и интуитивного познания прочности материалов и конструкций,

через два века экспериментального исследования материалов, человечество в XIX веке усилиями великих инженеров и ученых создало стройную теорию сплошного бездефектного упругого тела и достаточно совершенные экспериментальные методы исследования прочности и сопротивления разрушения. Но вот в нынешнем столетии наука о прочности пережила тяжелый кризис.

§ 3. Новая наука о прочности и разрушении

В XX веке катастрофические разрушения продолжались на суше, на море и в воздухе. Взрывались мощные паровые котлы, разрушались громадные военные корабли и пароходы, хотя рассчитаны они были по всем правилам современной науки о прочности, науки, которая, казалось, достигла совершенства. Попытки установить истину в натурном эксперименте объяснения не давали. Так, в 1903 г. британские ученые провели испытание настоящего эскадренного миноносца на прочность. Миноносец «Вулф» был заведен в сухой док и поставлен сначала на одну подпорку посередине, а затем на две по краям, как будто бы в шторм он оказался на гребне одной волны или двух волн. После этого испытания были продолжены в открытом море во время жесткого шторма. Оказалось, что в течение всего эксперимента приборы не смогли обнаружить напряжений выше 90 МПа, а прочность корабельной стали составляла тогда примерно 390—440 МПа. Такой же запас прочности следовал из расчетов по теории балок, но утешение в этом было слабое, поскольку отмечались случаи, когда ломались пополам пароходы, максимальное напряжение в корпусах которых не превышало по расчетам одной трети от предела прочности стали.

Накапливавшийся печальный опыт показал, что опасными местами корпуса корабля являются различные люки, отверстия и вырезы, — именно вокруг них появлялись трещины, которые от неравномерной загрузки трюма или от удара волны могли со скоростью пули перерезать судно надвое, и оно тонуло так быстро, что свидетели катастрофы догадывались об этом по скрещенным мачтам, мелькнувшим в последние мгновения над волнами. Инженеры-мостостроители, в свою очередь, подтверждали, что заклепки всегда разрушаются в местах резкого изменения сечения при переходе от стержня к головке, и рекомендовали применять изобретенные в Германии заклеп-

ки с плавным коническим переходом. К подобному же выводу и тоже чисто экспериментально приходили и инженеры-транспортники, хотя предмет их огорчений — оси железнодорожных вагонов и паровозов — ломались в условиях усталостного разрушения, связанного с тем, что при вращении они подвергаются циклически повторяющемуся изгибу. Инженеры-кораблестроители пытались учитывать отверстия в расчетах и усиливать края отверстий, исходя из того, что напряжение есть сила, деленная на площадь сечения, а значит, при уменьшении сечения за счет отверстия напряжения в нем растут обратно пропорционально площади ослабленного сечения. К их сожалению, такой подход оказался совершенно недостаточным, а теория, отставшая на данном этапе от практики, смогла дать объяснение загадочного коварства отверстий лишь к началу XX века.

В 1898 г. немецкий механик Г. Кирш, решив задачу об одноосном растяжении прямоугольной пластинки с малым круговым отверстием (рис. 12), обнаружил резкий пик напряжений в точках А на краю отверстия. Напряжения там втрое (!)

превышали напряжения в точках, удаленных от края отверстия, или напряжения в сплошной пластинке, нагруженной теми же силами. Бытовавшие же в то время инженерные методы расчета занижали оценку опасных напряжений почти в три раза, поскольку малое отверстие почти не снижает площадь поперечного сечения. Еще более удивительные результаты были получены при решении сложной задачи о растяжении пластинки с эллиптическим отверстием

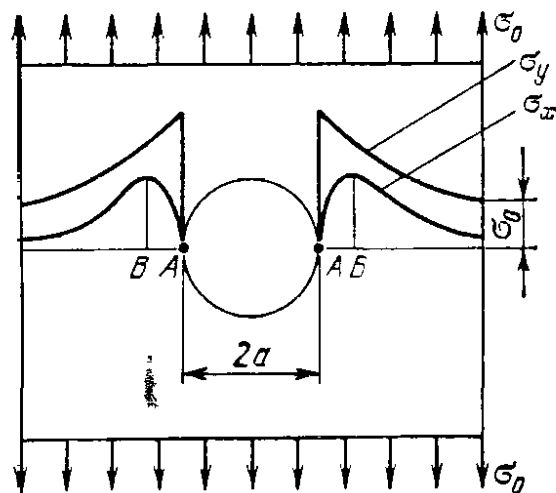


Рис. 12. Решение Кирша: на контуре малого кругового отверстия напряжения в 3 раза превышают напряжения в удаленных точках

с эллиптическим отверстием (рис. 13), которое было получено впервые талантливым русским ученым Г. В. Колосовым в 1909 г. Однако работа Колосова была опубликована в небольшом эстонском городе Юрьеве (теперь это Тарту), на Западе она до сих пор малоизвестна, и там ссылаются на статью английского ученого К. Инглиса, хотя она вышла только

в 1913 г. в Трудах Королевского института корабельных инженеров. Так что же показало решение Колосова-Инглиса? Оказалось, что наиболее опасные пиковые напряжения определяются кривизной отверстия, и у вершин А, где кривизна максимальна, могут достичь значений,

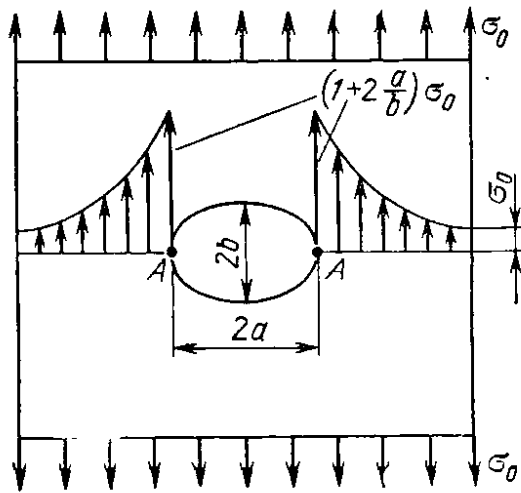


Рис. 13. Решение Колосова — Инглиса: в вершинах малого эллиптического отверстия напряжения могут превышать во много раз, например, для эллипса с отношением полуосей $a/b = 3$ напряжения превышаются в $1 + 2 \cdot \frac{a}{b} = 7$ раз

во много раз превышающих значения напряжений в сплошной пластинке. Зона повышенных напряжений, называемых местными, в соответствии с принципом Сеп-Венана имеет малые размеры, сравнимые с размером зоны резкого изменения границы. Благодаря профессору Инглису в практику расчетов на прочность вошло понятие «концентрации напряжений». Число, показывающее, во сколько раз местные напряжения превышают номинальные, называется коэффициентом концентрации напряжений и опре-

деляется формой выреза и свойствами материала. Самая опасная ситуация возникает у острых вырезов в хрупких материалах.

Чисто математические выводы о концентрации напряжений были встречены, как это часто бывает, с изрядной долей скептицизма в среде инженеров-практиков (путь к современной науке о прочности и здесь не был гладким). Кроме того, еще одно весьма острое противоречие стояло на этом пути. Попробуем в нем разобраться. Допустим, нас заинтересовал вопрос о прочности какого-нибудь материала. Зная, например, силы сцепления, связывающие два атома в твердом кристаллическом теле, можно определить прочность материала путем строгого расчета. Таким образом, мы получим так называемую *теоретическую прочность*. А можно изготовить образец из того же материала и определить значение прочности экспериментально. Прочность, определенную таким путем, принято называть *технической*. Так вот, оказалось, что техническая прочность значительно (в де-

сятки и сотни раз) меньше теоретической. Чем же объяснить столь резкое различие? В 1920 г. академик А. Ф. Иоффе ответил на этот вопрос несложным и эффективным опытом. Берется кристалл каменной соли. Экспериментально измеряется его прочность, как правило, равная нескольким десяткам МПа. Затем кристалл погружается в горячую воду, в которой растворяется поверхностный слой некоторой толщины. Затем вновь измеряется прочность кристалла. На этот раз она оказывается намного более высокой — около 2000 МПа, что лишь в два раза меньше теоретического значения прочности. Вывод напрашивается сам собой. Лишившись поверхностного слоя, кристалл освободился и от многочисленных ран, которые накопил на своих боках за долгую жизнь, — щербин и царапин, трещин и других более мелких поверхностных дефектов. В них-то, очевидно, и заключалась причина былой непрочности кристалла.

Итак, совершенство структуры кристалла — гарантия повышенной прочности, близкой к теоретической. Следуя этой идее, удалось поднять потолок прочности до значений порядка 10 000 МПа, что до сих пор было незнакомо технике. В тридцатых годах академики А. П. Александров и С. Н. Журков на стеклянных нитях достигли прочности в 5900 МПа, а на кварцевых нитях — в 12 700 МПа (рис. 14). В пятидесятых годах в Физико-техническом институте АН СССР имени А. Ф. Иоффе, в лаборатории А. В. Степанова были получены нитевидные монокристаллы («усы») некоторых металлов с прочностью около 9800 МПа. Под руководством Ф. Ф. Витмана прочность оконного стекла была поднята до 4900 МПа — против прежних 50 МПа. Высокая (до 5900 МПа) прочность была достигнута в лаборатории академика С. Н. Журкова на ориентированных полимерах. Таким образом, было наглядно показано, что «исправление» дефектной структуры кристаллов увеличивает их прочность на несколько порядков и приближает ее к теоретическому значению.

Эксперименты по упрочнению кристаллов, а также многочисленные случаи преждевременного разрушения конструкций и сооружений при напряжениях, значительно меньших расчетных, показали недостаточность развитых представлений о прочности как о постоянной материала. Поэтому в исследованиях прочности появилось новое направление, в основе которого лежит детальное изучение самого процесса разрушения. Согласно новому

подходу, так как разрушение происходит в результате развития реальных дефектов, при оценке прочности нужно учесть имеющиеся в теле трещины и определить их влияние на прочность.

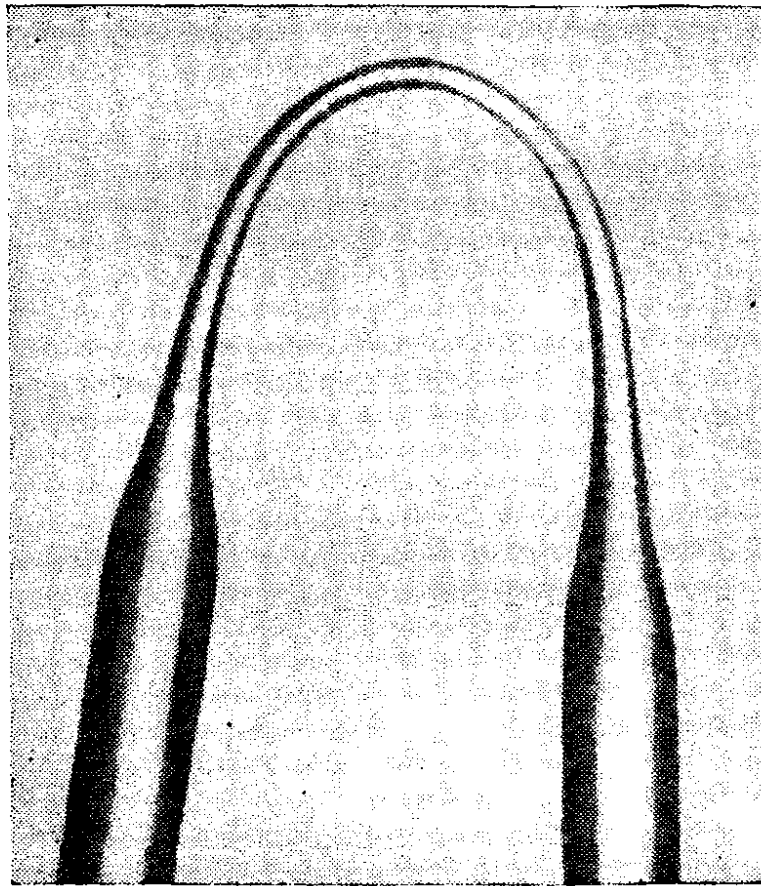


Рис. 14. Кварцевую нить можно изогнуть таким образом. Напряжения в ней при этом превысят 4900 МПа

Новое направление в механике разрушения связывают с именем молодого английского ученого из Авиационного исследовательского центра в Фарнборо А. А. Гриффитса (1893—1963). Основные результаты Гриффитса опубликовал в 1920 г., когда ему было только 27 лет. Гриффитс попытался достичь теоретической прочности в опытах на разрыв свежевывянутых тончайших стеклянных волокон и установил, что с уменьшением диаметра волокон их прочность резко возрастает (рис. 15) и становится сравнимой с теоретическими оценками. Сильное отличие прочности подавляющего большинства реальных твердых тел от теоретической Гриффитс объяснил наличием в них трещин, быть может, и невидимых, но значительно превышающих по размеру межмолекулярные расстояния. Основная заслуга

английского ученого состоит в том, что он связал причины развития в теле трещины с процессами накопления и освобождения в нем энергии деформаций. Великолепной была и идея распространения математических

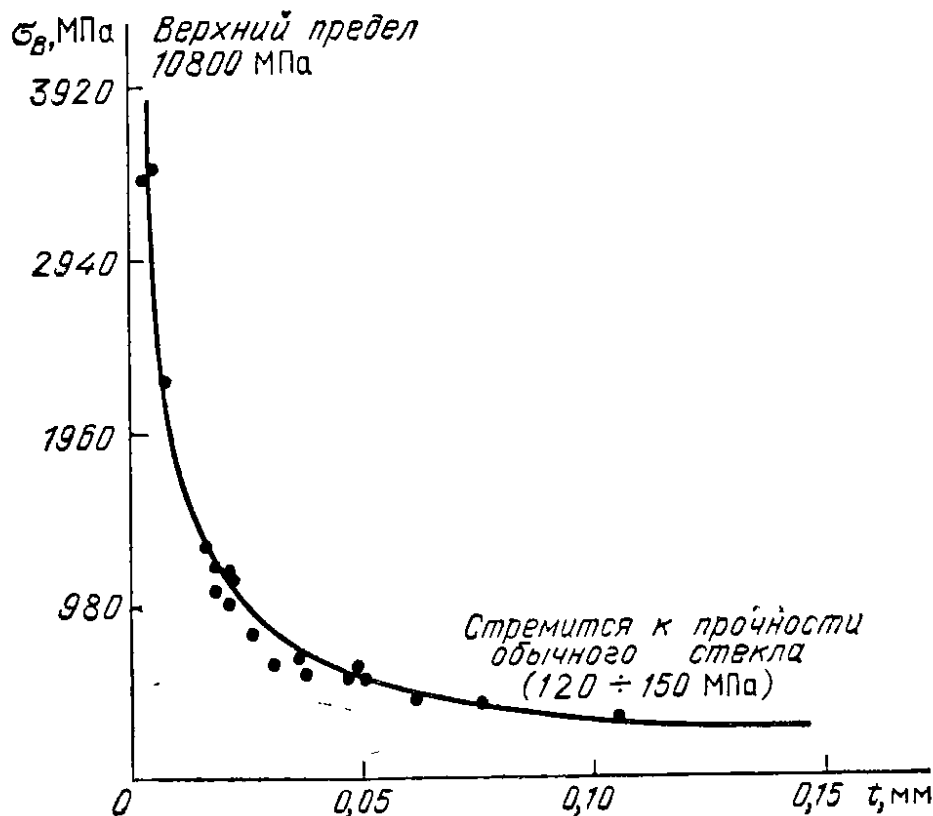


Рис. 15. Такая зависимость между прочностью σ_v стеклянных волокон и их толщиной была обнаружена Гриффитсом

расчетов Инглиса о концентрации напряжений у корабельных люков на дефекты микроскопических размеров: Гриффитс понял, что для роста трещины необходимо затрачивать работу на образование новых поверхностей материала, пропорционально длине трещины *) l , т. е. cl (для хрупкого материала c — постоянная материала, определяемая его физико-механическими свойствами) (рис. 16). При этом в процессе распространения трещины будут разгружаться заштрихованные на рисунке области, прилегающие к трещине **), и будет освобож-

*) Примем для простоты, что речь идет о плоской сквозной трещине в пластинке единичной толщины. В таком случае площадь поверхности трещины равна $2 \cdot 1 \cdot l$ (так как у трещины два берега).

**) Понятие зоны существенной разгрузки представляется весьма неопределенным. Если рассматривать найденную в расчете или эксперименте картину напряженно-деформированного состояния, то одним покажется, что наиболее существенное понижение напряжений происходит приблизительно в квадрате, диагональю которого является трещина (площадь квадрата $(1/2)l^2$), другим же — что разгрузка проявляется в основном внутри круга, постро-

даться энергия деформации, пропорциональная их площади, т. е. квадрату длины: $kl^2 = (kl) \cdot l$ (решение Инглиса понадобилось Гриффитсу для вычисления константы k). Для малых трещин, рассуждал Гриффитс, для которых $kl < c$, освобожденной энергии недостаточно для

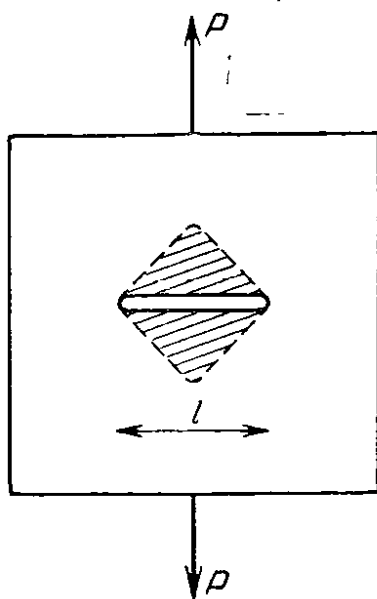


Рис. 16. При распространении трещины разгружается материал в прилегающих к ней (заштрихованных) областях, освободившаяся энергия стекает в вершины трещины и расходуется там на разрушение материала

разрыва материала. Для больших же, когда $kl > c$, энергии этой хватит на разрыв, и трещина рванется вперед с громадной скоростью, если материал хрупкий.

Правильность теоретических выводов А. А. Гриффитса подтвердил экспериментально на стеклянных сферических колбах и цилиндрических трубках, на которые наносилась трещина и в которых создавалось (с помощью сжатого воздуха) внутреннее давление. Выбор стекла в качестве материала, наиболее точно подтверждающего теорию А. А. Гриффитса, не случаен. Этот важнейший материал (наиболее распространенный после металла и дерева) очень хрупок, деформируется упруго вплоть до разрушения, что оправдывает использование упругого решения К. Инглиса. В ходе эксперимента измерялись внутреннее давление и длина трещины в момент ее срагивания, которое всегда заканчивалось разрушением стеклянной колбы или трубки на мелкие осколки*).

Гриффитс сумел сформулировать два условия, каждое из которых является необходимым для распростра-

енного на трещине как на диаметре (площадь круга $(\pi/4)l^2$), третьи увидят что-то другое. Однако все наверняка согласится с тем, что площадь зоны разгрузки можно подсчитать, умножив l^2 на множитель порядка единицы.

*) Объяснение такого характера разрушения читатель найдет в гл. III.

нения трещины, достаточным же для роста трещины является одновременное выполнение этих двух условий. Первое условие заключается в том, что процесс роста трещины должен быть энергетически выгодным, а второе условие относится к существованию микромеханизма, способного осуществить преобразование запасенной энергии (именно наличие такого механизма преобразования энергии и отличает хрупкие материалы от вязких). У автомобиля, спускающегося с горы, должны быть не удерживаемые тормозами колеса для того, чтобы происходило преобразование запасенной в нем потенциальной энергии в кинетическую.

Иллюстрацией происходящего преобразования энергии, запасенной в твердом теле с помощью автомобиля без тормозных колодок, разумеется, весьма примитивна. А вот другой пример: недавно нам удалось, используя изоморфизм явлений и, в частности, аналогию между напряженным и электрическим состояниями, создать оригинальную теорию электрического пробоя диэлектрика (см. об этом в § 32).

Конечно, можно привести множество и более сложных примеров, в которых усматривается аналогия с преобразованием энергии при хрупком разрушении. Но главное здесь не в этом. Главное в том, что для любых видов энергии (хорошо известных со школьных лет механической, электрической и модпой в последнее время энергии биополя) процесс преобразования должен быть подготовлен достаточной концентрацией энергии, которая расходуется на качественное преобразование объекта. Здесь безусловно уместно вспомнить об общефилософских законах перехода количества в качество.

Не буду настаивать на том, что такие аналогии являются прямыми, без которых невозможны исследования в сфере естественных наук. Вернусь к теории Гриффитса, которая одними специалистами была встречена весьма скептически (что может быть и естественно для новых теорий) и вызвала кратковременный интерес у других. Даже сам автор постепенно охладел к проблеме хрупкого разрушения и никогда впредь к ней не возвращался. Отчасти причиной забвения послужило то, что классическая концепция хрупкого разрушения Гриффитса была связана только с такими хрупкими материалами, как стекла, а металлы оставались вне сферы ее применимости. Правда, вряд ли бы Гриффитс сумел создать эту теорию, если бы он взял для своих опытов не стекло,

а какой-то другой материал, где хрупкое разрушение не проявлялось бы в таком чистом виде, а сопровождалось текучестью, вязкостью, ползучестью и другими явлениями.

Следующий значительный шаг в трудном пути становления современной механики разрушения связан с экспериментальными исследованиями английского ученого Дж. Ирвина (1948 г.) и венгерского ученого Е. Орована (1950 г.), предложившими использовать теорию Гриффитса для квазихрупкого *) разрушения металлов и неметаллов, когда все необратимые процессы пластических деформаций происходят лишь в малой окрестности вблизи вершины трещины. Достаточно только в теории Гриффитса константу, равную поверхностной энергии материала, заменить на удельную работу пластических деформаций (последняя может в сотни и тысячи раз превосходить первую), и тогда теория Гриффитса окажется полезной для многих распространённых материалов. Но к этому поразительно простому и ясному выводу Джордж Ирвин пришел в итоге почти десятилетних раздумий. Еще до второй мировой войны профессор Ирвин, начав работу в научно-исследовательской лаборатории Военно-морских сил, участвовал в баллистических испытаниях плит из корабельной стали. Главными специалистами на полигонах были тогда металлурги, подходившие после выстрела к мишени и старательно зарисовывавшие вмятину в плите и откол на обратной стороне плиты. Именно участие в таком ритуале (подобном рисованию листьев и амёб у биологов) способствовало, по словам Ирвина, зарождению у него стойкого интереса к проблеме разрушения, который не покидал его никогда и благодаря которому он внес в механику разрушения неопределимый вклад. Вместо того, чтобы рассматривать общий энергетический баланс всего тела, Ирвин занялся изучением поля напряжений в непосредственной близости от конца трещины, куда стекает энергия и где возникает драматическая картина хрупкого или почти хрупкого разрушения. Воспользовавшись известными к тому времени решениями задач, Ирвин показал, что единственным параметром, определяющим напряженное состояние концевой зоны, является так называемый коэффициент интенсивности напряжений. Это понятие для современной механики разрушения явилось

*) Подробнее об этом понятии мы поговорим позже.

фундаментальным. Критическое значение коэффициента интенсивности, характеризующее сопротивление материала разрушению, заняло в инженерной практике одно из главных мест среди характеристик материала наряду с модулем упругости или коэффициентом Пуассона. Силовой подход Ирвина, адекватный в принципиальном отношении энергетическому подходу Гриффитса, позволил обойти почти непреодолимые вычислительные трудности, с которыми приходилось сталкиваться до конца 50-х годов при решении задач в рамках концепции Гриффитса.

В дальнейшем, разумеется, оказалось, что трудности в познании проблемы разрушения растут гораздо быстрее, чем того хотелось бы, — чем глубже в лес... Однако, существование таких явлений, для объяснения которых теория Гриффитса — Ирвина (названная *линейной механикой разрушения*) непригодна, как раз и подчеркивает ее значение как некоторой предельно простой теории по отношению к другим, более всеобъемлющим, но намного более сложным. Линейная механика разрушения приняла в целом законченную форму и заняла в бурно развивающейся механике разрушения такое почетное место, как, допустим, теория упругости в механике деформируемого твердого тела.

Беседе о современном состоянии механики разрушения, ее принципах, возможностях практического применения и посвящены все главы книги, кроме следующей, в которой содержатся сведения из механики деформируемого твердого тела, необходимые в дальнейшем. После длительных колебаний автор, не в пример большинству популярных книг, решился использовать для объяснений некоторые формулы, даже те (немногие из них), которые содержат производные и интегралы. Мне кажется, что лучше все-таки привести поучительную формулу, имеющую ясный физический смысл, чем пускаться в многословные рассуждения. Итак, сделав такую оговорку, собравшись с духом и соблюдая меру, пойдем дальше..

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО
ТВЕРДОГО ТЕЛА

§ 4. Сплошная среда

В 1822 и 1823 гг. великими Навье и Коши были представлены в Парижскую академию научные трактаты, или, как их тогда называли, мемуары, положившие начало двум подходам к рассмотрению механических свойств твердых тел. Первый, основанный на рассмотрении тела как системы взаимодействующих между собой молекул, привел к довольно строгим физическим теориям механических свойств кристаллов различного строения. Второй же, так называемый *континуальный подход*, заключался в замене реального тела воображаемой сплошной средой, непрерывно заполняющей пространство. Уравнения равновесия ее были получены Коши с помощью предложенного Эйлером метода выделения элементарного объема и рассмотрения действующих на него сил. Для описания поведения сплошной среды постулируются определяющие уравнения. Полученная модель такой среды считается пригодной для расчета процессов в некоторых реальных телах, если результаты этого расчета с достаточной точностью соответствуют результатам макроскопического эксперимента, в ходе которого измеряются механические величины, входящие в уравнения. Такие модели называются *феноменологическими*, они составляют основу механики сплошных сред.

Физикам больше нравится первый подход, они считают теории, в которых фигурируют атомы и молекулы, более адекватными реальной действительности. Возможно, это дело вкуса, однако не следует забывать, что в теории мы имеем дело не с самим атомом, а с некоторой его моделью, более или менее точно описывающей поведение реального объекта. Так что феноменологический подход не менее честен, чем молекулярный. Важно только помнить о гипотезах, положенных в основу модели, и о пределах ее применимости. Так, сама гипотеза континуума (т. е. сплошной среды) теряет справедливость, если речь

идет об объектах, размеры которых приближаются к молекулярным, например, о таком важном для механики разрушения понятии, как вершина трещины. Позже мы увидим, что модель упругого тела предсказывает бесконечные напряжения в вершине острого разреза. К такому предсказанию, разумеется, следует относиться критически, оно является лишь следствием принятых гипотез. Однако сама модель в целом будет иметь полное право на существование, если она правильно описывает то, что она должна описывать, а именно разрушение тела с разрезом, предельные нагрузки, скорости распространения трещин и долговечность тела с трещиной. Понимание физики процесса бывает полезным и для механики, иногда оно может подсказать выбор надлежащей феноменологической модели или же указать границы ее применимости. «Для построения механической теории данные макроэксперимента достаточны, тогда как обращение к физике может быть полезно в качестве наводящего соображения», — говорил академик Ю. Н. Работнов.

Если одинаковые объемы среды имеют одинаковые свойства, то такую среду называют *однородной*. Аморфный материал (например, стекло) очевидно является однородным, а вот технические сплавы являются поликристаллическими (рис. 17), и возникает вопрос, а можно ли их моделировать однородной сплошной средой? Здесь не существует однозначного ответа, все зависит от того, какую задачу мы решаем. Если необходимо оценить возможность образования микротрещин в стыках зерен, следует решать задачу для неоднородного тела, состоящего из нескольких кристаллических зерен разпой ориентации. Но если нам предстоит рассчитать прогиб стержня от действия определенной силы, то можно моделировать стержень однородной сплошной средой, поскольку его длина и толщина, измеряемые, например, сантиметрами, велики по сравнению с размерами зерен (измеряемыми сотыми долями миллиметра), и ошибка от замены реального материала сплошной средой не должна быть существенной. Подобные проблемы возникают у механиков, имеющих дело с деталями из композитных материалов, например, из стеклопластика, полученного намоткой пучков стекловолокон с последующей пропиткой эпоксидной смолой (рис. 18). Решая задачу о действии внутреннего давления на стеклопластиковую трубу, они используют модель эквивалентной однородной сплошной среды, а переходя к анализу расслоений между волокном и смо-

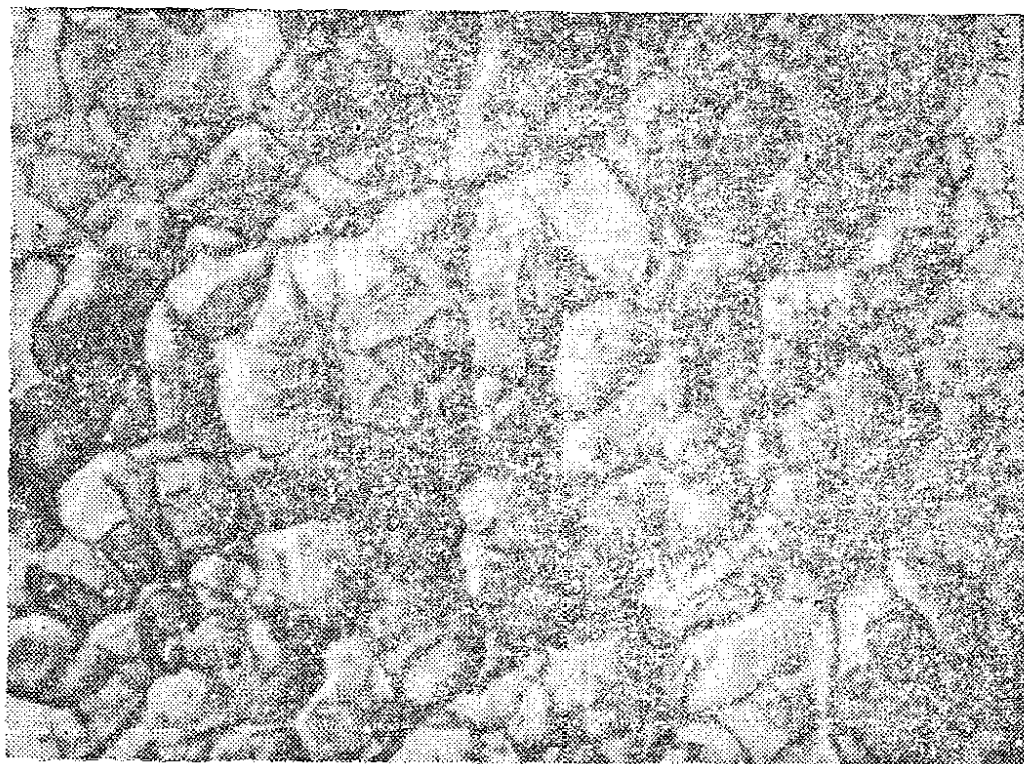


Рис. 17. Структура поверхности разрушения мар-
тенситно-старяющей стали

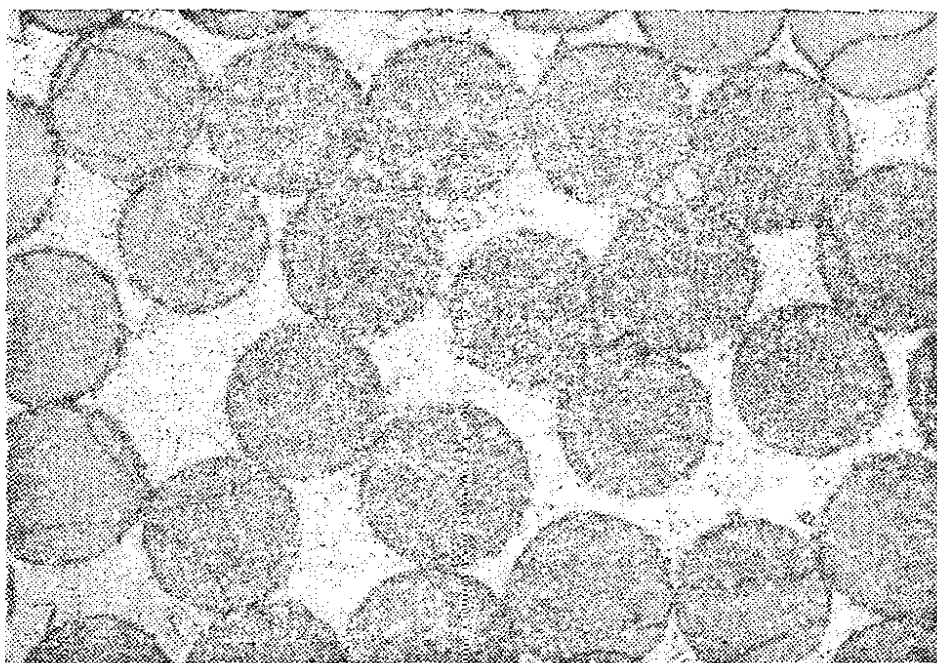
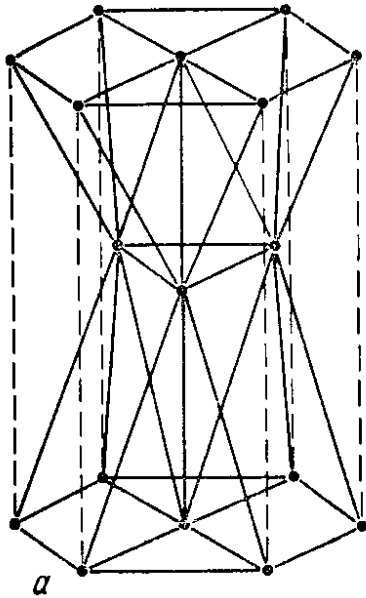


Рис. 18. Поперечное сечение волокистого компо-
зита

лой или обрывов волокон, начинают решать задачи об одном волокне, погруженном в однородную среду, свойства которой такие же, как у смолы или же у композита в целом,— все зависит от плотности укладки волокон. Такие процедуры напоминают исследования с помощью микроскопа при различных увеличениях и называются, кстати, «принципом микроскопа».

Если свойства образца, вырезанного из материала, зависят от того, в каком направлении он был вырезан,



то такой материал называют *изотропным*. Если же зависимость от ориентации имеет место, то говорят, что материал *анизотропный*. Можно говорить об анизотропии упругих, пластических, электрических, тепловых и прочих свойств материала. Все кристаллы анизотропны, их анизотропия определяется структурой кристаллической решетки (рис. 19). Поликристаллический металл макроскопически изотропен, поскольку зерна его ориентированы хаотически. Однако при прокате зерна могут

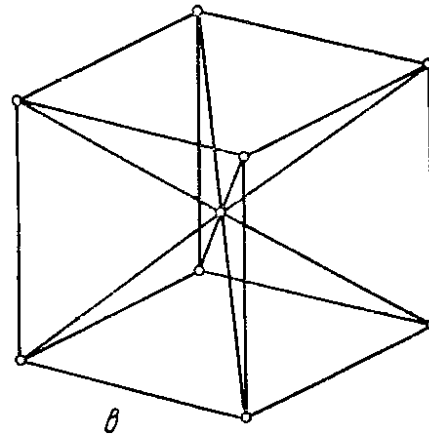
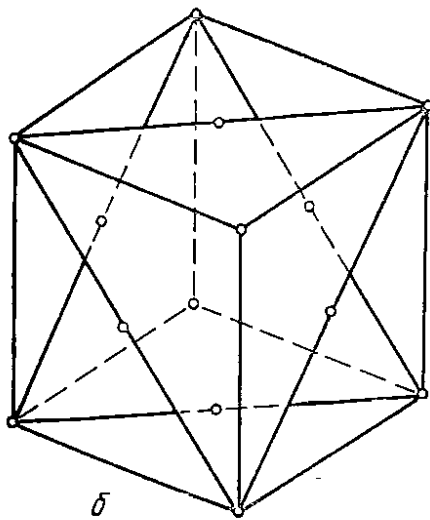


Рис. 19. Типичные кристаллические структуры металлов: а) гексагональная плотная упаковка (например, магний, цинк); б) кубическая гранецентрированная (например, алюминий, медь, свинец, аустенитные стали); в) кубическая объемноцентрированная (например, хром, молибден, ванадий)

деформироваться в направлении прокатки, и металл становится макроскопически анизотропным, хотя это в основном относится к пластическим, а не к упругим свойствам. В макроскопическом смысле анизотропии, разумеется,

древесина и волокнистые композиты, причем в зависимости от технических потребностей анизотропией последних можно управлять, меняя направления укладки волокон. Наконец, для расчета, допустим, применяемой в авиа- и ракетостроении оболочки с подкрепляющим каркасом из колец-шпангоутов и продольных ребер-стрингеров практикуется замена реальной оболочки на эквивалентную, однородную, но, конечно же, анизотропную оболочку. Такая анизотропия условно называется *конструктивной*. Проблема определения параметров эквивалентной однородной сплошной среды возникла довольно давно, чуть ли не со времен Пуассона, и решалась зачастую полуэмпирическими и полуинтуитивными методами, и только в последнее время стали бурно развиваться математически строгие методы осреднения периодических неоднородностей.

§ 5. Напряжения и деформации

Говорят, что существуют три предмета, в которых каждый человек считает себя вполне разбирающимся,— это философия, живопись и медицина. Вероятно, близко к ним стоит и сопротивление материалов. С прочностью каждый знакомится в детстве, с понятиями «упругость» и «жесткость» в их обыденном смысле мы сталкиваемся повседневно, а если вы в гостях заикнетесь о стрессе, что на русский язык переводится как напряжение, то разговорам не будет конца. Однако научные понятия напряжения и деформации человечество выстрадало.

К счастью, в средневековье наука о прочности в идеологическом отношении считалась относительно безопасной, и Галилей избрал именно ее предметом своих занятий после отлучения от астрономии. Он ближе всех подошел к представлению о напряжении, вернее, о разрушающем напряжении, обнаружив пропорциональность между разрывающей силой и площадью поперечного сечения растягиваемого стержня. Но только почти через два столетия сила была поделена на площадь, а частное названо напряжением. Сделал это Огюстен Коши, причем он впервые понял, каким образом можно описать внутреннее напряженное состояние тела в любой точке при любом способе нагружения, а не только в момент разрушения.

Для объяснения этого проведем, как предполагал еще Эйлер, в теле разрез, тогда для сохранения равнове-

сия придется к поверхности разреза приложить те силы, которые действовали в теле на месте разреза. Этот кажущийся нам довольно элементарным прием является могучим средством анализа внутреннего состояния тела. Разумеется, разрезы мы будем проводить мысленно, тогда от наших упражнений ущерба никакого не будет.

Так, поперечный разрез растягиваемого силой S бруса позволяет установить, что в любом его сечении действуют *напряжения* $\sigma = S/A$, которые называют *нормальными*, поскольку они направлены по нормали к поверхности (рис. 20), измеряют напряжения в тех же единицах, что и давление жидкости, например в технических единицах кгс/см² или кгс/мм², часто используют

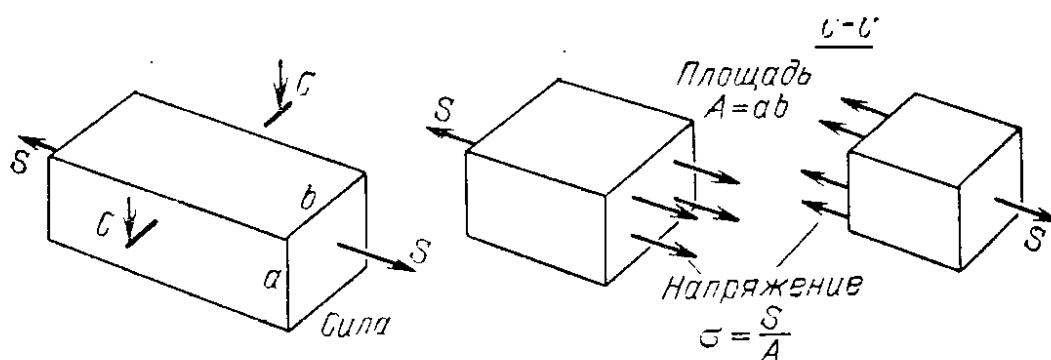


Рис. 20. Так определяют напряжения в растягиваемом брусе
 (напряжение = $\frac{\text{сила}}{\text{площадь сечения}}$)

единицы системы СИ — МН/м² (меганьютоны на квадратный метр, «мега» означает миллион, а «Н» — ньютон). Один *ньютон* равен приблизительно 102 граммам, т. е. весу небезызвестного яблока, так что 1 МН/м² = 10,2 кгс/см² = 0,102 кгс/мм². Отметим также, что в системе СИ употребляется и другая единица напряжения Па (*паскаль*), причем 1 Па = 1 Н/м² и соответственно 1 МПа (*мегапаскаль*) = 1 МН/м². Обычно считают растягивающее нормальное напряжение положительным, а сжимающее — отрицательным. Для каменной кладки, например, растягивающие напряжения, считающиеся положительными, — величайшее зло, с которым боролись поколения инженеров и строителей.

Если рассечь стержень наклонной плоскостью, то внутренние силы на месте разреза будут иметь в общем случае не только нормальную составляющую, но и касательную, направленную вдоль плоскости разреза. *Касательным напряжением* называют отношение касательной

силы к площади сечения. Обозначив \mathbf{n} — вектор единичной нормали к сечению, α — угол наклона \mathbf{n} к оси стержня, σ_n — нормальное и τ_n — касательное напряжения в

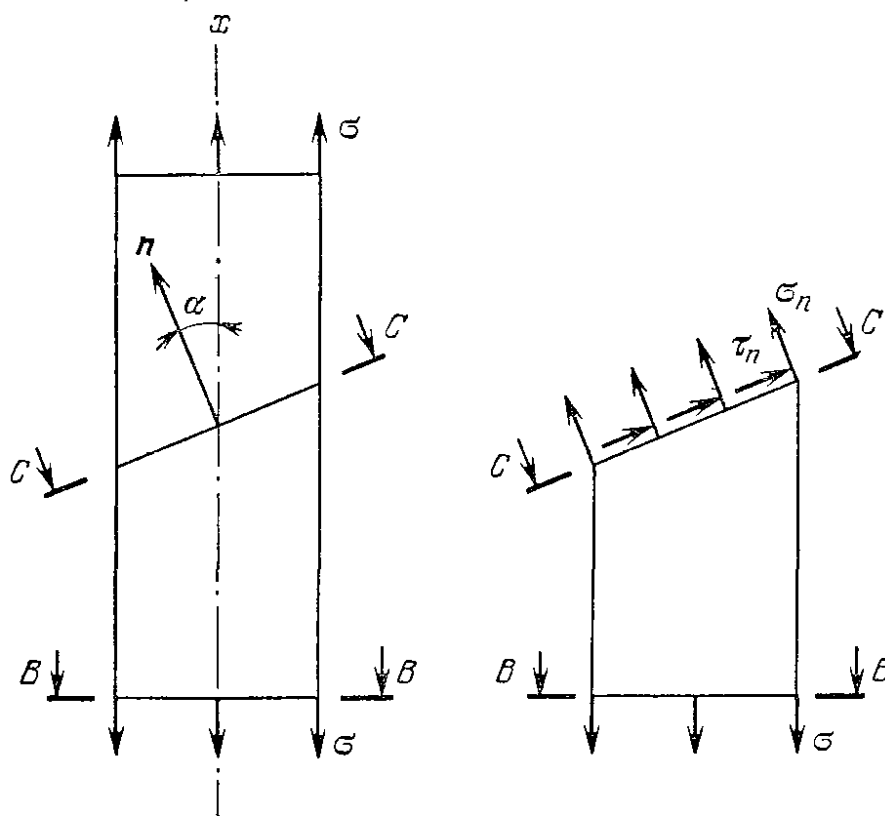


Рис. 21. Вычлeнение напряжений в наклонном сечении стержня при одноосном растяжении (вид сбоку)

наклонном сечении (рис. 21), получим *) из условий равновесия части стержня:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma \cos^2 \alpha = \sigma \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}, \\ \tau_n &= \sigma \sin \alpha \cos \alpha = \sigma \frac{\sin 2\alpha}{2}.\end{aligned}\tag{1}$$

Из формул (1) следует, что в сечениях, наклоненных к оси под углом $\pm 45^\circ$, действуют касательные напряжения, величина которых максимальна: $\tau_{\max} = \pm \sigma/2$ (знак касательного напряжения выбирается также условно). Этим объясняется, что многие твердые вещества разрушаются

*) Вывод формул (1) можно найти в любом учебнике по сопромату. Для вывода следует сравнить усилия, действующие в поперечном сечении $B-B$ (площадью A) и в наклонном сечении $C-C$ (площадью $A/\cos \alpha$). В сечении $B-B$ осевые напряжения равны σ , следовательно, в сечении $C-C$ они равны $\sigma \cos \alpha$. Проектируя их на нормаль к площадке $C-C$, получим $\sigma_n = (\sigma \cos \alpha) \times \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha$. Проектируя их на касательное направление, получим $\tau_n = (\sigma \cos \alpha) \sin \alpha = \sigma \sin \alpha \cos \alpha$.

при сжатии именно путем скольжения, вызванного касательными напряжениями под углом около 45° к оси сжатия (рис. 22).

Более сложный случай двухосного растяжения пластинки (рис. 23) можно рассматривать как наложение

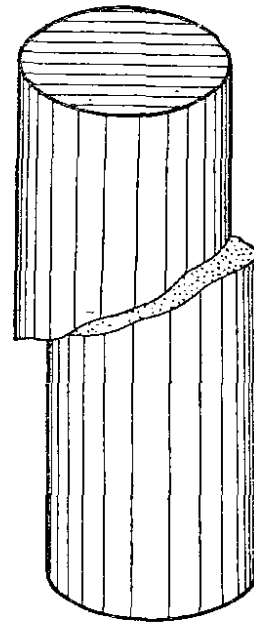


Рис. 22. Разрушение хрупкого чугунного цилиндрика при сжатии происходит по плоскости, в которой касательные напряжения максимальны

двух простых растяжений вдоль осей 1 и 2, параллельных сторонам пластинки. Если σ_1 и σ_2 — напряжения,

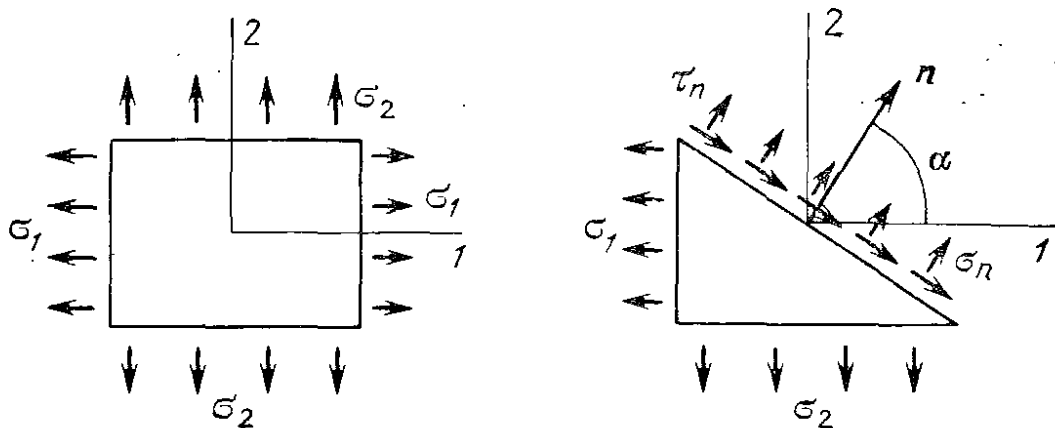


Рис. 23. Вычисление напряжений в наклонном сечении при двухосном растяжении

действующие вдоль осей 1 и 2, то на произвольной наклонной площадке

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha, \\ \tau_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (2)$$

Очевидно, и здесь на площадках, наклоненных под углом в $\pm 45^\circ$ к осям растяжения, действуют касательные

напряжения максимальной величины

$$\tau_{\max} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

В самом общем случае плоского напряженного состояния прямоугольный элемент пластинки (рис. 24) подвергается действию нормальных напряжений σ_x и σ_y вдоль осей x и y и касательных напряжений τ_{xy} и τ_{yx} .

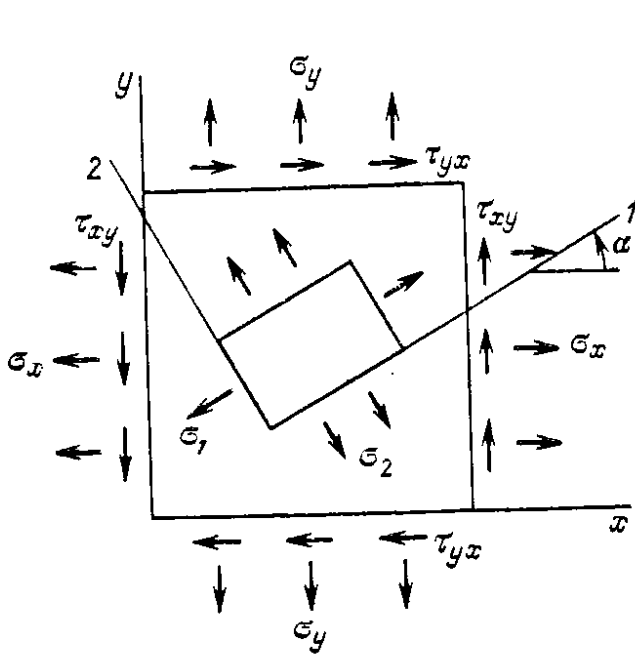


Рис. 24. Напряженное состояние прямоугольного элемента пластинки

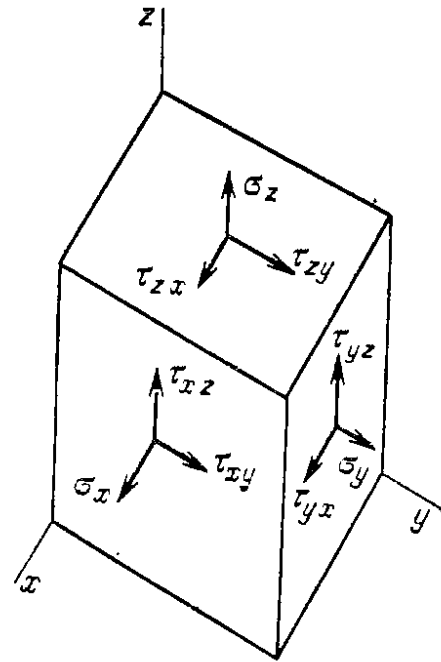


Рис. 25. Пространственное напряженное состояние элементарного кубика

Из равенства нулю суммарного момента сил можно вывести открытое Коши *правило парности напряжений* $\tau_{xy} = \tau_{yx}$. Используя снова прием Эйлера, можно установить, что всегда найдутся два взаимно перпендикулярных направления 1 и 2, относительно которых происходит только двусосное сжатие — растяжение без сдвига. Соответствующие напряжения σ_1 и σ_2 называются *главными напряжениями*, а оси 1 и 2 — *главными осями*. Связь σ_x , σ_y и τ_{xy} с главными напряжениями выражается формулами

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha, \\ \sigma_y &= \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha, \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (3)$$

Разумеется и здесь наибольшие касательные напряжения

действуют на площадках, наклоненных под углом 45° к главным осям.

В самом общем пространственном случае напряженное состояние описывается шестью величинами — нормальными напряжениями σ_x , σ_y , σ_z и касательными напряжениями τ_{xy} , τ_{xz} и τ_{yz} (рис. 25), здесь также действует закон парности касательных напряжений $\tau_{yx} = \tau_{xy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$, $\tau_{zy} = \tau_{yz}$. Существуют три взаимно перпендикулярные главные оси, в которых отличны от нуля только три нормальных напряжения σ_1 , σ_2 и σ_3 . Максимальные касательные напряжения, равные полуразностям главных напряжений, действуют в плоскостях, наклоненных под 45° к координатным плоскостям в главной системе координат.

Коши вывел уравнения равновесия между внутренними силами (напряжениями) и внешними объемными силами, например силой тяжести. Составим баланс сил для элемента стержня, лежащего между сечениями с координатами x и $x + \Delta x$ (рис. 26). Проекция внутренних

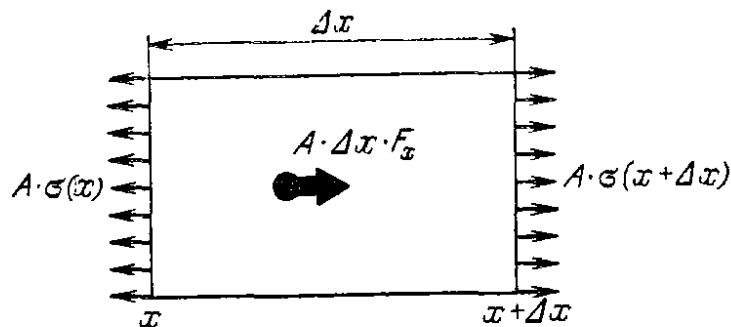


Рис. 26. Вывод уравнения равновесия (4) для произвольного элемента растягиваемого стержня

сил на ось стержня равна $A \cdot \sigma(x + \Delta x) - A \cdot \sigma(x)$, внешняя сила равна $A \cdot \Delta x \cdot F_x$, если F_x обозначает внешнюю силу, приходящуюся на единицу объема ($A \cdot \Delta x$ — объем элемента). Приравнявая нулю сумму всех сил, получим

$$A \cdot \sigma(x + \Delta x) - A \cdot \sigma(x) + A \cdot \Delta x \cdot F_x = 0$$

или

$$\frac{\sigma(x + \Delta x) - \sigma(x)}{\Delta x} + F_x = 0.$$

При малой толщине элемента Δx первое слагаемое, приблизительно равное производной σ по x , характеризует скорость изменения $\sigma(x)$ вдоль стержня, а само равенство переписется в виде:

$$\frac{d\sigma}{dx} + F_x = 0. \quad (4)$$

Аналогичным образом была выведена система уравнений равновесия в самом общем пространственном случае

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Система получается прямо из условия равенства нулю суммы всех сил, действующих на элементарный кубик (рис. 25); символ $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}$, например, обозначает так называемую *частную производную*, которая представляет собой просто скорость изменения σ_x по координате x при неизменных y и z . Систему (5) я привожу для того, чтобы вы увидели ее изящный и симметричный вид. Ею почти в неизменном виде пользуются механики по сей день уже более полутора веков. До появления работ Коши в распоряжении ученых были словесные формулировки вроде закона Галилея о пропорциональности разрушающей силы и площади сечения стержня, теперь же — законченная теория напряжений. Но этим заслуги Коши не исчерпываются — из трех уравнений равновесия (5) и заданных на границе тела сил в общем случае нельзя найти сразу шесть неизвестных *) $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$. Для определения напряженного состояния следует еще ввести понятие деформации тела и привлечь законы, связывающие деформации с напряжениями, например закон Гука для упругого тела. Но и с этой задачей справился Коши в своих знаменитых «Математических упражнениях».

При одноосном растяжении стержня *деформацией* называют *относительное удлинение* стержня, т. е. отношение изменения его длины Δl , возникающее от действия силы S , к первоначальной длине стержня l (рис. 27)

$$e = \frac{\Delta l}{l}. \quad (6)$$

Деформация является безразмерной величиной, иногда для удобства ее выражают в процентах. Часто в ниже-

*) Впрочем, бывают исключения, так называемые статически определяемые задачи.

нерных расчетах деформации весьма малы, так что во всех формулах можно отбрасывать квадраты, кубы и более высокие степени деформаций. Если стержень растягивается неравномерно, например, центробежными силами при размахивании им, то деформацию надо вычислять в каждой его точке и делать это надо следующим образом. Отметим положение материальной точки ее координатой x до деформации и x' — после деформации.

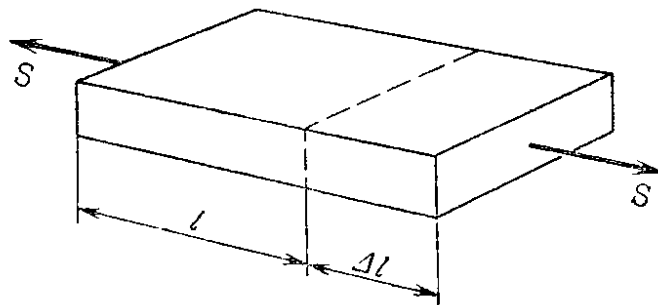


Рис. 27. Так определяется деформация растягиваемого бруса

$$\left(\text{деформация} = \frac{\text{удлинение}}{\text{первоначальная длина}} \right)$$

Величина $u = u(x) = x' - x$ называется *смещением* точки x . Для элемента стержня, изображенного на рис. 26, начальная длина Δx , а удлинение $\Delta u = u(x + \Delta x) - u(x)$. Деформация элемента согласно определению (6) равна $\frac{\Delta u}{\Delta x}$, деформация стержня в самой точке x вычисляется при стремлении Δx к нулю, следовательно,

$$e_x = \frac{du}{dx}. \quad (7)$$

Если мы имеем дело с пространственной деформацией тела, когда смещения точки вдоль осей x , y и z равны соответственно u , v и w , то деформация элемента тела описывается шестью величинами — тремя *деформациями растяжения — сжатия* вдоль осей координат

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad e_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (8)$$

и тремя *деформациями сдвига*

$$e_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad e_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right),$$

$$e_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right). \quad (9)$$

Геометрически e_x , e_y , e_z задают относительные удлинения

элемента тела вдоль каждой из осей, а $e = e_x + e_y + e_z$ относительное изменение объема. Деформации же сдвига e_{xy}, e_{xz}, e_{yz} задают изменения углов между соответствующими сторонами элемента, вызванные применением нагрузки (рис. 28). Точно так же, как и для напряжений, Коши нашел, что для деформаций существуют взаимно перпендикулярные *главные оси*, в которых деформация элемента происходит без искажения углов элемента и сводится только к сжатию — растяжению вдоль

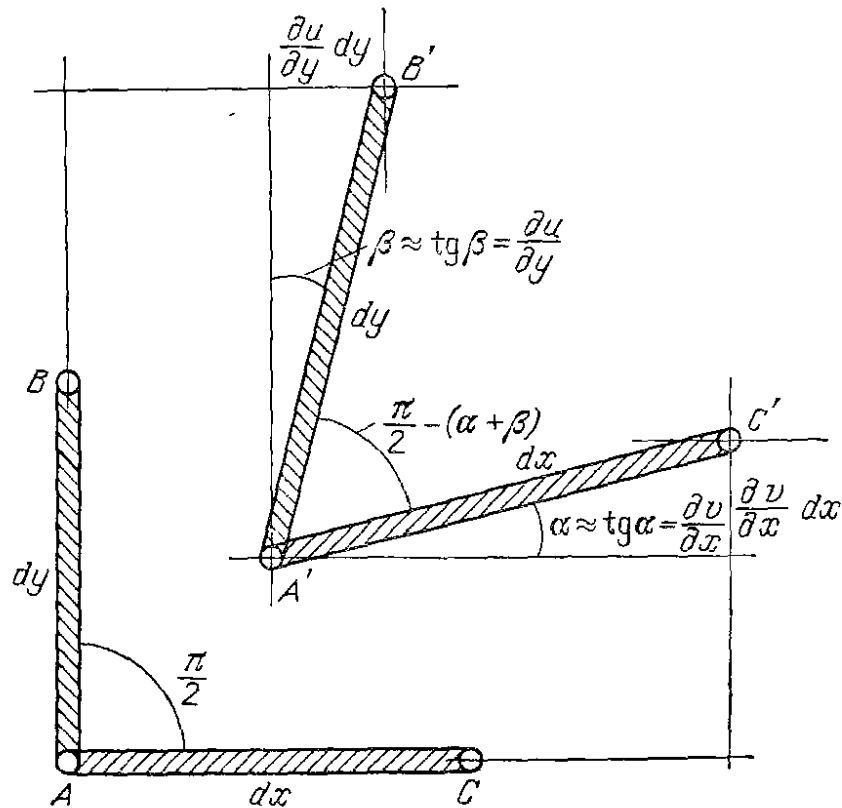


Рис. 28. Сдвиговая деформация описывает изменение углов между перпендикулярными элементами AB и AC . Смещения точек A, B, C :

	вдоль оси x	вдоль оси y
Точка A	$u,$	$v.$
Точка B	$u + \frac{\partial u}{\partial y} dy,$	$v + \frac{\partial v}{\partial y} dy.$
Точка C	$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx,$	$v + \frac{\partial v}{\partial x} dx.$

Изменение прямого угла равно $\alpha + \beta = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 2e_{xy}$

главных осей. Соответствующие деформации e_1, e_2, e_3 называются *главными*.

О том, как Коши завершил вывод системы уравнений теории упругости, которой пользуются и в наши дни, мы

скажем в следующем параграфе. Отметим, что первые приложения этих уравнений к решению конкретных задач были сделаны уже лет через пять после открытия Коши. Французские инженеры Ламе и Клапейрон, служившие тогда в Петербурге, решили, например, крайне важные для практики задачи о равновесии толстостенного цилиндра или шара под действием внутреннего давления. Труды 33-летнего Коши, подарившего миру уравнения математической теории упругости, не остались незамеченными во Франции, ему был пожалован титул барона.

§ 6. Упругость и неупругость

Расчет напряженно-деформированного состояния конструкций и их элементов невозможен без знания механических свойств тела, они должны быть измерены и описаны уравнениями, которые в механике называются *уравнениями состояния* или *определяющими уравнениями*. Эти математические зависимости характеризуют, строго говоря, поведение идеального объекта, важно только, чтобы идеальная модель воспроизводила поведение реального тела с приемлемой точностью.

Механические свойства материалов изучаются с помощью специально изготовленных образцов, которые закрепляются в испытательной машине. В ходе испытания ведется измерение и запись напряжений и деформаций, возникающих в образце при увеличении нагрузки. Полученный график зависимости напряжений от деформаций называют обычно *кривой деформирования*. Вопрос о том, хорошо или плохо отражает эта кривая свойства самого материала и не зависит ли ее вид от размеров и формы образца и свойств машины, очень важен. Только положительный ответ на него свидетельствует о достоверности проведенных испытаний.

Рассмотрим один из основных видов испытаний — растяжение цилиндрического образца под действием постепенно возрастающей силы S (рис. 27). Кривая одноосного деформирования образца из малоуглеродистой стали приблизительно имеет вид, изображенный на рис. 29. До некоторых пор относительная деформация остается прямо пропорциональной напряжению (точки прямолинейного участка кривой OA на диаграмме). Если снять нагрузку (разгрузить образец), тело примет исходную форму (этот процесс описывается все тем же прямоли-

нейным участком кривой). В этом случае говорят об *обратимой упругой деформации*, а математическая связь, выражающая прямую пропорциональную зависимость между напряжением и деформацией, записывается в виде

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E — коэффициент пропорциональности — постоянная величина, характеризующая способность материала сопротивляться действию силы и называемая *модулем упругости* или модулем Т. Юнга. Продолжением прямой

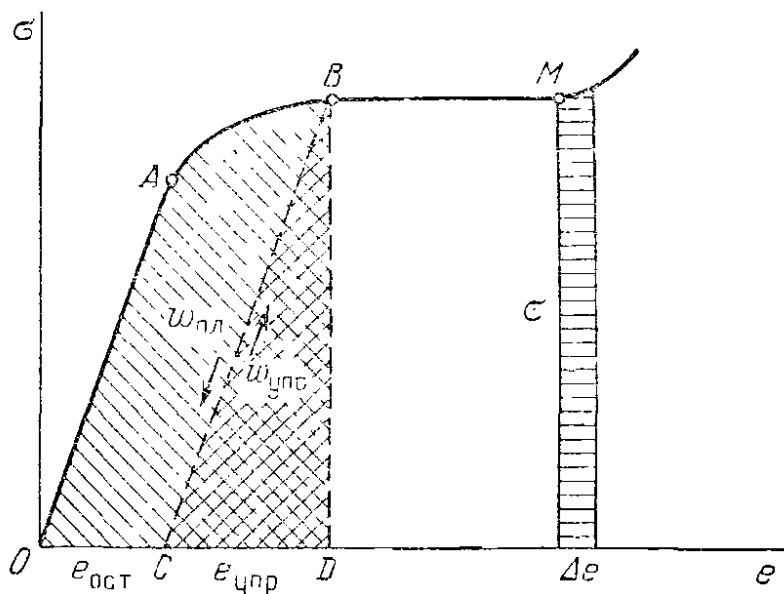


Рис. 29. Типичная кривая одноосного деформирования образца из малоуглеродистой стали

на диаграмме служит искривленный участок, описывающий так называемую *необратимую пластическую деформацию*. Пусть напряжение, созданное в образце и соответствующее точкам этого участка (точка B), затем уменьшается до нуля. Образец уже не вернется к исходной форме и приобретет некоторую *остаточную* (точка C) *деформацию* $\varepsilon_{\text{ост}}$. Поведение образца при разгрузке на этот раз описывается пунктирной прямой BC , почти параллельной начальному участку OA . При повторном нагружении образец будет деформироваться упруго вплоть до точки B , а затем деформации будут расти при постоянном напряжении. Говорят при этом, что достигнут *предел текучести* материала. Дальнейший рост напряжений называют *упрочнением* материала. Для реальных материалов дело обстоит сложнее, и кривая пластического деформирования зависит от скорости нагружения образца. Однако у многих конструкционных материалов зависимость от скорости невелика, и различие между

кривыми деформирования, снятыми при скоростях деформации, отличающихся в сотни раз, не превышает разброса диаграмм, снятых на отдельных образцах.

Интересно, что по кривой деформирования удобно судить о накопленной в образце энергии. Если в некоторый момент, соответствующий точке M , под действием силы $S = A\sigma$ удлинение $l \cdot e$ увеличивается на $l \cdot \Delta e$, то совершается дополнительная работа $\sigma \cdot A \cdot l \cdot \Delta e = \sigma \cdot \Delta e \times V$ (V — объем образца) и на столько же увеличивается энергия деформаций. Следовательно, приращение энергии в единице объема равно $\Delta W = \sigma \cdot \Delta e$, на рис. 29 это приращение изображено заштрихованной площадью столбика $\sigma \cdot \Delta e$. Таким образом, если при нагружении образца возникшая деформация характеризуется точкой B , то произведенная на единицу объема работа w равна площади фигуры OBD . Она состоит из обратимой упругой энергии, равной площади треугольника BOD , и необратимой работы пластических деформаций, изображаемой площадью OBC . Для линейно-упругого материала, подчиняющегося закону Гука $\sigma = Ee$, удельная упругая энергия равна

$$W = \frac{1}{2} \sigma e = \frac{1}{2} E e^2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E}, \quad (10)$$

поскольку геометрически это есть площадь прямоугольного треугольника с катетами σ и e .

Окружающие нас естественные и искусственные материалы, подвергающиеся различным условиям эксплуатации, проявляют как упругие, так и неупругие свойства. Известно, что часто материалы, из которых изготовлены химические аппараты, паровые и газовые турбины, авиационные и ракетные реактивные двигатели испытывают действие высоких температур и значительных силовых нагрузок. Имитация таких условий в экспериментах с образцами показала, что образцы постепенно деформируются даже под действием постоянной нагрузки. Это явление получило название *ползучести*. Ползучесть ограничивает срок службы изделия, поскольку может привести либо к накоплению недопустимых деформаций, либо просто к разрушению. На рис. 30 схематически представлена кривая ползучести образца, растягиваемого постоянной силой. Внезапно приложенная сила в начальный момент вызовет мгновенную деформацию e_0 (упругую или упругопластическую), затем деформация

начнет постепенно увеличиваться. Как правило, сначала наблюдается *неустановившаяся ползучесть* (участок I) с уменьшающейся скоростью, затем *установившаяся ползучесть* (участок II), когда скорость ползучести почти постоянна, и, наконец, *ускоренная ползучесть* (участок III), когда в образце возникают микропоры и микротрещины, что заканчивается разрушением образца.

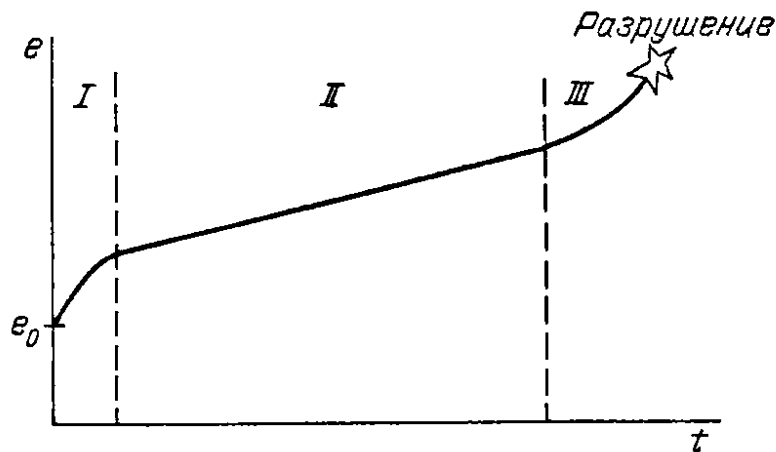


Рис. 30. Типичная кривая высокотемпературной ползучести

Масштаб времен на кривой ползучести может быть самым различным. Расчетная долговечность стационарных паровых турбин составляет десятки лет, ползучесть же сопла реактивного ракетного двигателя под действием намного более высоких напряжений и температур развивается во много раз быстрее, но ведь и время работы такого двигателя составляет несколько минут. Конечно, и механические модели, используемые в расчетах на длительную и кратковременную ползучесть, должны отличаться друг от друга.

При изучении прочности и разрушения деталей, конструкций и машин различают два вида нагрузок: статические и динамические. К *статическим* нагрузкам относят такие, которые постепенно возрастают от нулевых до своих конечных значений, вызывая в теле медленный рост напряжений и деформаций. Здесь в любой момент имеет место равновесие между внешними и внутренними силами. При действии же *динамической* нагрузки нарушается равновесие между ними. Примером статической нагрузки может служить подъем груза на некоторую высоту с постоянной скоростью (установившееся движение), когда в любой момент времени существует равновесие между грузом (внешняя сила) и натяжением в канате (внутренняя сила). В то же время при неравномерном (например, ускоренном) движении того же груза на

упругий канат, воспринимающий нагрузку, действуют еще силы инерции. При больших ускорениях возникают значительные силы инерции, которые необходимо учитывать в расчетах. Динамический характер воздействия ощущается при внезапно приложенных нагрузках и, естественно, при ударном нагружении.

В нашем примере внешняя сила (груз) сохраняла свою величину и направление. Однако на практике многие машины или отдельные их детали работают в условиях, когда действующие силы и моменты изменяются как по величине, так и по направлению (знаку). В соответствии с этими изменениями будут меняться по величине и знаку вызываемые ими внутренние напряжения. Переменным нагрузкам подвергаются железнодорожные рельсы, валы двигателей, лопатки турбин и др. Особое значение в машиностроении приобрело периодическое (циклическое) динамическое нагружение, приводящее к периодическим (циклическим) изменениям напряжений. Число перемен N величины и знака напряжений может быть очень большим. Так, при вращении вала, нагруженного постоянной по величине и направлению силой P , который непрерывно работает в течение 7 часов ежедневно, делая 400 об/мин, число перемен величины и знака напряжений в течение года равно

$$N = 400 \cdot 60 \cdot 7 \cdot 365 \approx 6,13 \cdot 10^7.$$

Многokратное изменение напряжений как по величине, так и по знаку приводит к накоплению повреждений в материале, которое получило название «усталости» материала. Сопротивление усталости назвали «выносливостью» материала. Тщательное исследование этой проблемы в середине XIX века провел немецкий железнодорожный инженер А. Вёлер. На рис. 31 приведена типичная кривая выносливости для железа и стали, которую обычно называют *кривой Вёлера*. По оси ординат откладывается напряжение σ , а по оси абсцисс принято откладывать число циклов N , которое выдерживает образец до разрушения. Как правило, после нескольких миллионов циклов нагружения кривая Вёлера становится практически горизонтальной. Такой характер кривой указывает на то, что для материала существует *предел выносливости* σ_r , определяющий наибольшее напряжение, при котором образец не разрушится при сколь угодно большом числе циклов. По кривой Вёлера всегда можно рассчитать уровень рабочих напряжений по требуемой долговеч-

ности вала, или же его долговечность по заданному уровню нагрузок. О рассмотренном выше вращающемся вале можно, очевидно, сказать, что если он проработал год, то проработает еще хотя бы лет пять (если машина морально не устаревает и ее не спешат раньше).

К рассказу о некоторых особенностях расчета на разрушение в условиях усталости мы вернемся позже,

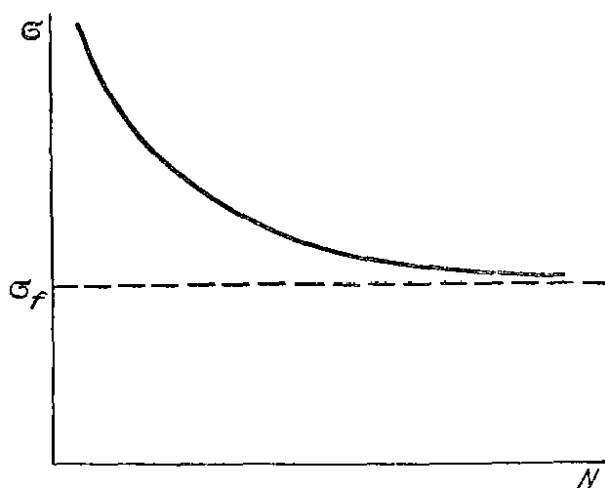


Рис. 31. Типичная кривая выносливости (кривая Вёлера) для железа и стали

а сейчас отметим, что сам Вёлер указывал, что при циклических нагрузках видоизменяется и ослабляется кристаллическая структура металла, а это в свою очередь способствует разрушению. Любопытно, кстати, что в «Записках туриста» А. Степдаля, будучи, по-видимому, наблюдательным человеком, дал весьма точное описание усталостного излома: «Ось моей коляски неожиданно сломалась. Я внимательно осмотрел структуру железа в месте излома: железо стало крупнозернистым, видимо, потому, что служит уже давно...».

§ 7. Основы теории упругости

Вернемся ненадолго к закону Гука и рассмотрим его немного более подробно. Существенное дополнение к нему сделал Пуассон в виде закона связи поперечных и продольных деформаций. Если к упругой пластинке приложить растягивающее напряжение σ_1 , то она удлинится в этом направлении и сократится в поперечном направлении. Пуассон нашел, что отношение поперечной деформации e_2 к продольной e_1 является постоянной величиной

$$e_2 = -\nu e_1. \quad (11)$$

Постоянная ν называется *коэффициентом Пуассона*.
С учетом закона Гука

$$e_1 = \frac{\sigma_1}{E} \quad (12)$$

получим

$$e_2 = -\nu \frac{\sigma_1}{E}. \quad (13)$$

Оказалось, что два числа E и ν полностью описывают поведение линейно-упругого тела при сколь угодно сложном нагружении. В самом деле, для главных осей напряженное состояние является наложением трех растяжений — сжатий от напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ во взаимно перпендикулярных направлениях. Вычислив продольные и поперечные деформации по формулам типа (12) и (13) и сложив их, получим пространственный закон Гука

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)], \\ e_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)], \\ e_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{aligned} \quad (14)$$

В произвольных осях деформации определяются такими же зависимостями, только к ним добавятся формулы для деформаций сдвига

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)], & e_{xy} &= \frac{1+\nu}{E} \tau_{xy}, \\ e_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)], & e_{yz} &= \frac{1+\nu}{E} \tau_{yz}, \\ e_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)], & e_{zx} &= \frac{1+\nu}{E} \tau_{zx}. \end{aligned} \quad (15)$$

Складывая первые три формулы, мы получим связь между *объемной деформацией* $e = e_x + e_y + e_z$ (относительным изменением объема элемента) и *гидростатическим напряжением* $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$, аналогичным давлению в жидкости:

$$\sigma = \frac{Ee}{3(1-2\nu)}. \quad (16)$$

Постоянная $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ называется *модулем сдвига*,
а постоянная $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ — *объемным модулем упругости*.

гости. Из закона сохранения энергии следует, что E , μ и K положительны, а $-1 \leq \nu \leq 1/2$. Для реальных конструкционных материалов $\nu > 0$ (при растяжении поперечные размеры сокращаются), хотя из теории не следует, что не могут существовать материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона. В предельном случае $\nu = 1/2$ материал называют *несжимаемым* — это, разумеется, идеализация, ведь реальные материалы всегда хоть

Т а б л и ц а 1

Материал	E , МН/м ²	ν	c_1 , км/с	c_2 , км/с
Железо	$2,06 \cdot 10^5$	0,28	5,8	3,2
Алюминий	$0,69 \cdot 10^5$	0,33	6,1	3,1
Стекло	$0,69 \cdot 10^5$	0,25	5,7	3,2

немного сжимаемы. Ориентировочные значения упругих постоянных некоторых материалов приведены для справки в табл. 1.

Итак, уже полтора века мы благодаря Коши располагаем полной системой уравнений пространственной задачи теории упругости*). Но и по сей день получение на их основе точных решений является очень сложной проблемой. Аналитические решения удается построить только для очень простых идеализированных конфигураций, численные же решения для реальных пространственных тел даже с использованием современных ЭВМ получить весьма трудно. К счастью, согласно принципу Сен-Венана пространственные детали картины напряженного состояния существенны только вблизи мест резкого изменения градицы или мест приложения сосредоточенных нагрузок, в остальной же части элемента конструкции состояние близко к более простому одномерному или двумерному (растяжению, кручению, изгибу и т. п.).

Для дальнейшего полезно еще сказать о так называемых плоской и антиплоской задачах теории упругости.

В плоской задаче теории упругости различают плоское напряженное состояние и плоскую деформацию. *Плоское напряженное состояние* приблизительно реали-

*) Точнее, линейной теории упругости (зависимость деформаций от первых степеней напряжений (15) в математике называется линейной).

здается в тонкой пластинке, нагруженной силами, параллельными ее плоскости и распределенными симметрично по толщине так, чтобы не вызывать ее изгиба (рис. 32). Если под напряжениями и смещениями понимать их средние по толщине величины, то отличными от нуля будут только смещения u и v и напряжения σ_x , σ_y и τ_{xy} в плоскости пластинки. В систему уравнений плоского напряженного состояния войдут уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

выражения для деформаций

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad e_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (18)$$

и закон Гука

$$e_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \quad e_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x), \quad e_{xy} = \frac{1 + \nu}{E} \tau_{xy}. \quad (19)$$

В такой постановке задача является плоской, но после ее решения оставшаяся неплоская деформация e_z (изменение толщины пластинки) может быть вычислена по формуле

$$e_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y). \quad (20)$$

Другой случай — *плоской деформации* — приближенно реализуется в длинном цилиндрическом теле (рис. 33), если все силы направлены перпендикулярно его оси и одинаковы в любом его поперечном сечении. В таком случае

$$\begin{aligned} u &= u(x, y), \quad v = v(x, y), \\ w &= 0, \end{aligned} \quad (21)$$

а поэтому отличны от нуля только e_x , e_y , e_{xy} . Для плоской деформации верны уравнения равновесия (17), зависимости между деформациями и напряжениями (18) и закон Гука (19), если в нем

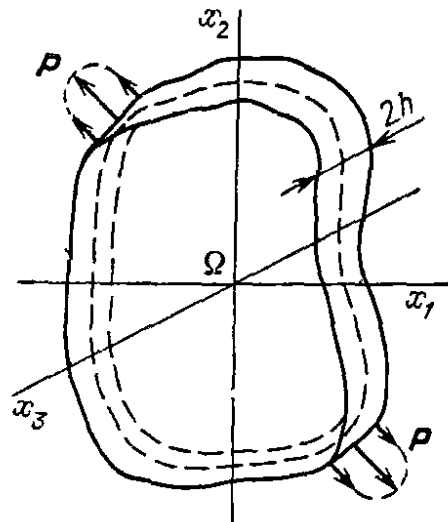


Рис. 32. Плоское напряженное состояние наблюдается в тонкой пластинке, нагруженной в ее плоскости

провести формальную замену постоянных

$$v \text{ на } v_* = \frac{v}{1-v} \quad \text{и} \quad E \text{ на } E_* = \frac{E}{1-v^2}. \quad (22)$$

Касательные напряжения τ_{xz} и τ_{yz} при плоской деформации равны нулю, а осевое напряжение вычисляется

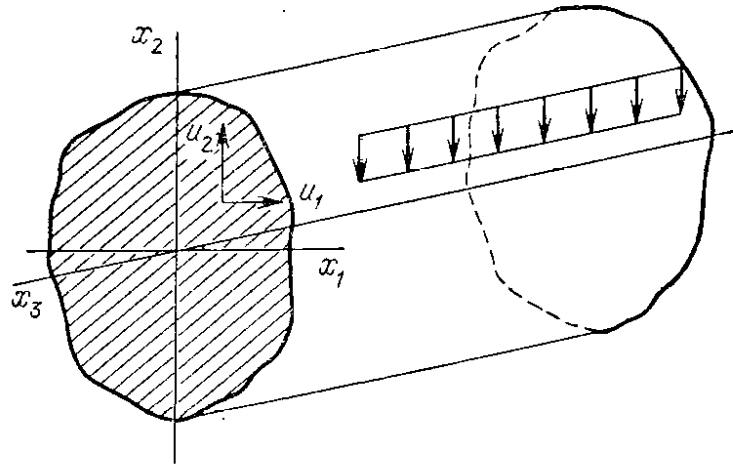


Рис. 33. Плоская деформация наблюдается в длинном цилиндрическом теле, нагруженном равномерно по длине нормальными силами

(после решения плоской задачи) по формуле

$$\sigma_z = v(\sigma_x + \sigma_y). \quad (23)$$

Наконец, *антиплоская деформация* (которая является антиподом плоской деформации) приближенно реализуется в длинном цилиндрическом теле, нагруженном не меняющимися вдоль образующей касательными напряжениями τ_{xz} и τ_{yz} . В данном случае

$$u = v = 0, \quad w = w(x, y), \quad (24)$$

и отличны от нуля только деформации

$$e_{xz} = \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x}, \quad e_{yz} = \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (25)$$

и напряжения

$$\tau_{xz} = 2\mu e_{xz} = \mu \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = 2\mu e_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (26)$$

Уравнение равновесия будет только одно:

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0. \quad (27)$$

Отметим, что смещение w в антиплоской задаче удовлет-

воряет так называемому гармоническому уравнению,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0,$$

которое играет исключительную роль в математике.

До сих пор речь шла о равновесии упругого тела, как же описать его движение? Оказывается, что система уравнений движения сплошной среды удивительно похожа на систему (5) уравнений равновесия

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (28)$$

В отличие от системы (5), здесь в правых частях стоят не нули, а произведения плотности среды ρ на составляющие ускорения (вдоль соответствующих осей x , y и z). Так и должно быть, ведь фактически перед нами запись второго закона Ньютона: сумма внешних сил, действующих на элементарный кубик, равна его массе, умноженной на ускорение, вызванное приложенными силами*). Все остальные формулы (закон Гука (15) или выражения деформаций через перемещения (8) — (9)) остаются справедливыми в случае движения упругого тела.

Для решения как задач равновесия, так и задач движения необходимо знать внешние нагрузки, приложенные к поверхности тела (например, давление жидкости на подводную часть сооружения), или перемещения в тех точках границы, где их можно считать известными (например, перемещениями в месте жесткой склейки резинового прокладки с неподвижной стальной плитой можно пренебречь). При решении задачи о движении тела дополнительно должны быть известны начальные условия, т. е. положения точек и их скорости в начальный момент времени.

Отметим крайне важное свойство решений задач о движении или равновесии линейно-упругих тел. Для того чтобы найти напряженно-деформированное состояние

*) Напомним, что уравнения (5) являлись следствием первого закона Ньютона: в состоянии покоя сумма всех внешних сил равна нулю.

линейно-упругого тела под действием сложной системы внешних поверхностных и объемных сил, необязательно решать задачу в лоб, можно решить ряд более простых частных задач для каждого из внешних воздействий системы сил отдельно, а затем сложить полученные напряжения и деформации. Этой возможностью суммирования решений линейной теории упругости широко пользуются механики. Они, добывая «по кирпичикам» относительно простые решения, строят довольно сложные комбинации, являющиеся решениями интересных и важных практических задач.

В динамических задачах такими простейшими решениями являются *упругие волны*. Для всех привычными являются представления о том, что волны, возникающие от удара, распространяются, преломляются, отражаются и т. д. по воздуху, воде и твердым телам. При ударе по упругому телу (например, стволу пушки) в нем, многократно отражаясь и преломляясь, побегут с большими скоростями упругие волны. В глубине тела будут распространяться так называемые *объемные волны*, вблизи же поверхности особые, *поверхностные волны*. Рассмотрим основные виды волновых решений, суммируя которые можно подойти к описанию сложных динамических процессов, происходящих в упругих телах.

Простейшим видом объемных волн являются *плоские волны*, в которых перемещения зависят только от одной координаты, допустим, x , и времени t :

$$u = u(x, t); \quad v = v(x, t); \quad w = w(x, t). \quad (29)$$

В плоской волне все частицы тела ^{*}), лежащие в плоскости $x = \text{const}$, движутся одинаково. Для получения уравнений, описывающих плоские волны, подставим (29) в (8) и (9), вычислим деформации

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e_y = e_z = 0, \quad e_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x},$$

$$e_{xz} = \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x}, \quad e_{yz} = 0,$$

а затем по закону Гука (15) найдем напряжения

$$\sigma_x = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{xy} = \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial v}{\partial x},$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial w}{\partial x}.$$

^{*}) Которое мы считаем неограниченным, так как речь идет об областях реального тела, весьма удаленных от его границ.

Подставив эти выражения в уравнения движения (28) (в которых для простоты объемные силы F_x, F_y, F_z положим равными нулю), придем к так называемым *волновым уравнениям*

$$c_1^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (30)$$

$$c_2^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad c_2^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (31)$$

где

$$c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}}, \quad c_2 = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1+\nu)}}. \quad (32)$$

Уравнения типа (30), (31) называются волновыми, поскольку, как нетрудно проверить простой подстановкой, выражения

$$u = U(x - c_1 t), \quad v = V(x - c_2 t), \quad w = W(x - c_2 t) \quad (33)$$

являются решениями этих уравнений для любых функций U, V, W . Из рис. 34, на котором изображен график

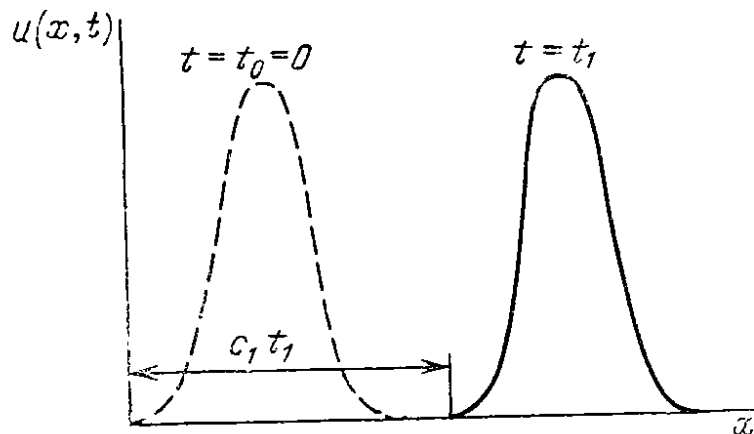


Рис. 34. Распределение возмущений для моментов $t = t_0 = 0$ и t_1

функции $u(x, t)$ для двух последовательных моментов времени $t_0 = 0 < t_1$, видно, что первое из выражений (33) описывает волну с неизменным профилем $U(x)$, распространяющуюся направо со скоростью c_1 . Эта волна называется *продольной волной* или *волной расширения — сжатия*, поскольку частицы в такой волне сжимаются и растягиваются, двигаясь в направлении распространения волны (рис. 35, а). Волны, описываемые двумя последними выражениями (33), называются *поперечными* или *сдвиговыми волнами*, или *волнами искажения*, поскольку частицы среды перемещаются поперек направления движения волны, испытывая только деформации сдвига; при

этом искажается только их форма, по объему не меняется (рис. 35, б). Скорость продольной волны c_1 всегда больше скорости поперечной волны c_2 , ориентировочные значения этих скоростей для некоторых материалов указаны

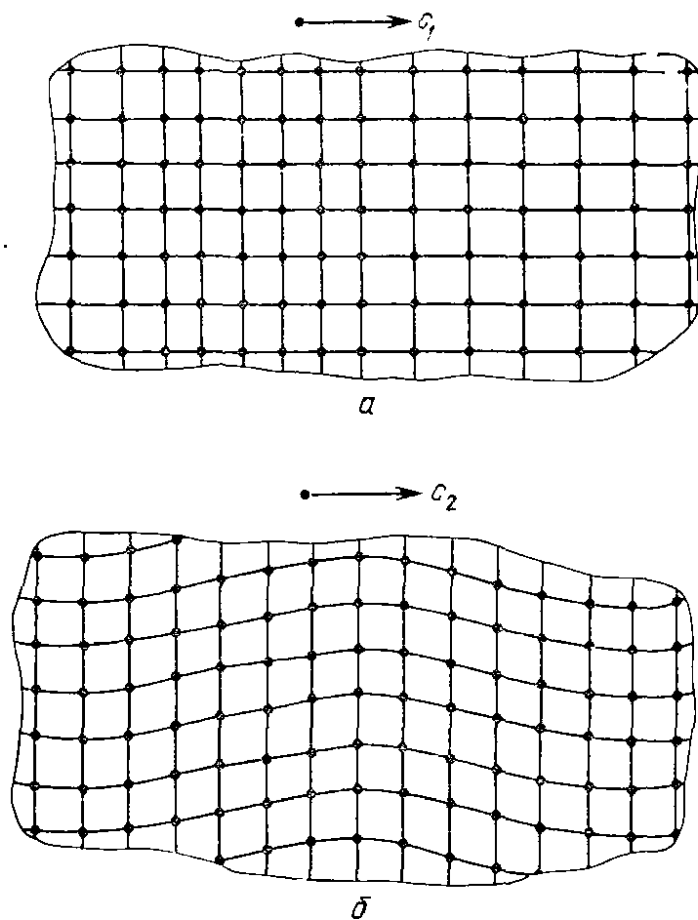


Рис. 35. Деформация тела при прохождении продольной (а) и поперечной (б) волн

в табл. 1. Различие скоростей волн расширения и искажения используется, например, в сейсмологии для определения расстояния до очага землетрясения l по разнице времен прихода волн Δt . Очевидно соотношение

$$\frac{l}{c_2} - \frac{l}{c_1} = \Delta t.$$

Важным частным случаем плоских волн являются *гармонические волны*, для которых функции U , V и W суть косинусы или синусы, например,

$$u = U_0 \sin [k_1 (x - c_1 t)] = U_0 \sin \left[\omega \left(\frac{x}{c_1} - t \right) \right]. \quad (34)$$

Здесь U_0 — амплитуда волны, ω — частота волны (частота колебательного движения частиц), $k_1 = \omega/c_1$ — так называемое *волновое число*, $L = 2\pi/k_1 = 2\pi c_1/\omega$ — длина

волны. Характерно, что скорости объемных волн не зависят ни от амплитуды, ни от частоты волны, значит, любые сигналы по объему упругого тела передаются без затухания и изменения формы, называемого дисперсией.

Существование особых приповерхностных волн, амплитуда которых быстро убывает с глубиной, было теоретически предсказано в 1885 г. английским ученым Дж. Рэлеем. Рэлей доказал, что в упругом полупространстве $z \geq 0$ *) со свободной границей ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ при $z = 0$) (рис. 36) уравнения динамической задачи теории упругости (8), (9), (15), (28) имеют решение вида

$$\begin{aligned} u &= (U_1 e^{-\lambda_1 \omega z} + U_2 e^{-\lambda_2 \omega z}) \omega \cos \omega \left(\frac{x}{c_R} - t \right), \\ v &= 0, \\ w &= (W_1 e^{-\lambda_1 \omega z} + W_2 e^{-\lambda_2 \omega z}) \omega \sin \omega \left(\frac{x}{c_R} - t \right), \end{aligned} \quad (35)$$

где $U_1, U_2, W_1, W_2, \lambda_1, \lambda_2$ зависят только от упругих постоянных E и ν , причем $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$. Формулы (35)

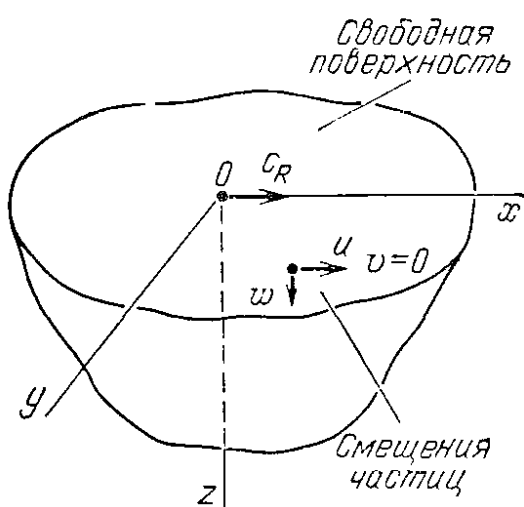


Рис. 36. Упругое полупространство $z \geq 0$, вдоль поверхности которого распространяется волна Рэрея

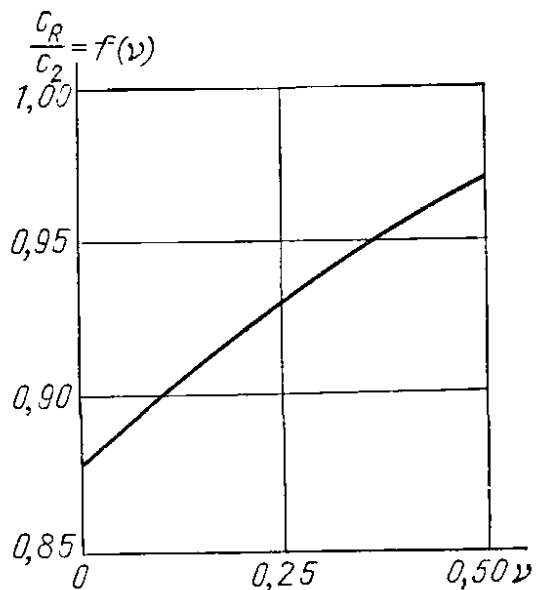


Рис. 37. Зависимость отношения скорости рэлеевской волны c_R к скорости волны искажения c_2 от коэффициента Пуассона ν

описывают рэлеевские волны — гармонические волны, распространяющиеся вдоль поверхности тела в направлении оси x со скоростью $c_R = c_2 \cdot f(\nu)$, где c_2 — скорость объ-

*) Так в механике моделируется небольшой участок у поверхности конечного тела, из-за малости которого можно пренебречь кривизной границы и влиянием удаленных от него частей тела.

емных волн искажения, а $f(\nu)$ — не очень сильно меняющаяся функция коэффициента Пуассона, ее значения лежат между 0,874 и 0,955 для всех известных материалов (рис. 37). Частицы среды в рэлеевских волнах испытывают как расширение — сжатие, так и искажение (рис. 38), их амплитуда очень быстро убывает с глубиной. Теоретически открытые волны Рэля были обнаружены сейсмологами. Оказалось, что это те самые обладающие большой амплитудой и энергией волны, которые являются главной причиной разрушений наземных

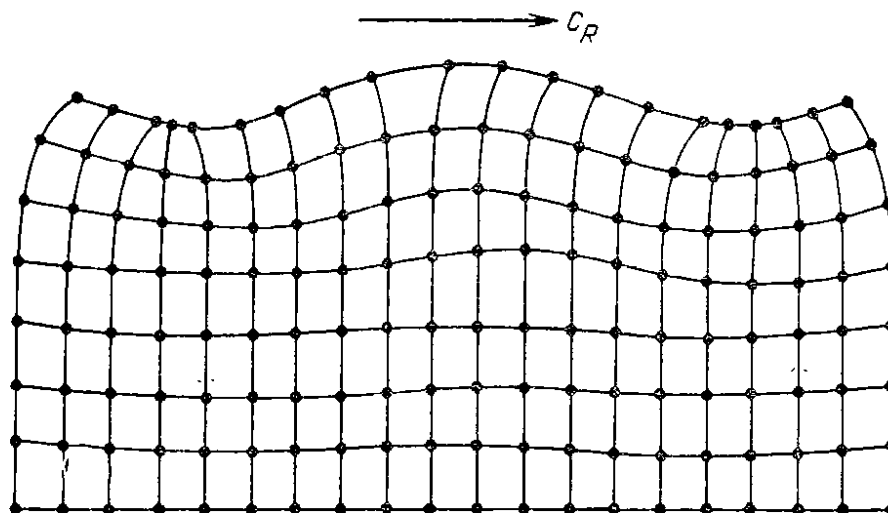


Рис. 38. Деформация тела при прохождении поверхностной волны Рэля

сооружений при землетрясениях. Они приходят из очага землетрясения позже объемных волн расширения и искажения ($c_R < c_2 < c_1$), но несут основную часть энергии*). Заметим, что рэлеевские волны бывают и полезны, они находят широкое применение, например, при дефектоскопическом контроле поверхностных дефектов. Это особенно важно для обеспечения целостности конструкций, ведь, как Вы скоро увидите, именно такие дефекты являются наиболее опасными.

§ 8. Концентрация напряжений

Мы уже говорили о том, какую роковую роль могут играть отверстия и вырезы, например, для стального корпуса судна. Наличие резкого изменения формы поверхности упругого тела приводит к существенному повыше-

*) По некоторым оценкам, переносимая энергия распределяется так, что на волны расширения — сжатия приходится 7 %, на волны искажения — 26 %, а на волны Рэля — 67 %.

нию напряжений в непосредственной близости от такого места. Говорят, что в теле появился *концентратор напряжений*, само же явление возникновения локального, часто весьма опасного пика напряжений получило название *концентрации напряжений*.

Явление концентрации напряжений первыми обнаружили теоретики, а вот экспериментаторы даже при натуральных испытаниях британского эсминца «Вулф» в 1903 г. не обнаружили ее, поскольку не догадались поставить хотя бы один регистрирующий прибор вблизи корабельного люка. Это выглядит странным хотя бы потому, что из житейской практики, например, общеизвестно, что следует сделать предварительный небольшой надрез для аккуратного разламывания таблетки или отрыва лоскута материи.

Итак, если мы обратимся к задаче о двусосном растяжении упругой пластинки с круговым отверстием (рис. 39), то обнаружим, что вблизи контура отверстия

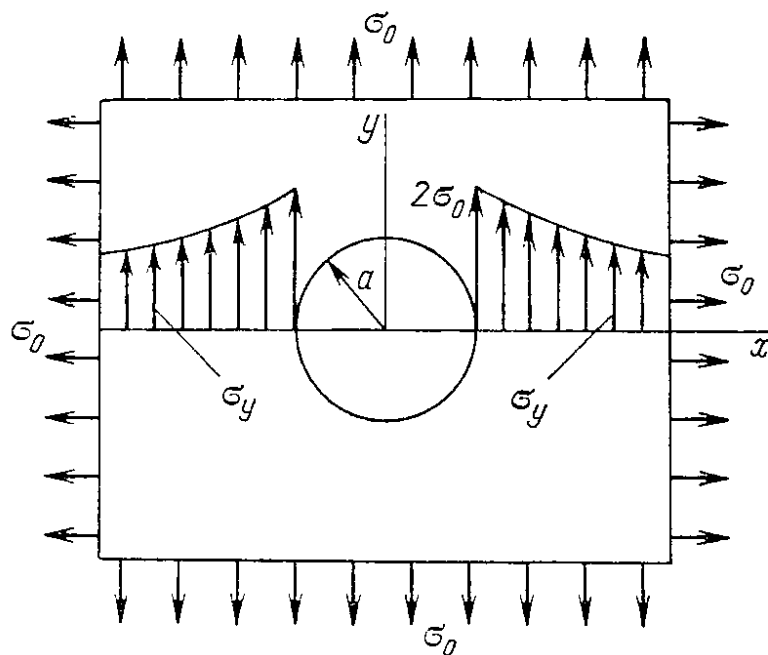


Рис. 39. Двусосное растяжение упругой пластинки с круговым отверстием

окружные направления повышаются вдвое по сравнению с напряжениями вдали от него (или с напряжениями, которые возникали в сплошном теле до появления отверстия). Распределение напряжений в полярной системе координат *) в описываемом случае дается следующими

*) Каждая точка на плоскости характеризуется своим расстоянием до полюса и углом наклона θ радиуса-вектора (соединяющего рассматриваемую точку с полюсом) к полярной оси — горизонтальной прямой, проходящей через полюс,

зависимостями:

$$\sigma_r = \sigma_0 \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right), \quad \sigma_\theta = \sigma_0 \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right), \quad \tau_{r\theta} = 0. \quad (36)$$

Они показывают, что при приближении к отверстию (при уменьшении r) радиальное напряжение σ_r убывает до нуля, а окружное напряжение σ_θ возрастает до $2\sigma_0$. В этом случае говорят, что коэффициент концентрации напряжений K равен 2. В общем случае K вычисляется с помощью отношения

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_H},$$

где σ_{\max} — наибольшее местное напряжение, вызванное концентратором напряжений, а σ_H — «номинальное» напряжение, которое возникло бы в отсутствие концентратора.

Если снять часть нагрузок и оставить только растяжение вдоль одной оси (рис. 12) то, как показал в 1898 г. немецкий инженер Кирш, концентрация напряжений не уменьшится, а значительно возрастет. Решение Кирша описывается уже более сложными формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{2} \sigma_0 \left[\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta \right], \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{2} \sigma_0 \left[\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) + \left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right], \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{2} \sigma_0 \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2}\right) \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (37)$$

С нахождением наибольших напряжений по формулам (37), безусловно, справятся все студенты первого курса и уж обязательно инженеры. Окружное напряжение σ_θ принимает наибольшее значение $3\sigma_0$ в точках A оси x на контуре отверстия, радиальное же напряжение максимально в точках B оси x , но в стороне от отверстия, там

$$r = a\sqrt{2} \text{ и } (\sigma_r)_{\max} = \frac{3}{8} \sigma_0.$$

Коэффициент концентрации напряжений равен в данном случае трем, а вот локальный максимум радиальных напряжений, оказывается, тоже имеет значение для

анализа разрушения некоторых материалов (например, композитов), но об этом мы поговорим несколько позже.

Как уже отмечалось, решение задачи о растяжении пластинки с эллиптическим вырезом (рис. 13) было впервые получено Г. В. Колосовым в 1909 г. в его диссертации «Об одном приложении теории функций комплексного переменного к плоской задаче математической теории упругости». Найденные формулы очень сложны, мы их приводить не будем, отметим только крайне важный для нас результат: наибольшие напряжения наблюдаются в вершинах A эллипса, где

$$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 + 2 \frac{a}{b} \right). \quad (38)$$

Согласно этой формуле напряжения в вершинах узкого эллипса (a/b — велико) могут стать очень большими. Если мы введем в формулу величину $\rho = b^2/a$, называемую радиусом кривизны в вершине выреза, то получим

$$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right). \quad (39)$$

Оказалось, что в таком виде выражение для концентрации напряжений применимо не только для эллиптических отверстий, но и для отверстий любой формы, на контуре которых есть точки с малым радиусом кривизны (рис. 40). В любом случае концентрация напряжений определяется глубиной выреза и радиусом кривизны в его вершине. Большая концентрация напряжений может согласно формуле (39) наблюдаться и у острого края люка в борту корабля и у вершины царапины на оконном стекле.

Конечно же, в реальном материале напряжения могут расти до определенных пределов, и формулу (39) нельзя применять без тщательного дополнительного анализа. В зоне концентрации напряжений активизируются необратимые процессы, которые могут снижать эту концентрацию (например, в пластичных материалах). Зачастую в таких зонах происходит постепенное накопление повреждений, приводящее в последующем к появлению трещины. Ясно одно — концентрацию напряжений следует тщательно учитывать в расчетах на прочность. Необходимо и обоснованный расчет конструкций с подкреплениями, вводимыми для предотвращения разрушения, — ведь они сами могут служить концентраторами напря-

жений. Ясно и другое — предельным случаем концентратора напряжений является *трещина*, разрез «нулевой» толщины. Понятие коэффициента концентрации упругих напряжений, конечно же, утрачивает здесь физический

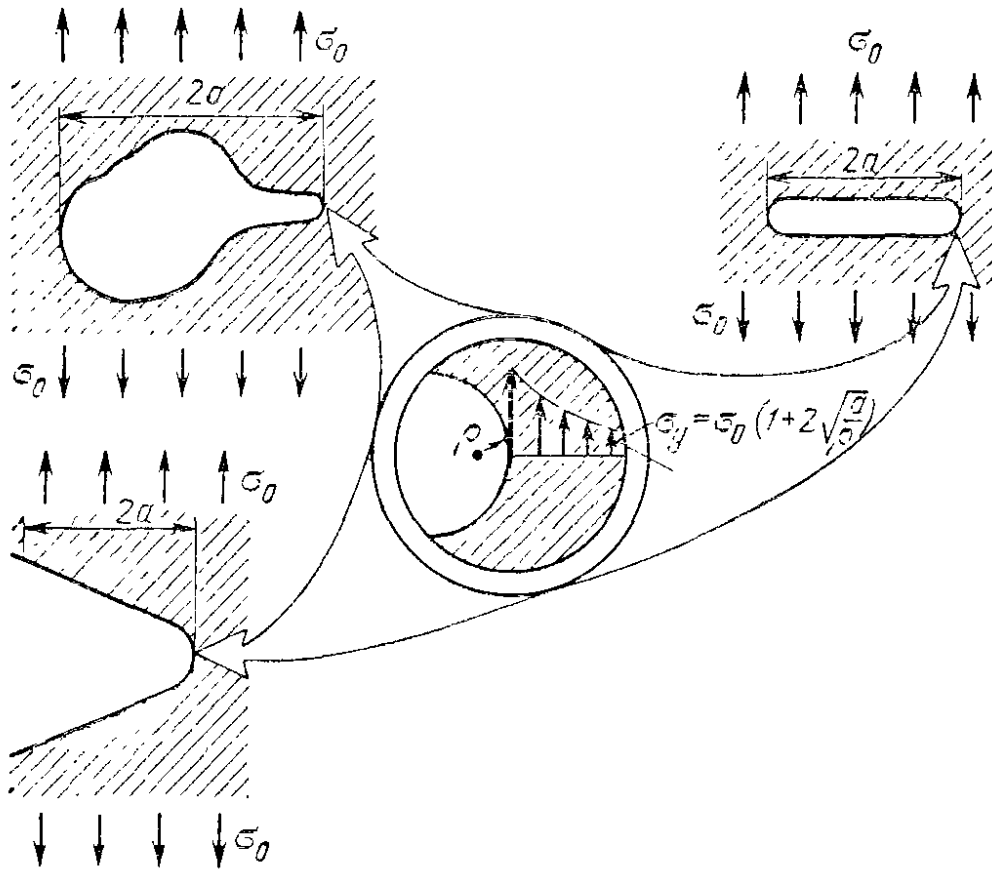


Рис. 40. Концентрация напряжений у выреза определяется глубиной выреза и радиусом кривизны контура в его вершине, но не зависит от формы контура

смысл, и мы вступаем в область механики трещин — важнейшей составной части механики разрушения, попытка популярного изложения которой и предпринимается в этой книге.

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

§ 9. Что такое механика разрушения?

Вернемся к главному вопросу нашего повествования. Разрушение! Как его обуздать или облегчить? С помощью каких гипотез и законов адекватно описать этот процесс? Оказывается, что таких гипотез и законов существует достаточно много, так как явление разрушения изучается с разных позиций, отражающих те или иные взгляды ученых на эту проблему.

Известно, что явление разрушения представляет собой сложный, многоступенчатый процесс, который начинается задолго до появления видимых трещин. Из-за отсутствия единой теории процесса разрушения (которую, быть может, и вообще невозможно создать) изучают закономерности этого явления, начиная от зарождения микротрещин (что определяется с помощью тончайших физических экспериментов) и до образования видимых макротрещин длиной от нескольких миллиметров до километров. Другими словами, ученые выделяют определенные масштабные уровни и в пределах каждой масштабной области изучают это явление в соответствии с построенной ими моделью, хорошо отражающей внутреннее строение материала и учитывающей граничные условия со стороны как левых, так и правых соседних областей масштабной шкалы. Линейные масштабы явления разрушения проиллюстрированы на рис. 41. В частности, явление разрушения изучается с позиций механики. Центр тяжести ее интересов лежит ближе к концу изображенной здесь масштабной шкалы. Для механики характерно стремление к описанию основных особенностей разрушения в рамках строго сформулированных и достаточно общих моделей, применяемых к некоторым классам материалов. Использование основных положений, законов и методов механики (точнее, механики сплошной

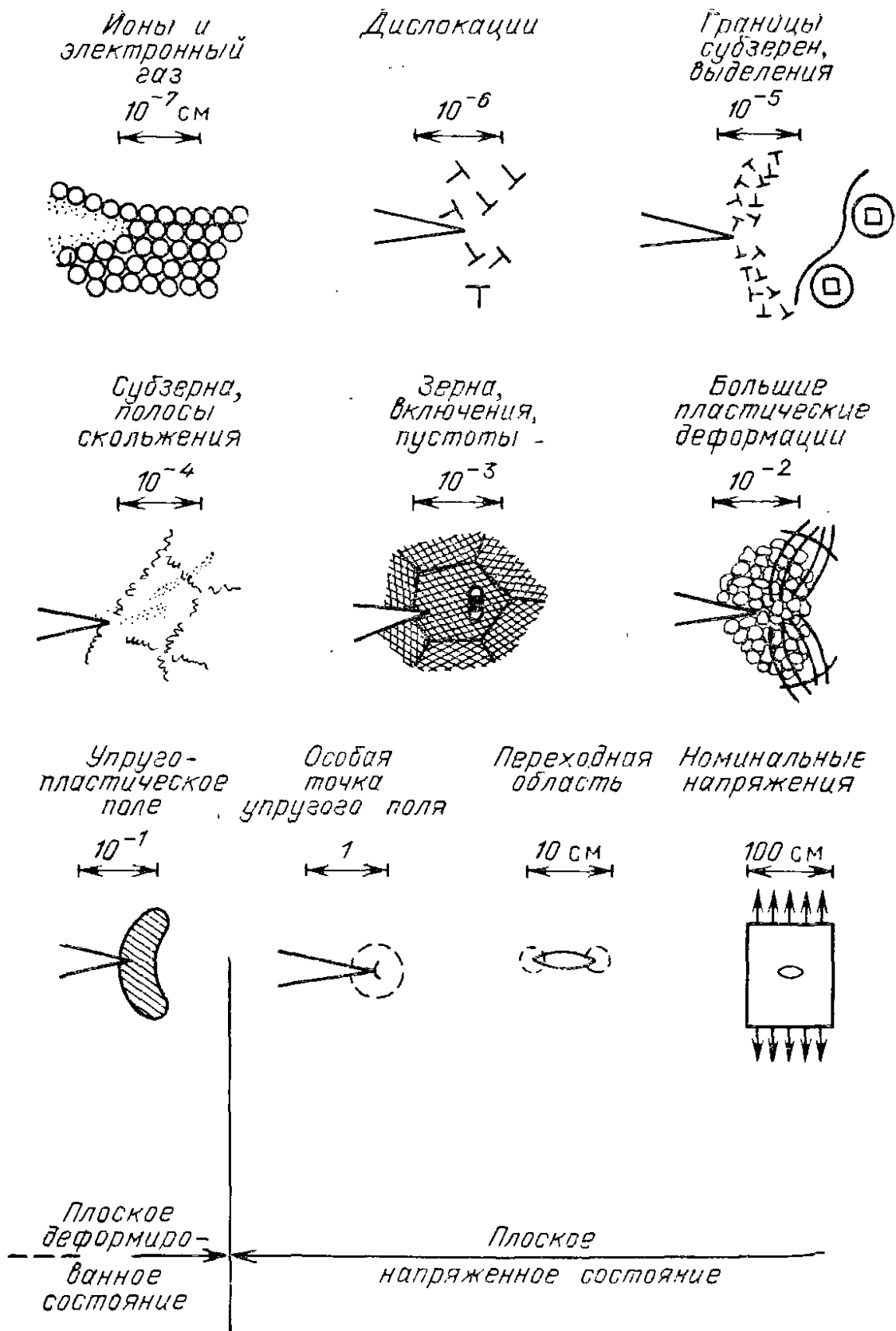


Рис. 41. Схема явления разрушения с точки зрения масштабной шкалы (напряженное состояние оценено по отношению к плоской детали толщиной 1 мм)

среды) при исследовании процесса разрушения определило название предмета — «механика разрушения».

Интуиция подсказывает нам, что вид нагрузки и ее интенсивность, о которых уже шла речь, а также форма тела в первую очередь оказывают влияние на его прочность и разрушение. Так вот, механика разрушения как раз и является областью знаний о влиянии нагружения, геометрии тела и свойств материала, из которого тело состоит, на его разрушение. Можно сказать, что *механика разрушения* в широком смысле этого понятия включает в себя ту часть науки о прочности материалов и конструкций, которая связана с изучением несущей способности тела либо без учета, либо с учетом начального распределения трещин, а также с изучением различных закономерностей развития трещин. Этот подход не зачеркнул все прежние достижения науки о прочности, о которых шла речь в гл. I. С появлением нового подхода она лишь пополнилась еще одним направлением. Пусть, например, при решении вопроса о несущей способности тела с трещинами исследователь не в силах учесть возможный характер развития трещин. Тогда он обращается к классической теории прочности. Как мы уже говорили, расчет несущей способности тела в этом случае сводится к тому, чтобы определить напряжения и деформации и проверить, не достигает ли определенная комбинация этих параметров своего критического значения в каких-либо точках тела.

Учет возможного развития трещин, казалось бы, невероятно усложняет расчет несущей способности. Теперь уже требуется знать закономерности развития трещин, решать сложную задачу об их поведении: при различных нагрузках они могут расти, а могут и оставаться в равновесном состоянии, не развиваясь. Однако дело обстоит вовсе не так сложно, как кажется поначалу. Решение задач с учетом трещин, зачастую связанное с большими математическими трудностями, содержит гораздо больше информации, чем требуется в этой проблеме. Для того чтобы получить ответ на главный вопрос — обладает ли тело несущей способностью при рассматриваемой нагрузке? — совсем не обязательно располагать решением самой задачи о равновесии тела с трещинами. Требуется лишь выяснить, существует ли решение этой задачи при рассматриваемой нагрузке или не существует. А это приводит к проверке некоторых относительно простых условий, о чем будет сказано ниже.

В настоящее время значение исследований по механике разрушения выходит далеко за рамки вопроса о несущей способности. Как уже отмечалось, исследование процесса разрушения представляет самостоятельный интерес. Управление процессом разрушения и знание его закономерностей имеют огромное значение для практики (для конструкций и сооружений желательно замедлить процесс роста трещин, тогда как при обработке резанием, наоборот, необходимо всячески облегчить разрушение). Убеждать руководителей промышленности в необходимости развития исследований по механике разрушения, по-видимому, не требуется. Вспомните об уже упомянутых колоссальных материальных потерях от разрушения в США, составляющих порядка 4 % совокупного национального продукта, что сравнимо, например, с расходами на здравоохранение. А ведь около четверти этих средств можно спасти за счет последовательного внедрения технологий, уже разработанных согласно рекомендациям специалистов по механике разрушения, и еще около четверти — за счет разработки новых научных методов борьбы с разрушением.

В нашей стране проблема управления разрушением стоит не менее остро, чем в других крупнейших промышленно развитых странах. Советские ученые занимают передовые позиции в мировой механике разрушения: регулярно проводятся всесоюзные и международные конференции и съезды, разработаны отраслевые и государственные стандарты по расчетам на прочность с учетом возможного разрушения, проблема внедрения передовых технологий решается в масштабе всего государства.

Сейчас механика разрушения является одной из наиболее бурно развивающихся областей механики. К числу основных направлений ее исследований относятся проблемы разрушения в условиях значительных пластических деформаций, разработки методов механики разрушения неметаллических материалов (композиты, керамика, полимеры, бетон, горные породы и т. д.), изучение распространения трещин при динамическом нагружении и при наличии агрессивных сред, прогнозирование ресурса и надежности элементов конструкции с учетом случайного характера возникновения и развития в них дефектов. Не следует забывать и о положительных аспектах разрушения и связанных с этой задачей проблемах: облегчение разрушения при резании, разрушение при извлечении ценных пород и др.

§ 10. Модель тела с трещинами

Общим для различных моделей развития трещин в твердых телах является то, что в начальный момент считается заданным некоторое распределение трещин конечной длины. Это хорошо согласуется с экспериментальными данными. Любой материал, какой бы предварительной технологической обработке он ни подвергался, всегда обладает какими-либо несовершенствами*). Что же все-таки легло в основу моделирования явления разрушения? Трещина! Ее развитие чаще всего не сопровождается большими деформациями в объеме всего тела и является главной формой проявления разрушения.

До сороковых годов нашего века развитие идей в этом направлении было незначительным. Процесс развития трещин оставался в стороне благодаря широко распространенному мнению о том, что разрушение происходит почти мгновенно. Иными словами, мгновенные разрушения, обусловленные трещинами, трактовались как «разрушение без предупреждения». Считалось, что трещина появляется только на последних минутах «жизни» конструкции или сооружения, завершая процесс разрушения. Чуть позже научились выявлять трещины на ранних стадиях разрушения, по меры борьбы с ними по-прежнему оставались неясными. В такой ситуации при проектировании и изготовлении реальных конструкций старались вообще избегать решения проблемы возникновения и развития трещины. Даже в тех случаях, когда предотвращение роста трещин было абсолютно необходимо, основные усилия направляли на то, чтобы вовсе не допустить трещины как «незваных гостей». К сожалению, это была продолжительная по времени эпоха, когда открыто, в полный голос о трещине не говорили. Но вот наступил новый период, и в последующие (после сороковых годов) десятилетия эта точка зрения была пересмотрена. Было установлено, что развитие трещины занимает значительный период, предшествующий разрушению, причем это относится не только к пластическому, но и к усталостному и даже хрупкому разрушению (разрушению без остаточных деформаций, когда из об-

*) Отсюда при выводе различных критериев прочности с учетом процесса разрушения можно получить соотношения, совпадающие по форме с обычными критериями прочности, только входящие туда константы становятся зависящими от расположения, конфигурации и размеров начальных трещин.

ломков можно составить исходное тело). Развитие трещины — это весьма сложный процесс (так, например, скорость развития трещины в силикатном стекле в начале процесса в 10—100 миллионов раз меньше, чем на заключительном этапе).

В то же время экспериментальные факты свидетельствовали о том, что при изменении внешних нагрузок в значительном диапазоне трещины если и развиваются, то устойчиво (о чем еще будет речь), не приводя к разрушению конструкции, спроектированную с учетом имеющихся начальных трещин. Отсюда следовало, что характеристика прочности в определенных пределах не зависит от начальных длин трещин, а может определяться некоторыми структурными параметрами материала, такими, например, как величина зерна. Здесь речь уже идет не только о современных требованиях сохранения прочности (в смысле устойчивости и целостности конструкции), а о конечной цели (до которой еще очень и очень далеко) — предотвращении разрушения из-за трещины.

Что же представляет собой математическая модель трещины? Рассматривая реальную трещину (рис. 42)

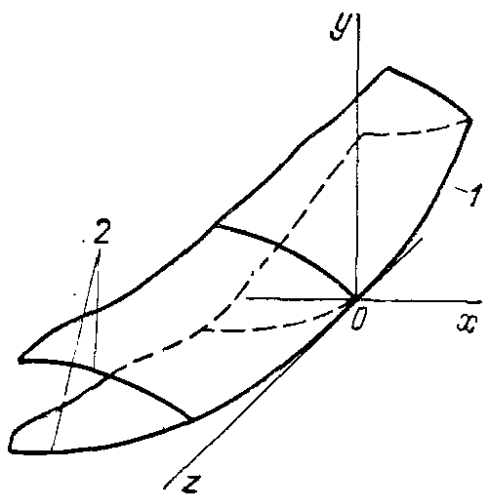


Рис. 42. Фронт реальной трещины в деформируемом твердом теле

в деформируемом твердом теле, можно всегда выделить на ее границе линию 1 — фронт трещины, на котором смыкаются поверхности полости 2 — берега трещины. Очевидно, что в окрестности фронта будет наблюдаться наибольшая концентрация напряжений и именно здесь будет происходить локальное разрушение материала.

С точки зрения постановки и решения задачи теории упругости берега трещины играют роль дополнительной границы тела, причем из-за малого расстояния между берегами реальную трещину можно рассматривать как математический разрез, т. е. полость нулевого объема, ограниченную двумя геометрически совпадающими поверхностями — берегами разреза. Переход от полости к математическому разрезу можно, например, осуществить следующим образом. Рассмотрим

неограниченное тело с полостью в форме эллиптического цилиндра, образующая которого параллельна оси z (перпендикулярной рисунку) (рис. 43, а). Если совершить предельный переход при $b \rightarrow 0$, то эллиптический цилиндр превратится в туннельный разрез на отрезке $[-a, a]$

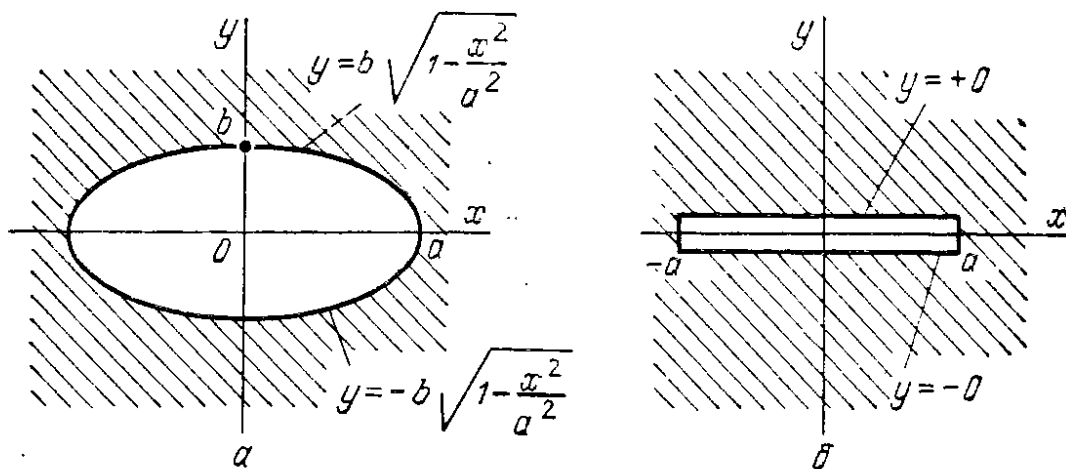


Рис. 43. Переход от эллиптической полости к математическому разрезу

оси x . При этом верхний полуэллипс $y = b \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$ перейдет в верхний берег разреза $|x| \leq a, y = +0$, а нижний полуэллипс $y = -b \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$ — в нижний берег разреза $|x| \leq a, y = -0$ (рис. 43, б).

Заметим, что прямолинейный туннельный разрез в неограниченном теле или прямолинейный сквозной разрез в тонкой пластинке является основным идеализированным образом реальной трещины, так как в произвольной малой окрестности точки O фронта (рис. 42) трещину можно рассматривать как плоскую трещину с прямолинейным фронтом. Следовательно, изучение напряженно-деформированного состояния в окрестности любой точки фронта трещины можно проводить в рамках плоской или антиплоской задачи теории упругости.

Предельный переход к математическому разрезу естественно возникает при анализе задачи с точки зрения масштабной шкалы (вспомните рис. 41). Если мы будем, например, решать задачу о разрушении под действием внутреннего давления p тонкостенного цилиндрического сосуда с осевым трещиноподобным дефектом на поверхности (это наиболее опасный для сосуда давления дефект), то рациональная схема решения предполагает использование «принципа микроскопа». Пусть между

радиусом цилиндра R , толщиной его стенки h и некоторым параметром ρ , имеющим смысл радиуса кривизны в вершине дефекта или размера зоны, в которой существенно проявляются эффекты нелинейности, пластичности и т. д., имеет место следующее соотношение: $R \gg h \gg \rho$ (символ \gg означает много больше). Тогда

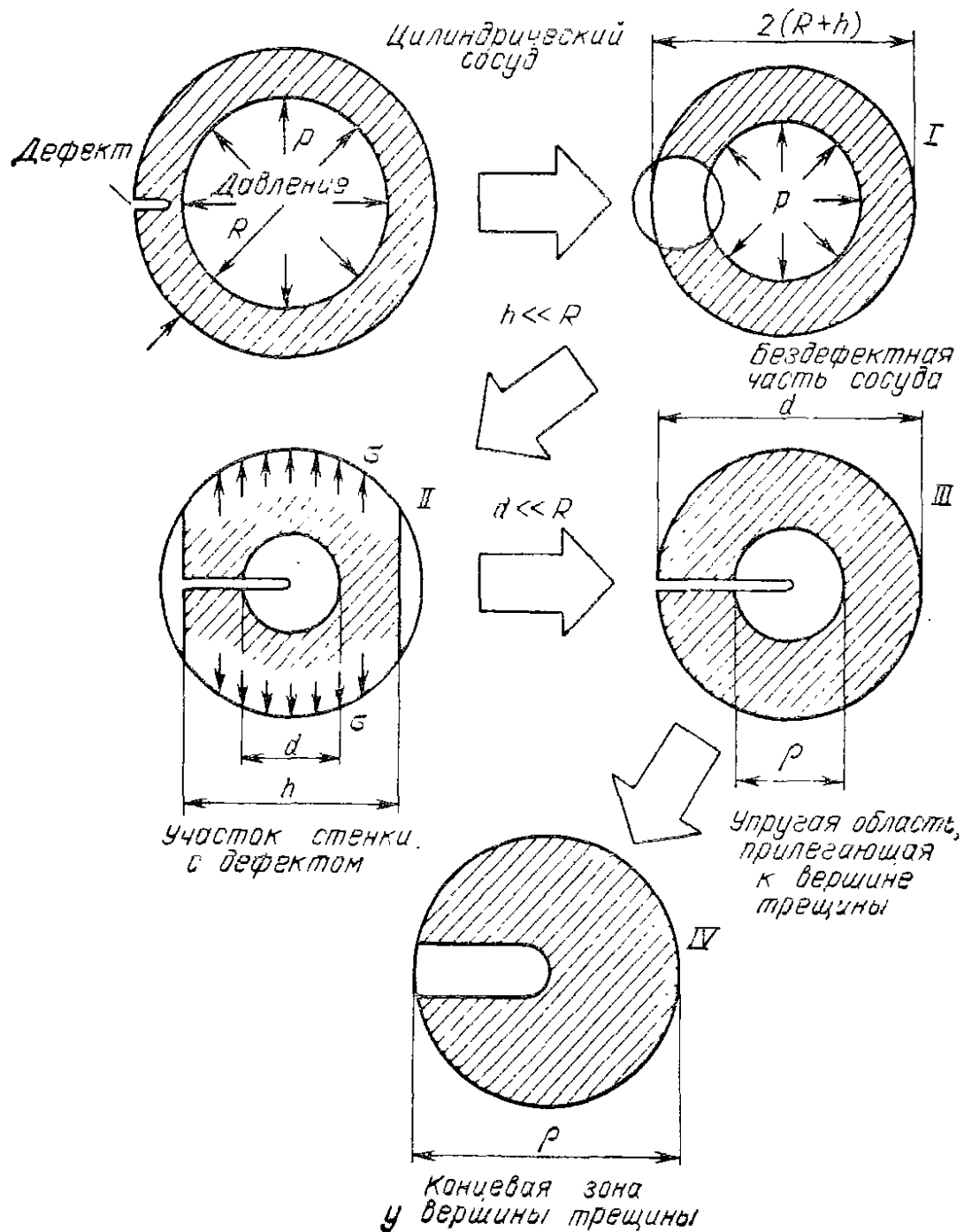


Рис. 44. Принцип микроскопа

«меняя степень увеличения» воображаемого «микроскопа», мы разобьем задачу на ряд простых, отличающихся масштабом (рис. 44). Из элементарного расчета бездефектного сосуда (дефект без «микроскопа» не заметен)

получим, что окружные напряжения в стенке почти постоянны по толщине и равны $\sigma = p \frac{R}{h}$ (масштаб *I*). При некотором увеличении участок стенки, на котором находится дефект, становится очень похож на упругую полосу с боковым надрезом, растягиваемую напряжением σ на «бесконечности» (масштаб *II*). Нацеливаем наш «микроскоп» на вершину разреза, где должны происходить процессы разрушения, и при большем увеличении видим полубесконечный разрез в неограниченной линейно-упругой плоскости (масштаб *III*). И, наконец, еще большее увеличение (масштаб *IV*) позволит детально рассмотреть область у вершины трещины конечной кривизны, где поведение материала существенно отклоняется от закона Гука. При решении каждой из отмеченных задач мы должны, как уже говорилось, учитывать требования непрерывного перехода от одного решения к другому. На рис. 45 схематически представлен график нормальных напряжений σ_y вдоль линии дефекта, он «склеен» из

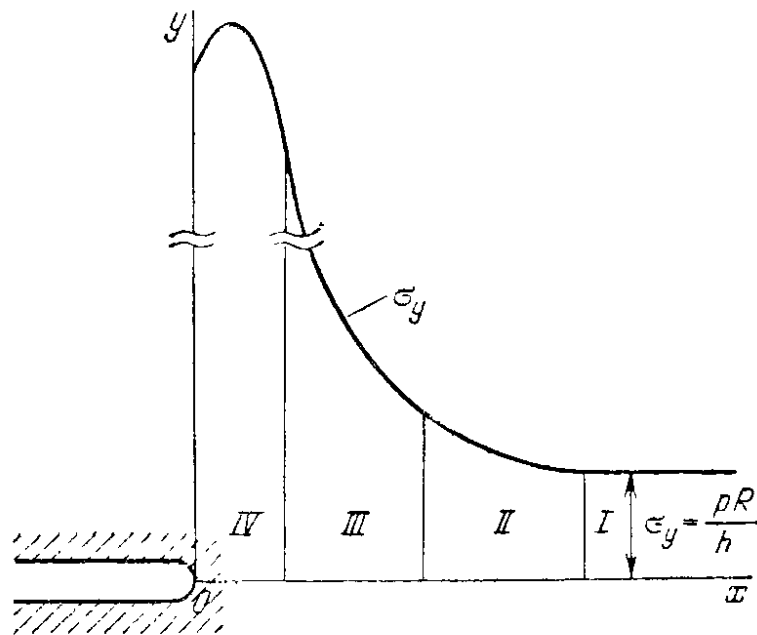


Рис. 45. Распределение напряжений перед вершиной дефекта

частей, построенных по соответствующим решениям. Математически условия склейки означают, что поведение одного решения вдали от начала координат должно совпадать с поведением решения для меньшего увеличения вблизи начала координат. Из проведенного анализа следует важное заключение. Для решения задачи о развитии трещины совсем не обязательно интересоваться детальными и не вполне изученными процессами, происхо-

дьящими в весьма малой окрестности конца трещины (и решать крайне сложную и неопределенную задачу для области *IV*). Достаточно знать характер и интенсивность напряженного состояния в малой области *III*, окружающей вершину разреза.

Итак, для механики разрушения крайне необходимо располагать так называемым асимптотическим решением задачи линейной теории упругости для полубесконечного разреза, о чем и пойдет речь в следующем параграфе.

§ 11. Поля напряжений и смещений в окрестности края трещины в упругом теле

Как мы уже говорили, решение данной задачи для малой окрестности любой точки гладкого фронта (рис. 42) можно считать не зависящим от координаты z , отсчитываемой вдоль фронта трещины (рис. 46). Самый общий случай полей деформаций и напряжений у кончика трещины можно получить путем взаимного наложения напряжений следующих частных *видов* плоской и антиплоской деформаций (рис. 47). Вид *I* связан с отрывным смещением, при котором поверхности трещины прямо расходятся одна от другой во взаимно противоположных направлениях (так происходит при забивании клина). Вид *II* соответствует перемещениям, при которых поверхности трещины скользят друг по другу (так, например, снимает стружку резец токарного станка). Вид *III* связан с антиплоской деформацией (разрезание ножницами), при которой одна поверхность скользит по другой параллельно фронту трещины. Решения этих задач, очень сложные в математическом отношении, были получены в пятидесятые годы. Оказалось, что для любых задач теории упругости поля напряжений и смещений вблизи вершины трещины имеют почти одинаковую структуру. Первыми поняли это английские ученые Дж. Ирвин и М. Вильямс, хотя строгое доказательство общности формул было дано позже. Сейчас мы приведем все формулы, описывающие распределение напряжений и смещений, причем многоточия в них ставятся вместо слагаемых, которые пренебрежимо малы по сравнению с выписанными. Мы приводим эти довольно громоздкие выражения совсем не для того, чтобы лишний раз вызвать трепет перед механикой разрушения. Наша задача — обратить внимание на некоторые их общие свойства и попытаться сделать для себя поучительные выводы. Все

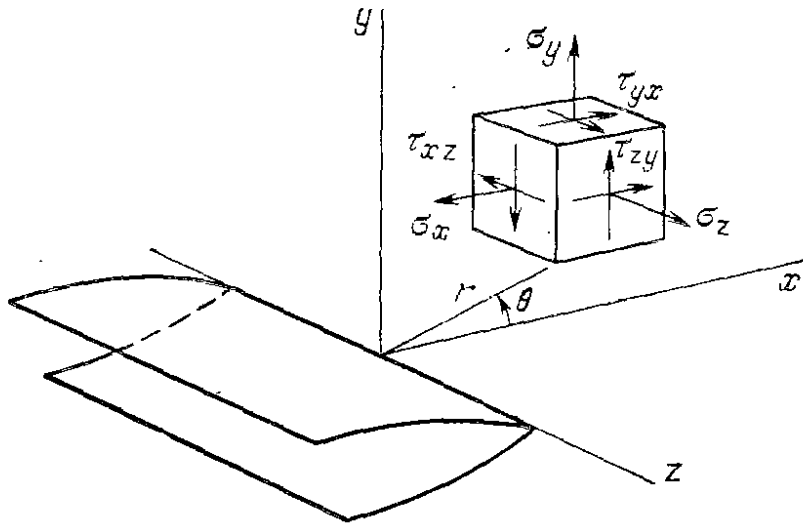


Рис. 46. Система координат и компоненты напряжений у кончика трещины

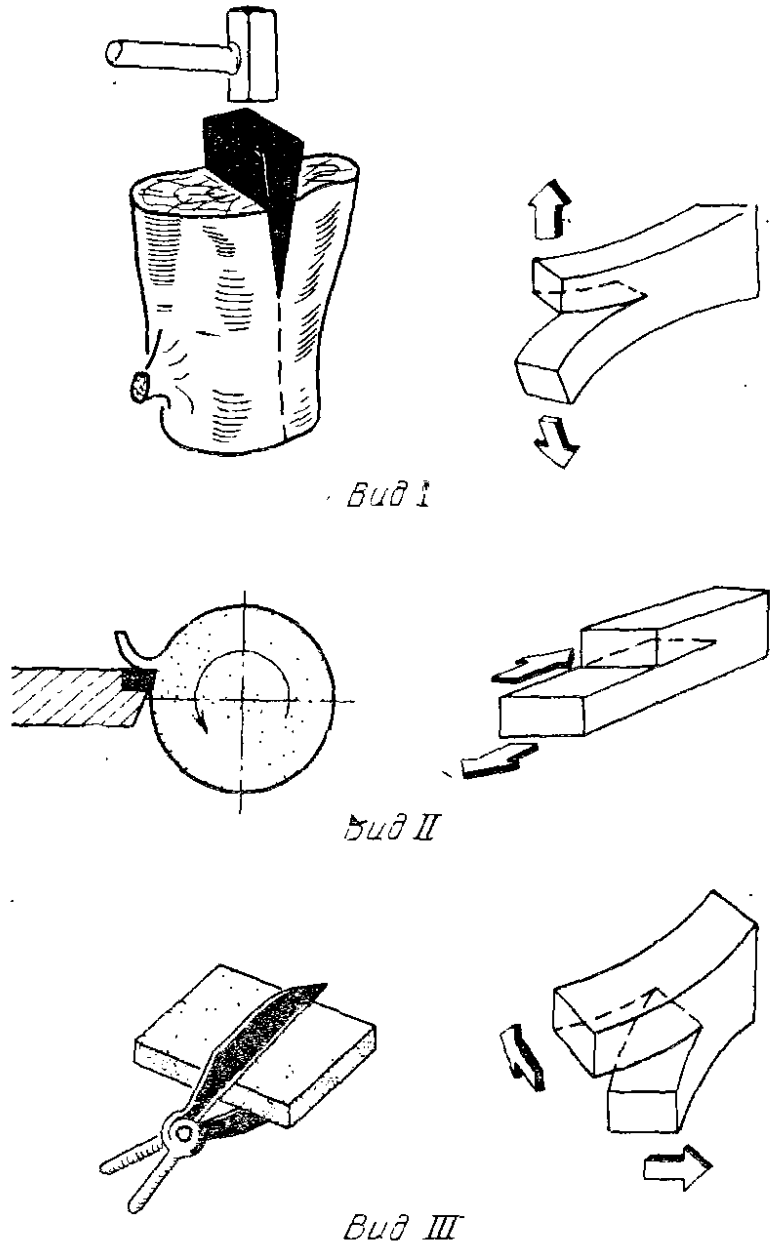


Рис. 47. Основные виды смещений поверхности трещины

Формулы записаны ниже для случая плоской деформации, когда $w = 0$, они годятся и для плоского напряженного состояния, если положить в них $\sigma_z = 0$ и заменить коэффициент Пуассона ν на $\frac{\nu}{1-\nu}$.

Для трещины I вида (*трещины отрыва* или *нормального разрыва*)

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots, \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots,$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, \quad \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y),$$

$$u = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \dots, \quad (41)$$

$$v = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \dots$$

Для трещины II вида (*трещина поперечного сдвига*)

$$\sigma_x = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \dots,$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots, \quad (42)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots,$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, \quad \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y),$$

$$u = \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) + \dots, \quad (43)$$

$$v = \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(2\nu - 1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \dots$$

Для трещины III вида (*трещина продольного* или *анти-плоского сдвига*)

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xz} = 0, \quad (44)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} + \dots, \quad \tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} + \dots, \quad (45)$$

$$u = v = 0, \quad w = \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2} + \dots$$

Приведенные соотношения содержат величины K_I , K_{II} , K_{III} , называемые *коэффициентами интенсивности напряжений* для трех указанных выше видов деформаций. Эти коэффициенты играют исключительно важную роль в механике хрупкого разрушения. Коэффициенты интенсивности напряжения заслуживают специального, самого серьезного обсуждения. Здесь же мы пока отметим следующее: все формулы для напряжений и смещений имеют схожую структуру:

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta) + \dots \quad \text{и} \quad u = \frac{K}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g(\theta) + \dots$$

Вблизи вершины трещины каждого вида поля напряжений и смещений могут отличаться только постоянным множителем K , зависящим от внешних нагрузок и геометрических размеров тела. Распределение же напряжений и смещений по радиальной и угловой координатам всегда одинаково.

Невольно возникает вопрос, а как относиться к тому, что согласно приведенным формулам в вершине трещины возникают бесконечно большие напряжения, а профиль трещины из заостренного становится параболическим. В свое время это обстоятельство вызвало довольно большие споры. Некоторые механики утверждали, что бесконечных напряжений в вершине трещины быть не может, никакой материал таких напряжений не выдержит. Следовательно, такая модель является несовершенной и ее надо улучшить, например, вводя вблизи вершины особые силы микроскопической природы, ликвидирующие бесконечные напряжения. На самом деле факт обращения напряжений в бесконечность у вершины трещины нельзя считать находящимся в непримиримом противоречии с опытными данными. Как раз наоборот! Такое обстоятельство хорошо отражает действительность, разумеется, в рамках такой чрезвычайно упрощенной теории, какой является линейная теория упругости и гипотеза о малости деформаций. Пользуясь асимптотическими формулами, мы должны исключить из рассмотрения концевые зоны такого размера, чтобы вне этих зон деформации были малы и выполнялся закон Гука. Во многих случаях эксперимент и расчеты подтверждают малость размеров такой зоны, например, для стали ее размеры оцениваются в полмиллиметра и уже для сантиметровых трещин расчет по линейной теории представляется обоснованным.

§ 12. Идея Гриффитса

Развитие механики разрушения связано с естественной необходимостью иметь представление о характере и возможностях начавшегося разрушения. А это достижимо лишь тогда, когда исследователь не только знает распределение внутренних напряжений, но и умеет определить допустимое напряжение (называемое критическим), при котором начинается разрушение, а также длину (и, быть может, траекторию) трещины, соответствующую приложенным внешним нагрузкам. К сожалению, эти сведения не содержатся в уравнениях классической теории упругости, они дают ответ только на вопрос о распределении возникающих напряжений и деформаций. Интуиция подсказывает нам, что, по-видимому, существует определенная зависимость между нагрузкой и длиной трещины. Для того чтобы установить эту зависимость, приходится привлекать некоторые дополнительные соображения. Одно из таких простых и несомненных соображений предполагает, что разрушение требует определенных затрат энергии и связано с использованием закона сохранения энергии.

Как уже отмечалось, первым, кто практически использовал эти положения, был сотрудник Авиационного исследовательского центра в Фарнборо А. А. Гриффитс (1893—1963). Его работы имели революционизирующее значение для всего последующего развития механики разрушения, особенно статья «Явление разрушения и течения твердого тела», которая была им опубликована 26 февраля 1920 г. А. А. Гриффитс писал: «Можно сделать общий вывод о том, что недостаточная прочность изотропных твердых тел, с которой обычно приходится встречаться, вызвана присутствием нарушений сплошности или дефектов, основные размеры которых велики по сравнению с межмолекулярным расстоянием. Эффективную прочность технических материалов можно повысить по крайней мере в 10—20 раз, если удастся устранить подобные дефекты». Гриффитсу было только 27 лет, известностью он не пользовался и его статья прошла почти незамеченной. К тому же подход Гриффитса к проблеме разрушения был совершенно нетрадиционным, и хотя с тех пор прошло почти 70 лет и концепции механики разрушения воплотились во впечатляющих достижениях современной техники, даже сейчас многие не

вполне представляют, в чем же сущность энергетического подхода Гриффитса.

Роль энергии в процессе хрупкого разрушения состоит, по Гриффитсу, в следующем. Одной концентрации напряжений у вершины трещины мало для того, чтобы трещина разорвала тело. Если не обеспечить подвода достаточной энергии к вершине, то разрушение прекратится. Точно так же остановится и автомобиль с совершенно исправным мотором, если в бензобаке иссякнет горючее. Для того чтобы разобраться с вопросом о балансе энергии, рассмотрим простейшую задачу.

Возьмем прямоугольную пластинку, растянем ее напряжением σ и жестко закрепим ее края (рис. 48). Длину и ширину пластинки считаем большими по сравнению

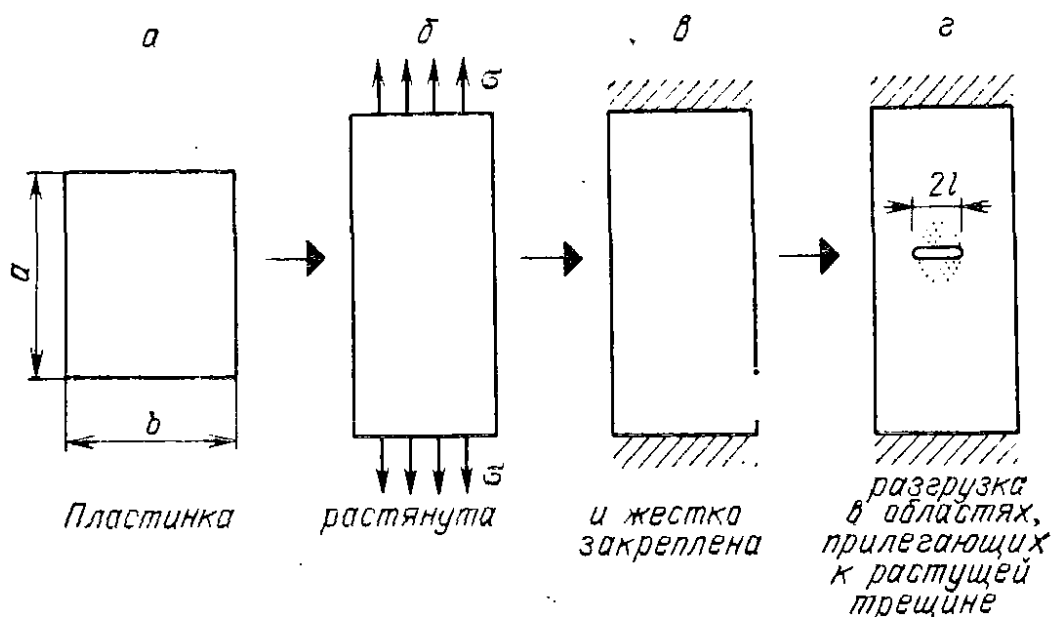


Рис. 48. Рост трещины в пластинке, которую сначала растянули, а затем жестко закрепили по краям

с толщиной, которую для удобства принимаем равной единице: $a \gg 1$, $b \gg 1$. В закрепленной пластинке запасена энергия упругой деформации $W_0 = \frac{\sigma^2}{2E} ab$, причем на единицу площади приходится энергия $\frac{\sigma^2}{2E}$. Пусть в пластинке появился дефект в виде трещины малой длины l ($a \gg l$, $b \gg l$), такая трещина приведет к уменьшению деформаций, в основном в зоне, прилегающей к трещине. Площадь указанной зоны имеет порядок l^2 *) (на рис. 16, 48 она затемнена), значит, освобожденная упругая

*) Вспомните рассуждения в сноске на с. 29.

энергия равна

$$W = W_0 - c \frac{\sigma^2}{2E} l^2.$$

Множитель c введен для учета неопределенности формы и размеров затемненной зоны и неравномерности деформаций в ней. Константу Гриффитса определил, воспользовавшись решением К. Инглыса о растяжении пластинки с тонким эллиптическим разрезом. Оказалось, что $c = 2\pi$, т. е.

$$W = W_0 - \frac{\pi\sigma^2 l^2}{E} \quad (46)$$

для плоского напряженного состояния (для плоской же деформации последнее слагаемое надо умножить на $1 - \nu^2$). Освобожденная упругая энергия W поступает в вершину трещины, где возникла концентрация напряжений, и там затрачивается на разрушение, точнее, на образование новой поверхности тела. Если считать γ — удельную работу разрушения на единицу площади новой поверхности тела — постоянной материала, то работа, затрачиваемая на образование трещины длины $2l$, равна

$$\Gamma = 4\gamma l. \quad (47)$$

Сам Гриффитс отождествлял величину γ с поверхностной энергией тела, экспериментально же такое предположение подтверждается только для очень хрупких материалов вроде стекла. Долгое время, кстати, считалось, что теория Гриффитса лишь для стекла и годится. О том, как удалось распространить теорию Гриффитса на другие материалы, мы расскажем в следующем параграфе, а сейчас попытаемся составить баланс энергии. Закрепленные кромки пластинки неподвижны, и внешние силы работы не совершают. Если представить, что длина трещины увеличится на малую величину Δl , то высвободится энергия деформации $-\Delta W > 0$:

$$-\Delta W = -[W(l + \Delta l) - W(l)] \approx \frac{2\pi\sigma^2 l \Delta l}{E}. \quad (48)$$

На увеличение длины трещины должна быть затрачена энергия $\Delta\Gamma$:

$$\Delta\Gamma = 4\gamma(l + \Delta l) - 4\gamma l = 4\gamma\Delta l. \quad (49)$$

Возможны две ситуации. Если окажется, что $-\Delta W > \Delta\Gamma$, то высвободившейся энергии с избытком хватит на разрушение материала в вершине и трещина будет самопроизвольно распространяться. Энергия, равная разности

$-\Delta W - \Delta \Gamma > 0$, будет переходить в кинетическую энергию, ее будет все больше и больше ($-\Delta W$ в данном случае растет пропорционально длине трещины) и пластинка разрушится, по-видимому, с большим шумом. В противном случае, когда $-\Delta W < \Delta \Gamma$, освобожденной энергии будет недостаточно для увеличения длины трещины и она останется неподвижной. Таким образом, условием наступления критического состояния служит равенство

$$-\Delta W = \Delta \Gamma. \quad (50)$$

Для рассматриваемой нами пластинки с помощью (48) и (49) условие Гриффитса записывается так:

$$\frac{2\pi\sigma^2 l}{E} \Delta l = 4\gamma\Delta l \quad \text{или} \quad \sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi l}}. \quad (51)$$

Из (51) можно найти *критическое напряжение*, при котором трещина длины $2l$ становится опасной. Формулу (51) можно также переписать в виде

$$l = \frac{2E\gamma}{\pi\sigma^2} \quad (52)$$

и определять из нее *критическую длину трещины* l_c , ограничивающую сверху размеры безопасных дефектов. Полученные соотношения относятся к плоскому напряженному состоянию, для случая же плоской деформации они записываются так:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi(1-\nu^2)l}} \quad \text{и} \quad l = \frac{2E\gamma}{\pi(1-\nu^2)\sigma^2}, \quad (53)$$

Зависимости (51) — (53) критических нагрузок и размеров дефекта представляют собой основной теоретический результат Гриффитса. Однако проведение расчетов на прочность тел с трещинами по Гриффитсу, исходя из расчета энергии деформаций всего тела, оказывается очень сложным и неудобным в вычислительном отношении. Вот почему до создания Ирвином в 1957 г. силового подхода в механике хрупкого разрушения такие расчеты до конца почти никому не удалось довести.

§ 13. Неустойчивое и устойчивое развитие трещины

Что же показывает зависимость (51)? Вначале изобразим ее графически (рис. 49), а пользоваться графиком следует так. Пусть известна начальная длина трещины, которая имеется в теле. Отложим эту величину.

вдоль горизонтальной оси и, восстановив перпендикуляр в конце отрезка до пересечения с графиком, найдем соответствующее напряжение, критическое для данной длины трещины. Если напряжение, приложенное к телу, меньше критического, трещина не будет развиваться.

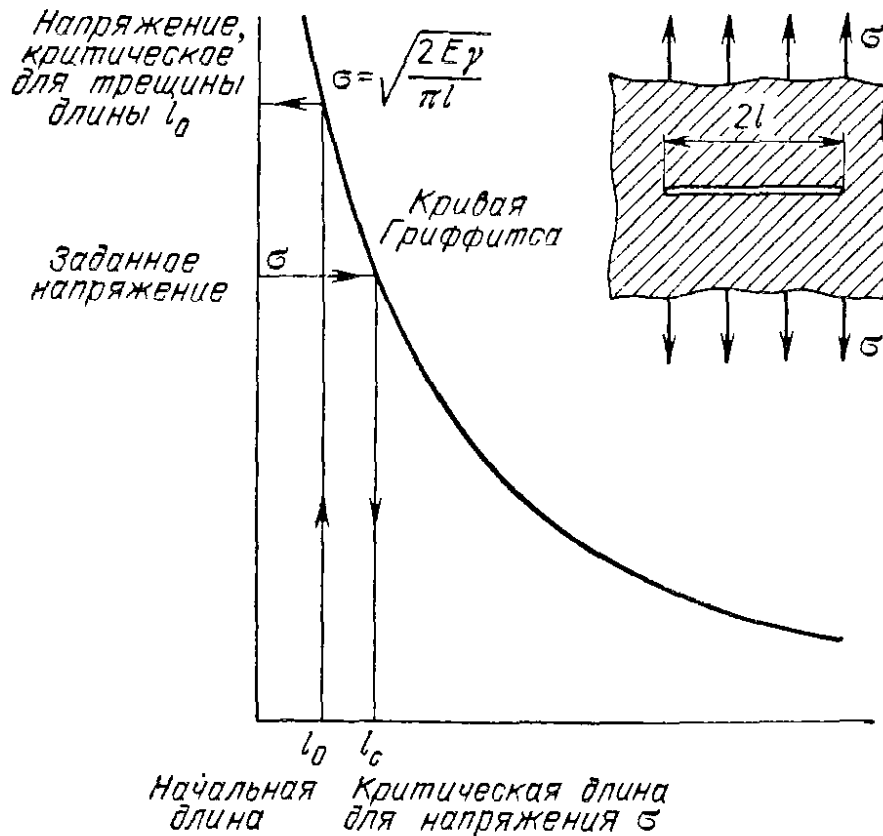


Рис. 49. Зависимость критических нагрузок и размеров трещины Гриффитса

Если же, повышая напряжение, мы достигнем его критического значения, трещина начнет развиваться, притом неустойчиво, и тело разрушится.

Понятие критического напряжения, введенное Гриффитсом, весьма ценно. Ведь оно связано с началом развития трещины и служит важнейшей характеристикой сопротивления материала росту трещины. Однако одной этой характеристики явно недостаточно для понимания начавшегося процесса разрушения. Как протекает этот процесс? Каким образом происходит разрушение? Всегда ли тело разрушается на части или трещина может остановиться, «не дорезав» тело до конца? Что происходит после того, как трещина двинулась в путь?

На первый взгляд кажется, что если уж трещина начала развиваться, то тело непременно разрушится. Однако это справедливо только при лавинообразном, неустой-

чивом распространении трещины*). Как показывают эксперименты и расчеты, проведенные автором этой книги более 25 лет тому назад, в случае взаимодействия трещины с препятствиями и границами ее развитие может происходить устойчиво, без окончательного разрушения тела в значительном диапазоне изменения нагрузки. Очевидно, что в конструкциях и сооружениях, работающих при определенных внешних нагрузках и определенных режимах их изменения, наличие устойчивых трещин не

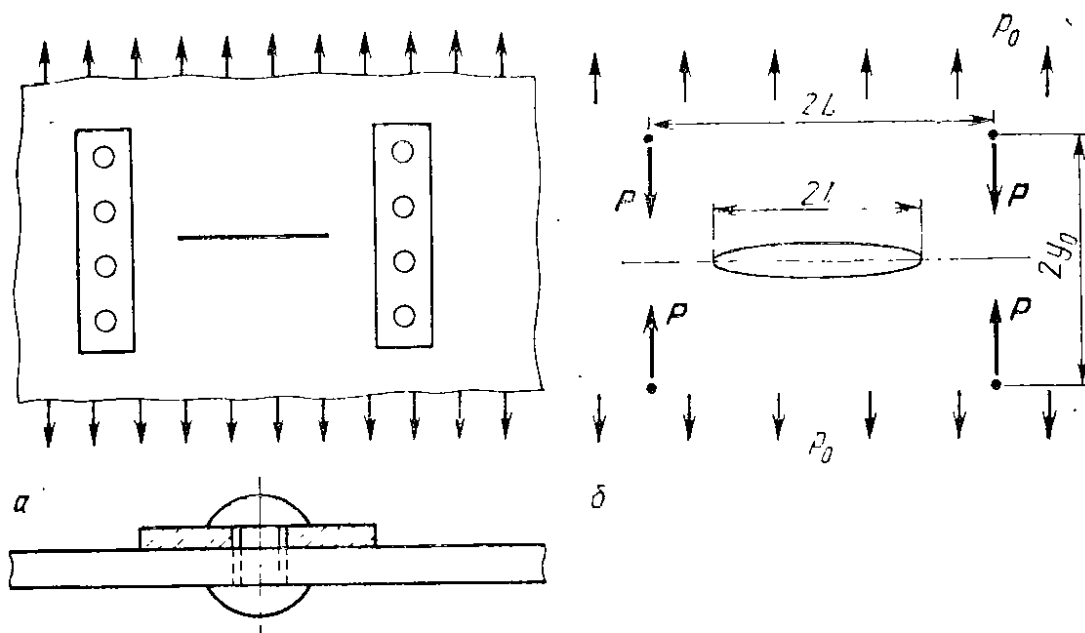


Рис. 50. Панель с приклепанными ребрами жесткости (а) и схематизация задачи о трещине в листе с ребрами жесткости (б)

опасно. Срок службы таких сооружений можно значительно продлить, искусственно усиливая их заклепками и пластинами, высверливая отверстия на пути распространения трещин и т. д.

Остановимся на одном примере подробнее. Чтобы предотвратить катастрофическое развитие уже имеющихся трещин и разрушение конструкции, ее часто подкрепляют ребрами жесткости (см. рис. 50, а). Простейшая математическая схематизация этой задачи состоит в сле-

*) Как может, например, влиять царапина (трещина) на прочность хрупкого стекла? В итальянском кинофильме «Операция «Святой Януарий» герои фильма не могут добыть клад, закрытый стеклом, которое не удается разбить ни кувалдой, ни выстрелами. Отказавшись от бесполезной затеи и покидая грот, кто-то в отчаянии бросает разряженный пистолет и разбивает стекло. По-видимому, бросавшему помогла трещина, и распространение ее было явно неустойчивым.

дующем. В расчете обычно принимаются во внимание только ближайшие к линии трещины заклепки, так как влияние более удаленных незначительно. Пара заклепок, препятствующая развитию трещины, моделируется двумя равными противоположно направленными сжимающими сосредоточенными силами (рис. 50, б). Первый вопрос, который здесь возникает: каким должно быть

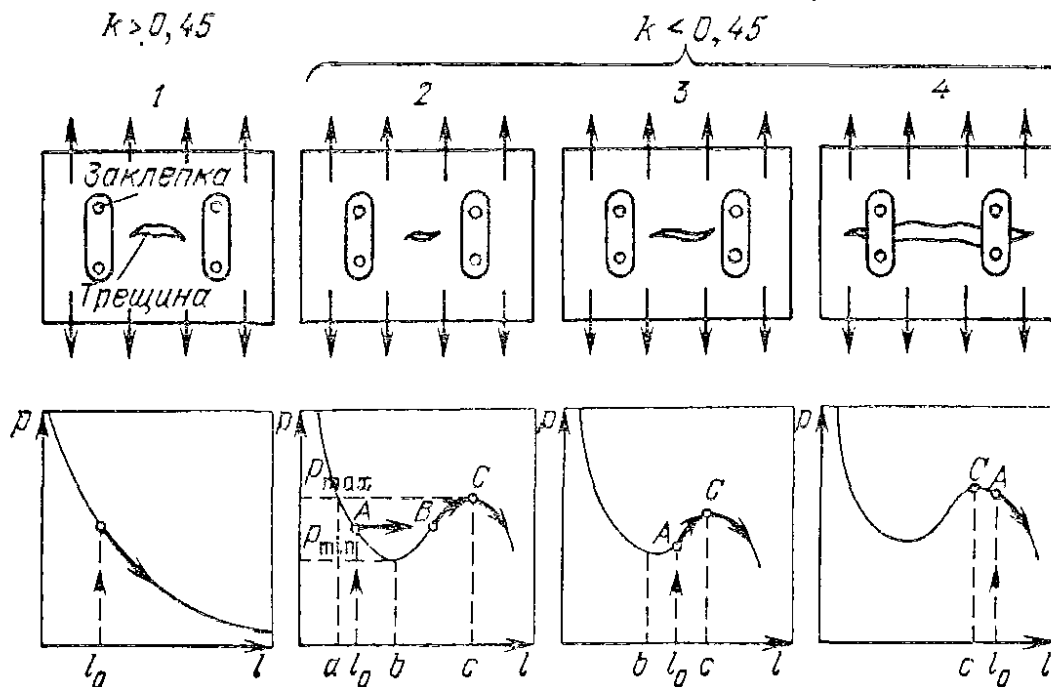


Рис. 51. Разрушение панели с ребрами жесткости (k — отношение расстояния между заклепками к расстоянию между ребрами)

отношение расстояния между заклепками к расстоянию между ребрами? Оказывается (рис. 51), если это отношение превышает 0,45, то кривая зависимости критического напряжения от длины трещины — монотонно убывающая и разрушение происходит так же, как в задаче Гриффитса. С увеличением растягивающей нагрузки длина трещины не меняется, пока растущая нагрузка остается меньше критического значения, соответствующего выбранной длине трещины. По достижении критического значения нагрузки трещина начинает расти неустойчиво, и тело разрушается (первый рисунок). Однако, если заклепки отстоят друг от друга достаточно близко по вертикали, на кривой появляется участок возрастания (рисунки со второго по четвертый).

Отметим на кривой точку локального максимума C , абсцисса которого c , локального минимума b и точку, где

высота кривой равна высоте точки локального максимума a . Рассмотрим вариант, когда значение начальной длины лежит между a и b (второй рисунок). В этом случае размер трещины не меняется, пока нагрузка не достигнет критического значения A . Тогда при малейшем превышении нагрузки трещина увеличивается скачком и переходит в другое, устойчивое состояние, соответствующее тому же значению нагрузки AB , после чего устойчиво развивается с ростом нагружения BC до максимального значения C . После этого трещина начинает катастрофически расти и тело разрушается. Рассмотрим следующий вариант: значение начальной длины трещины расположено между b и c (третий рисунок). Размер трещины не меняется, пока нагрузка не достигнет критического значения A ; далее трещина развивается устойчиво, и все идет так же, как в предыдущем случае. Последний вариант: начальная длина трещины больше, чем расстояние между ребрами, и на графике отмечается точкой, лежащей правее c . Когда нагрузка достигает критического значения A , тело разрушается, как и в первом случае (последний рисунок).

Обратим внимание на второй и третий случаи. Здесь, пока нагрузка лежит в промежутке между высотами точек локального минимума и локального максимума кривой, длина трещины есть непрерывная функция приложенной нагрузки. Тело не разрушается и способно воспринять возрастающую нагрузку, несмотря на рост трещины. Предельное значение нагрузки, определяющее прочность рассматриваемой нами конструкции, одинаково для всех значений начальной длины трещины в диапазоне ac . Этот пример показателен в том отношении, что механика разрушения указывает универсальную характеристику прочности, не зависящую от начальной длины трещины. Такую характеристику желательно вводить при расчетах на прочность.

Современные суда проектируются в расчете на безопасную работу при наличии трещин метровой длины, даже для самолетов докритическими являются трещины длиной в несколько сантиметров. Необнаружение их при осмотре возможно только при халатности со стороны обслуживающего персонала. Так что «сенсационные» сообщения газет, радио и телевидения об обнаружении трещин (вероятно, докритических), например, в фюзеляжах самолетов, могут произвести впечатление только на людей, не знакомых с механикой разрушения.

§ 14. Критерии разрушения. Концепция Гриффитса — Орована — Ирвина

Процесс разрушения складывается из двух стадий — зарождения трещины и ее распространения, причем каждая из этих стадий подчиняется своим законам. Естественно, что среди критериев прочности одни описывают условия зарождения трещины, а другие — условия их распространения. Первые из них фактически есть критерии наступления опасного состояния в точке в рассматриваемый момент. Вторые же исходят из наличия в теле трещины, то есть в них используется модель тела с трещиной, о которой шла речь в § 10. Критерий начала распространения трещины (иногда называемый критерием разрушения), составляющий основу механики разрушения, является дополнительным *) краевым условием при решении вопроса о предельном равновесии тела с трещиной. Предельное состояние равновесия считается достигнутым, если трещиноподобный разрез получил возможность распространяться, и тогда разрез становится трещиной. Критерии начала распространения трещины могут быть получены как на основе энергетических соображений (см. § 12), так и силовых. Исторически сложилось так, что, как мы говорили, сначала А. А. Гриффитсом в 1920 г. был предложен энергетический критерий разрушения, а силовой критерий был сформулирован лишь в 1957 г. Дж. Р. Ирвином, доказавшим к тому же их эквивалентность.

Сущность этих подходов, обобщающих идеи Гриффитса, состоит в следующем. Пусть имеется идеально упругое тело с начальным разрезом. Для того чтобы этот разрез стал распространяться, увеличивая свою поверхность, требуется израсходовать энергию, равную по величине работе, которую надо затратить, чтобы обеспечить целостность материала перед кромкой разреза. Эту работу (с обратным знаком) можно назвать *работой разрушения*. Одновременно с образованием новой поверхности, свободной от нагрузок, в некотором объеме тела уменьшается деформация. Это приводит к соответствующему выделению из тела упругой энергии. Таким образом, на основании закона сохранения энергии (в пренебрежении иными возможными потоками энергии) при развитии трещины на величину δS соблюдается энергетическое

*) По отношению к уравнениям теории упругости, описывающим напряженно-деформируемое состояние изучаемого тела.

условие вида

$$\delta\Gamma = G\delta S.$$

Здесь $\delta\Gamma$ — работа разрушения, необходимая для образования новой поверхности разрыва площадью δS , G — поток энергии в вершину трещины, отнесенный к единице площади трещины, или, иными словами, *интенсивность освобождающейся упругой энергии*.

Как мы уже отмечали, Гриффитс предполагал, что величина $\delta\Gamma$ есть поверхностная энергия твердого тела, имеющая ту же физическую природу, что и для жидкости. Такая трактовка работы разрушения не позволяла учесть некоторые важные детали процесса разрушения. Вот одна из этих деталей. Когда трещина развивается, то в более или менее обширной окрестности ее кончика всегда происходят необратимые, пластические деформации материала. Венгерский ученый Е. О. Орован, проводя эксперименты на плитах из малоуглеродистой стали с нанесенными трещинами, отчетливо видел, как происходят такие деформации. Орован заметил, что пластическая деформация сосредоточивается в тонком слое вблизи поверхности трещины. Подобное разрушение было названо квазихрупким. Таким образом, затраты энергии в процессе создания новых поверхностей при развитии трещины связаны главным образом с работой пластической деформации объемов материала, расположенных перед фронтом трещины.

Если линейные размеры этих объемов малы сравнительно с длиной трещины, то поток упругой энергии по-прежнему можно вычислить, сообразуясь только с упругим решением, а затрату энергии на разрушение отнести к работе пластической деформации. В этом состоит концепция *квазихрупкого разрушения* Е. О. Орована и Дж. Р. Ирвина, которая явилась крупным вкладом в механику разрушения и позволила перейти от идеального материала в схеме Гриффитса к реальным металлическим материалам. Благотворность этой концепции объясняется тем, что разрушение реальных конструкций практически всегда происходит квазихрупким образом, т. е. макрорупкий излом содержит значительные остаточные деформации вблизи поверхности разрушения. Таким образом был открыт путь применения теории разрушения Гриффитса к решению инженерных проблем.

Непосредственное вычисление потока энергии, идущего в вершину трещины, является очень сложной ма-

тематической задачей даже в рассмотренном Гриффитсом простейшем случае. Однако этот поток можно вычислить, следуя Ирвину, через работу сил сцепления у вершины трещины. Увеличение поверхности трещины на величину ΔS можно трактовать так: вдоль линии трещины мысленно проведем требуемой длины разрез, который не имеет возможности раскрыться из-за связи между берегами, подверженными действию тех же напряжений (с обратным знаком), что возникали перед фронтом трещины в сплошном теле (до проведения мысленного разреза) (рис. 52, а). Если затем медленно уменьшать эти напряжения до нуля, то разрез раскрывается и получается трещина с площадью, увеличенной на ΔS (рис. 52, б). Сообразно изложенным рассуждениям при вычислении потока энергии рассматривается только непосредственная окрестность фронта трещины, где можно напряженно-деформированное состояние разбить на

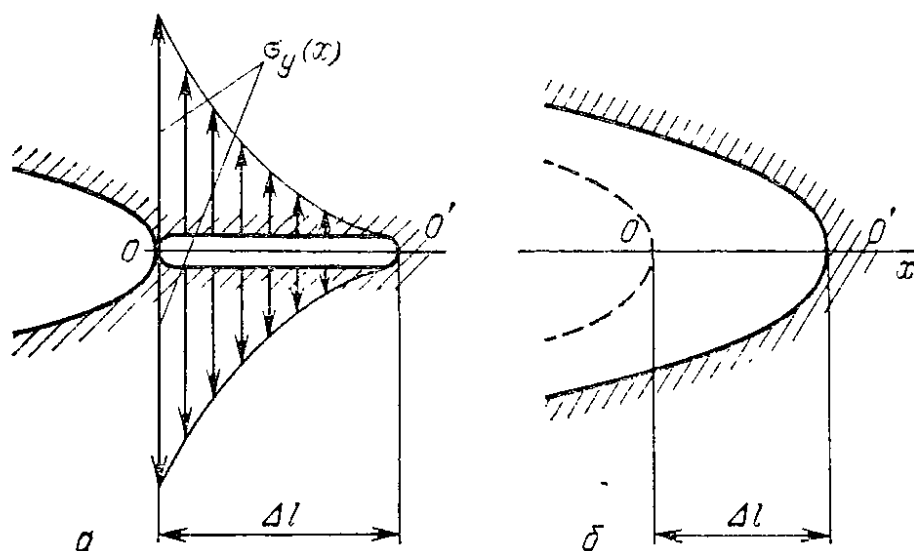


Рис. 52. Схематическое изображение конца трещины до ее продвижения на отрезок Δl (а) и после (б)

три составляющие: нормальный разрыв, поперечный и продольный сдвиг, и воспользоваться соответствующими асимптотическими формулами из § 11.

В нашем мысленном эксперименте для трещины нормального разрыва на участке разреза от x до $x + dx$ сила $\sigma_y dx$, действующая на удерживающую связь, медленно убывает от значения

$$\sigma_y dx = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} dx, \quad (54)$$

определяемого второй формулой (40) при $r = x$, $\theta = 0$,

до нуля. При этом точка ее приложения перемещается вдоль оси y от 0 до значения

$$v = \frac{4(1-v^2)}{E} K_I \sqrt{\frac{\Delta l - x}{2\pi}} \quad (55)$$

определяемого формулой (41) при $r = \Delta l - x$, $\theta = \pi$. Работа удерживающей силы равна площади заштрихованного треугольника на графике зависимости $\sigma_y dx$ от v , которую можно принять линейной (рис. 53), т. е. половине произведения величин, определяемых формулами (54) и (55). Вычисляя полную работу, совершаемую при продвижении разреза на Δl , мы должны взять интеграл от $2 \cdot \frac{1}{2} \sigma_y \cdot dx \cdot v$ по всему разрезу (двойка появляется из-за того, что у разреза два берега):

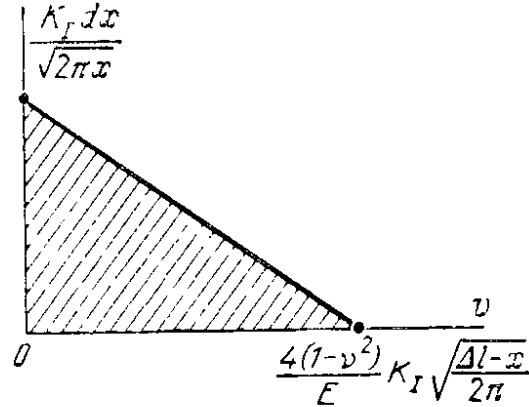


Рис. 53. К вычислению работы напряжений σ_y при продвижении трещины на отрезок Δl

$$\int_0^{\Delta l} \sigma_y \cdot v dx = \frac{4(1-v^2) K_I^2}{2\pi E} \int_0^{\Delta l} \sqrt{\frac{\Delta l - x}{x}} dx = \frac{(1-v^2) K_I^2}{E} \Delta l.$$

Этот интеграл *) довольно успешно вычисляют студенты первого курса.

Поток энергии G равен численно работе, отнесенной к единице приращения длины трещины, т. е.

$$G = \frac{1-v^2}{E} K_I^2 \quad (56)$$

для плоской деформации, и

$$G = \frac{1}{E} K_I^2 \quad (57)$$

для плоского напряженного состояния. Аналогично можно вычислить интенсивности освобождения энергии для

*) С помощью подстановки $x = \Delta l \sin^2 \varphi$ сводится к элементарному интегралу

$$\int_0^{\Delta l} \sqrt{\frac{\Delta l - x}{x}} dx = \Delta l \cdot \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2\varphi) d\varphi = \Delta l \cdot \frac{\pi}{2}.$$

трещины поперечного и продольного сдвигов, а затем, сложив их, получить выражения для трещины общего вида

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1 + \nu}{E} K_{III}^2. \quad (58)$$

Таким образом, приходим к двум эквивалентным формулировкам критерия разрушения. Трещина получает возможность распространения в том случае, когда

1) интенсивность освобождающейся энергии G достигает критической величины $G_c = \delta\Gamma/\delta S = \text{const}$;

2) коэффициент интенсивности напряжений K достигает критической величины $K_c = \text{const}$.

Итак, *энергетический критерий* начала роста трещины имеет вид

$$G = G_c. \quad (59)$$

Силовой критерий

$$K = K_c. \quad (60)$$

Заметим, что соотношения (56), (57) справедливы также и для критического состояния (G_c и K_c), где G_c — *удельная (эффективная) работа разрушения*, а K_c — *критический коэффициент интенсивности напряжений*. Часто обе эти величины называют *вязкостью разрушения*. Формулировки (59) и (60) справедливы для идеального упругого разрушения (при $\sigma_y \rightarrow \infty$ у конца трещины в линеаризованной постановке задачи теории упругости), и ими, вообще говоря, исчерпывается собственно *линейная механика развития трещин*.

В действительности для большинства реальных материалов в малой области конца разреза из-за больших напряжений возникает зона проявления нелинейных свойств материала, в которой распределения напряжений и смещений отличаются от упругого. В схеме квазихрупкого разрушения (Орован, Ирвин) принимается, что зона нелинейных эффектов мала по сравнению с длиной трещины. Это позволяет считать, что и размер данной зоны, и интенсивность пластических деформаций в ней целиком контролируются коэффициентом интенсивности напряжений, пределом текучести и коэффициентом упрочнения, а поле напряжений вокруг пластической области описывается асимптотическими формулами. Следовательно, для квазихрупкого разрушения обе формулировки критерия разрушения сохраняются. В дальнейшем мы не будем делать существенного различия между хрупким и квазихрупким (в указанном смысле) разрушением и для обо-

их случаев будем пользоваться термином «хрупкое разрушение».

Перед концом трещины для большинства реальных материалов возникает более или менее развитая пластическая зона, причем даже если протяженность этой области будет доходить до 20 % длины трещины, то поле напряжений вокруг пластической зоны все еще определяется асимптотическими формулами. Поэтому и размер пластической области, и интенсивность пластических деформаций в ней целиком контролируются коэффициентом интенсивности напряжений K и свойствами материала. Надо только оговорить, что для справедливости положений линейной механики развития трещин при вычислении коэффициента K следует искусственно (фиктивно) увеличить длину (или полудлину) трещины на половину длины пластической зоны. Эта процедура носит название *пластической поправки Ирвина*.

Пусть на расстоянии $r = r_p$ от конца трещины (при $\theta = 0$) напряжение σ_p достигает предела текучести σ_T . Тогда из равенства $K_I / \sqrt{2\pi r_p} = \sigma_T$ находим радиус пластической зоны

$$r_p = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_T^2}, \quad (61)$$

где в критический момент $K_I = K_c$ при плоском напряженном состоянии. Плоская деформация при объемном напряженном состоянии растяжения уменьшает долю касательного напряжения и пластическая зона уменьшается — разрушение будет более хрупким, а напряжения при разрушении более низкими. Получаем, что для учета пластической зоны достаточно в формуле коэффициента интенсивности напряжений заменить полудлину трещины l на $l + r_p$. В этом и состоит так называемая поправка на пластическую деформацию при вычислении K_c по формуле для K . Эта поправка расширяет область справедливости линейной механики разрушения: по разрушающим напряжениям в сторону их увеличения, по критическим длинам трещин — в сторону их уменьшения. При плоской деформации пластическую поправку (в силу ее малости) можно не вводить.

Поскольку малая пластическая зона окружена упругим полем, характеризующимся значением K , то размеры пластической зоны и величина деформации внутри этой зоны зависят от коэффициента K , а также от сопротивле-

ния материала пластической деформации. Размеры пластической зоны зависят также и от степени стеснения поперечной деформации (вдоль переднего края трещины). В свою очередь степень стеснения деформации зависит от толщины плоского образца, с увеличением которой напряженное состояние изменяется от плоского ($\sigma_z = 0$) к объемному при плоской деформации ($\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$). На рис. 54 изображена своеобразная форма пластической зоны у вершины сквозной трещины в плоском образце.

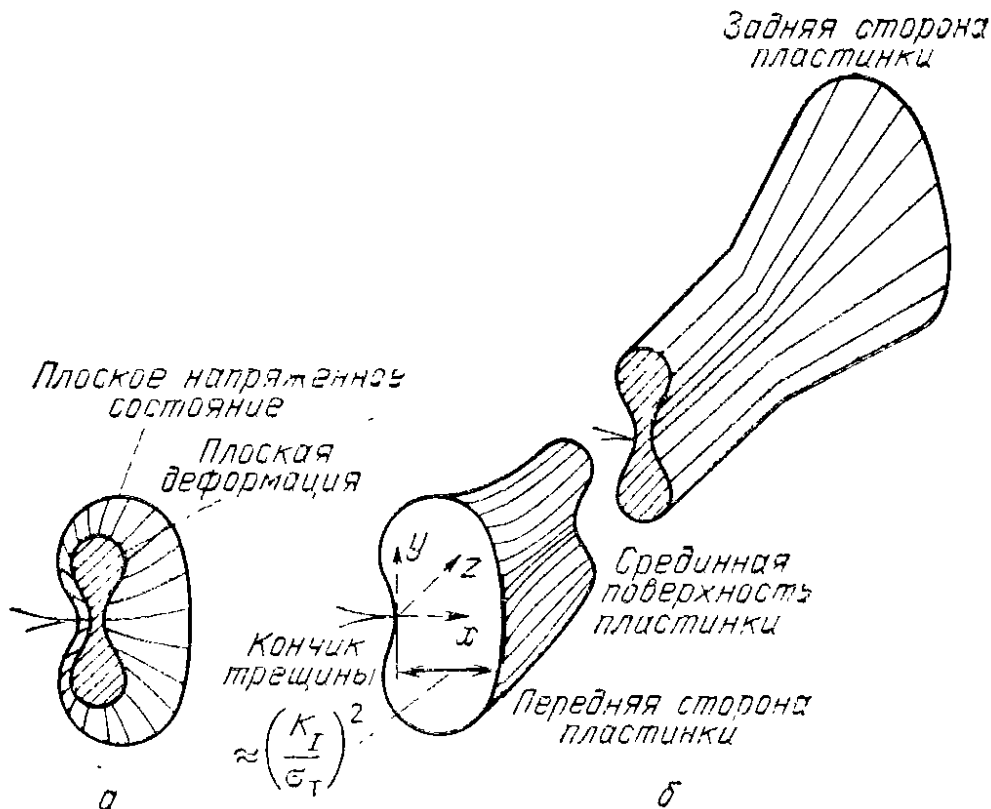


Рис. 54. Схематическое изображение пластической зоны у кончика сквозной трещины в пластинке, отдаленно напоминающее кость. а) Сопоставление форм пластических зон при плоской деформации (в среднем сечении пластинки) и при плоском напряженном состоянии (у ее свободных поверхностей), б) Пространственное изображение пластической зоны

Она наглядно показывает переход от почти плоского напряженного состояния у поверхности к плоской деформации в глубине, что отдаленно напоминает кость, которую любят грызть собаки.

Из сказанного выше видна определяющая роль коэффициента интенсивности напряжений в механике разрушения, что связано с рассмотрением коэффициента интенсивности напряжений как объекта аналитического или экспериментального исследования. Таблицы аналитических выражений коэффициентов интенсивности напря-

жений для тел различных конфигураций и схем нагружения можно найти в справочниках. Изучению влияния этого коэффициента на закономерности роста трещины, а также определению коэффициента интенсивности напряжений в разнообразных задачах посвящена значительная часть излагаемого в этой книге материала.

§ 15. Расчет и измерение коэффициентов интенсивности напряжений

Для вычисления коэффициентов интенсивности напряжений приходится решать задачи для тел сложной конфигурации с трещинами, а решение задач механики деформируемого тела для областей с разрезами (трещинами) связано с известными математическими трудностями вследствие наличия особых (сингулярных) точек. Большинство этих задач эффективно может быть решено только с применением ЭВМ.

Среди вычислительных методов в задачах механики разрушения в настоящее время наиболее широкое распространение получил *метод конечных элементов* (МКЭ). МКЭ основан на предположении, что тело можно представить в виде набора элементов, соединенных друг с другом только в узлах. Мы не будем углубляться в изложение метода конечных элементов, это тема для самостоятельной книги. Скажем только, что применяемые в нем приемы во многом похожи на приемы строительной механики. Замену сложного тела сеткой конечных элементов (рис. 55) можно уподобить замене сплошного тела решетчатой конструкцией, распределение напряжений в которой должно быть схожим. Естественно, расчет решетчатого аналога проще и он сводится к решению системы линейных уравнений, выражающих равновесие узлов решетки. Вблизи концентраторов напряжений и, в частности, вблизи вершины трещины необходимо сильно сгущать сетку или применять специальный конечный элемент (рис. 56), поведение которого эквивалентно асимптотическому поведению напряжений и деформаций, описываемому формулами (40) — (45). Методом конечных элементов вычисляются смещения u и напряжения σ в узлах сетки, а коэффициенты интенсивности напряжений вычисляются затем, например, с использованием асимптотических формул (40) — (45) следующим образом:

$$K \approx \frac{\sqrt{2\pi r}}{f(\theta)} \sigma \quad \text{или} \quad K \approx \frac{\mu \sqrt{2\pi}}{g(\theta) \sqrt{r}} u,$$

Пример конечноэлементного расчета K_I и K_{II} для пластинки с наклонным боковым надрезом (расчетная модель которой уже приведена на рис. 55) показан на рис. 57.

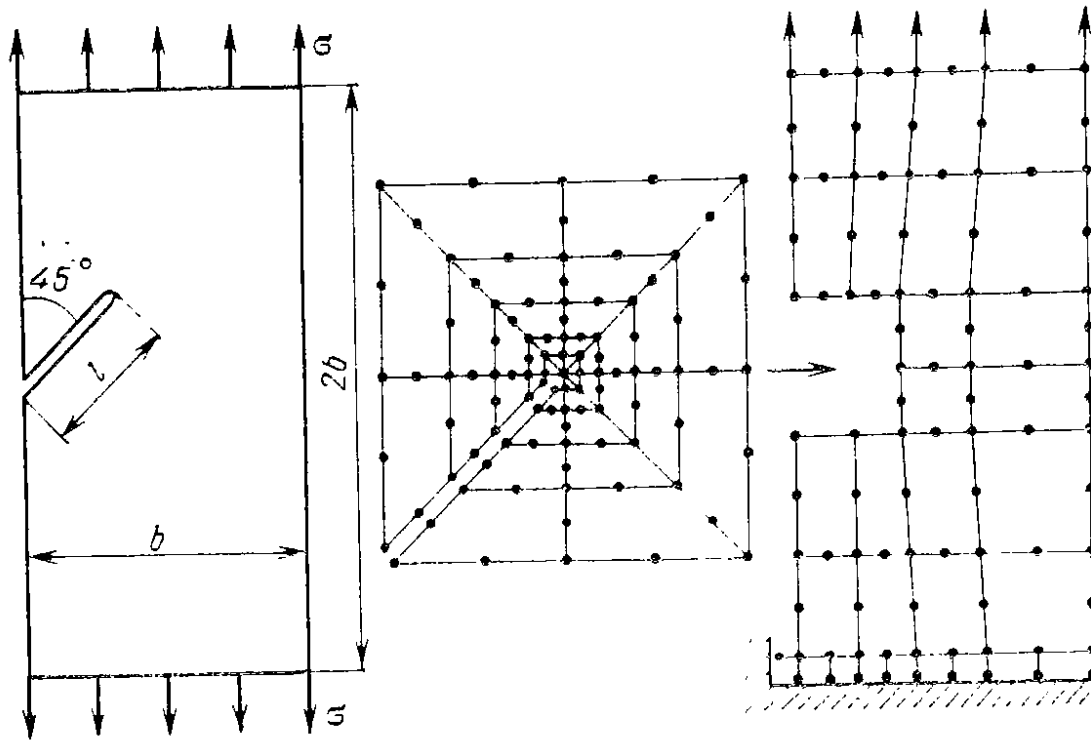


Рис. 55. Замена сплошного тела сеткой конечных элементов

Среди прочих численных методов, применяемых для решения задач механики разрушения, я бы выделил *метод граничных элементов*. В самом названии его содержится указание на то, что на элементы разбивается не

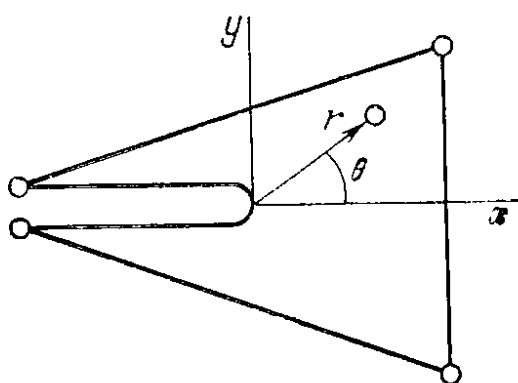


Рис. 56. Специальный конечный элемент, моделирующий вершину трещины

все тело целиком, как в методе конечных элементов, а только граница его. Число граничных элементов, при котором достигается приемлемая точность расчета, во много раз меньше числа конечных элементов, особенно если тело большое, а граница его невелика, скажем, небольшая полость в неограниченном теле. Одной из самых привлекательных осо-

бенностей метода граничных элементов является относительно небольшой объем исходной информации, а значит, и ручного труда при подготовке задачи к расчету на ЭВМ.

Остановимся очень коротко на варианте метода граничных элементов, носящем название «метод разрывных смещений». Этот метод успешно используется при решении плоских задач о телах произвольной формы с произвольными криволинейными трещинами. В основе метода лежат известные аналитические выражения, позволяющие по заданному разрыву касательных (u) и нормальных (v) смещений между берегами прямолинейного

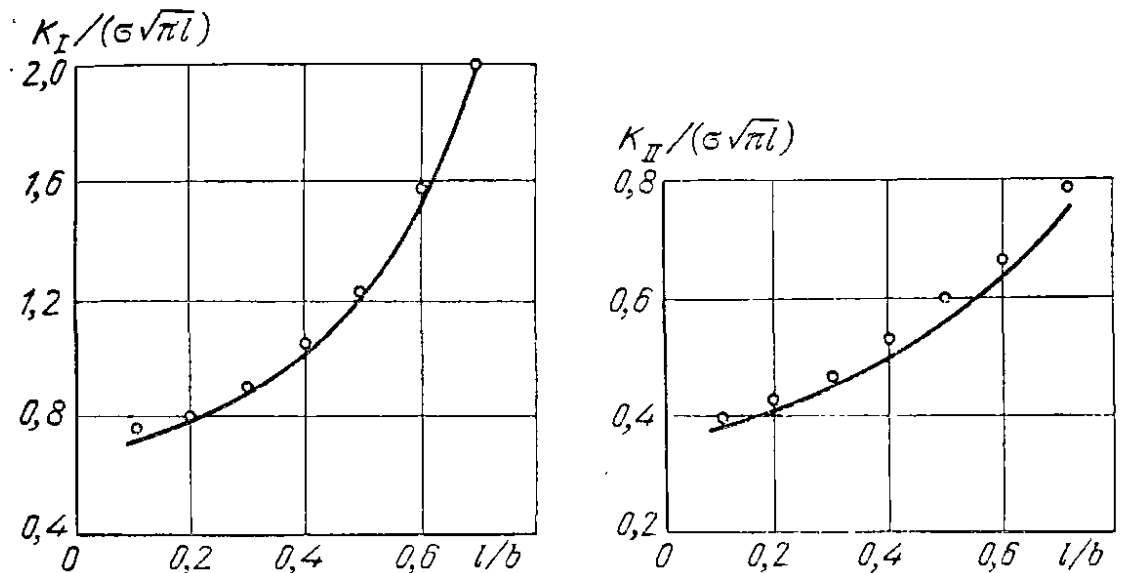


Рис. 57. Сравнение значений коэффициентов интенсивности напряжений, вычисленных по МКЭ (точки) и по аналитическому решению О. Бови (линии)

разреза в неограниченной плоскости рассчитывать касательные (τ_n) и нормальные (σ_n) напряжения на произвольной площадке в любой точке плоскости. Представим себе, что граница тела и имеющиеся в нем трещины приближенно заменяются системой N малых прямолинейных разрезов (граничных элементов), на которых заданы пока неизвестные разрывы смещений u_j и v_j ($j = 1, 2, \dots, N$). По упоминавшимся аналитическим формулам можно выразить вызываемые ими напряжения на линии каждого из разрезов. Просуммировав эти вклады для i -го элемента ($i = 1, 2, \dots, N$) и приравняв их внешним известным напряжениям σ_{ni} и τ_{ni} , получим систему уравнений для определения неизвестных u_j и v_j :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N (a_{ij}u_j + b_{ij}v_j) = \sigma_{ni}, \\ \sum_{j=1}^N (c_{ij}u_j + d_{ij}v_j) = \tau_{ni} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N).$$

Коэффициенты a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} , d_{ij} называются граничными коэффициентами влияния. Например, b_{ij} дает нормальное напряжение на i -м элементе, вызванное единичным разрывом смещений в касательном направлении вдоль j -го элемента ($v_j = 1$). После нахождения u_i и v_i по тем же аналитическим формулам вычисляются напряжения, возникающие в теле от заданных нагрузок. Коэффициенты интенсивности рассчитываются затем любым известным методом (например, исходя из асимптотического поведения смещений и напряжений у вершины трещины, или энергетическим методом). Отмечу лишь, что для повышения точности расчета, в граничных элементах, прилегающих к вершине трещины, принимается параболическое распределение разрывов смещений, которое, как известно, имеет место у вершины любой нагруженной трещины (вспомните формулы (41), (43) или (45)).

Численные методы позволяют избежать те непреодолимые трудности, которые появляются при применении аналитических методов к решению конкретных задач для тел ограниченных размеров. В настоящее время численные методы, и, в первую очередь, метод конечных элементов, характеризуются высокой степенью развития, близкой к «насыщению». Анализ публикуемой в основных научных центрах США и Японии литературы показывает, что основные усилия сейчас сосредоточены в направлении применения численных методов к обработке экспериментальных данных и к расчету конструкций, собственно же разработка этих методов уже не является столь актуальной задачей, как было 5—10 лет назад, и отходит постепенно на второй план. Тем не менее, не следует думать, что аналогичная степень «насыщения» вычислительными ресурсами и программными средствами достигнута в нашей стране, и представляется, что разработка программных комплексов для численного решения вообще задач механики продолжает оставаться задачей чрезвычайной важности. Действительно, с чисто научной точки зрения в методе конечных элементов, например, все ясно, однако при практической реализации, в полном соответствии с законом Мэрфи*), картина оказывается не столь благополучной.

В качестве одного из примеров успешной практической реализации МКЭ приведем расчет коэффициентов

*) Закон Мэрфи: если какая-нибудь неприятность может случиться, она случается. Следствие: всякая работа требует больше времени, чем Вы думаете.

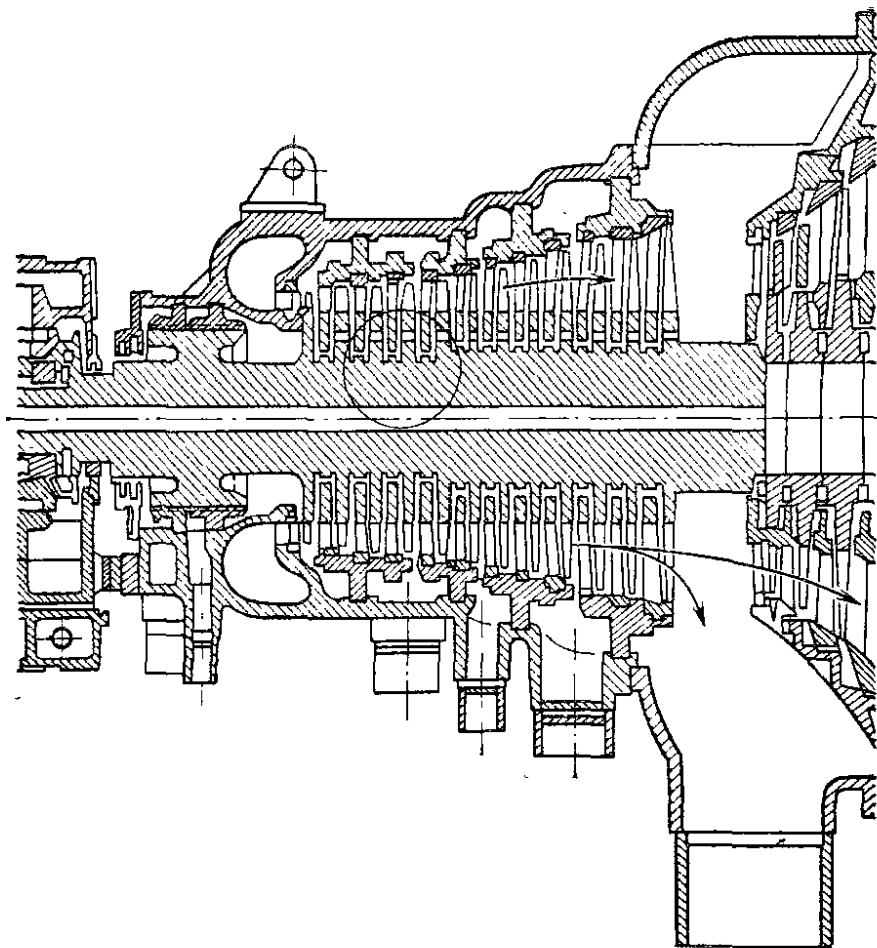


Рис. 58. Часть ротора газовой турбины

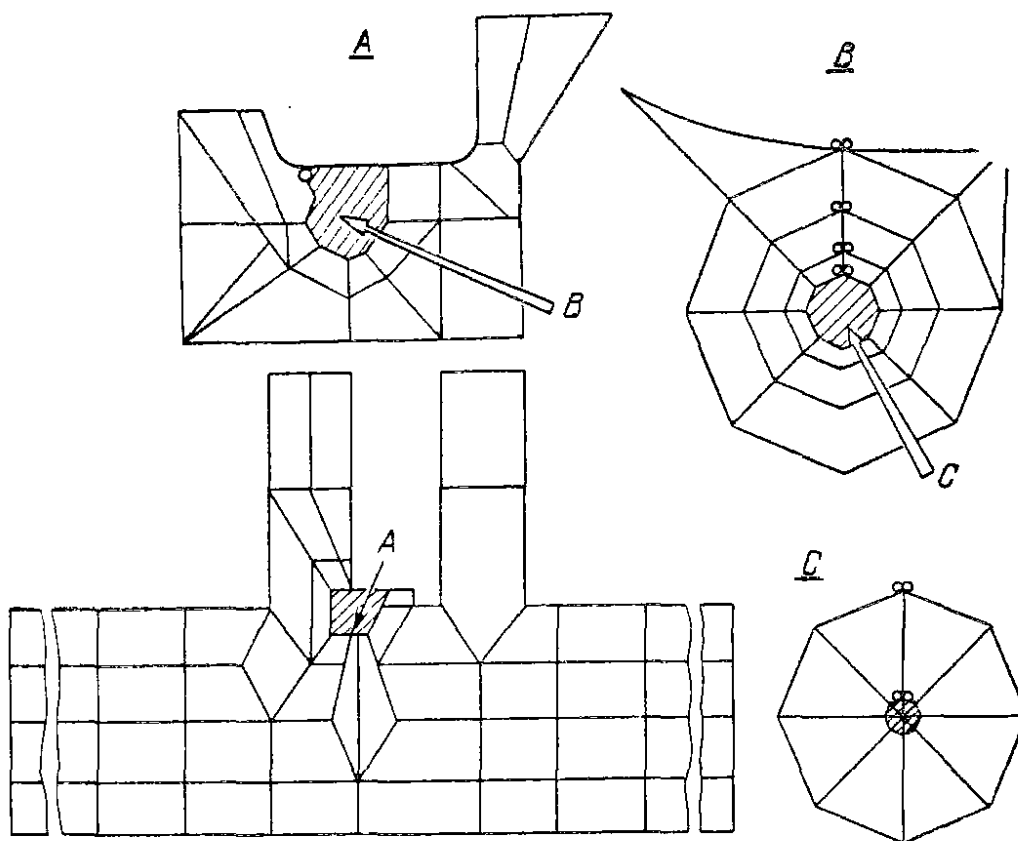


Рис. 59. Конечноэлементная модель области ротора, выделенной кружком на рис. 58

интенсивности напряжений в роторе газовой турбины у вершины трещины, находящейся в зоне придисковой галтели (рис. 58). Действующая нагрузка состоит из внешнего давления, центробежных сил и термических напряжений. Ясно, что аналитически подобную задачу решить если и возможно, то лишь ценой заметных упрощений, которые непредсказуемым образом могут отразиться на результатах расчета, расчет же коэффициентов K_I и K_{II} на ЭВМ не представляет особых сложностей. Решение методом конечного элемента начинается с идеализации объекта. На рис. 59 показана конечноэлементная модель

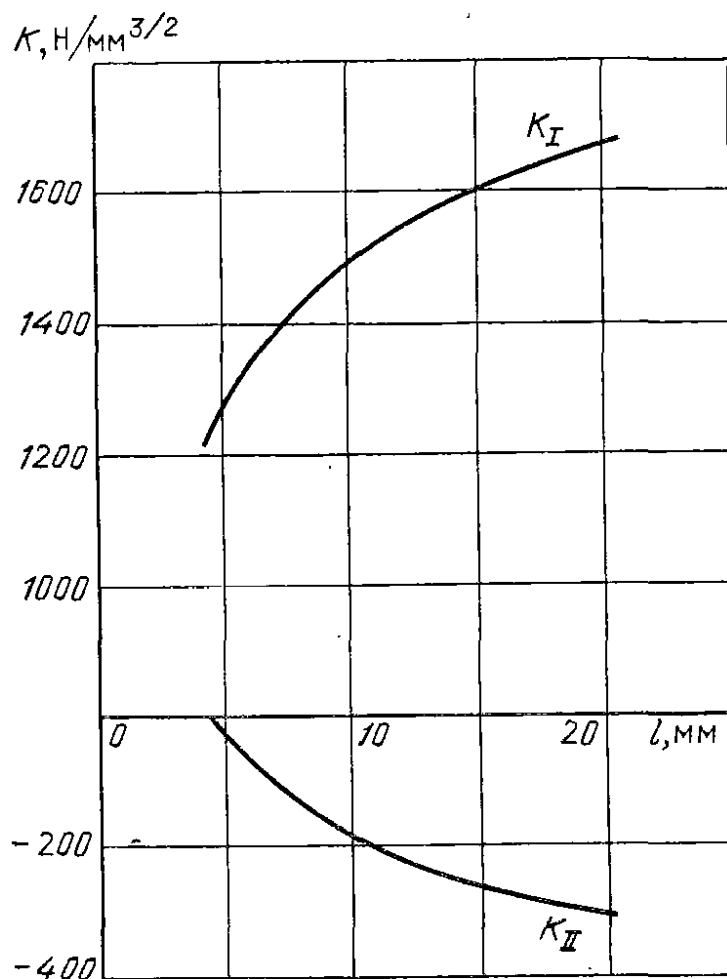
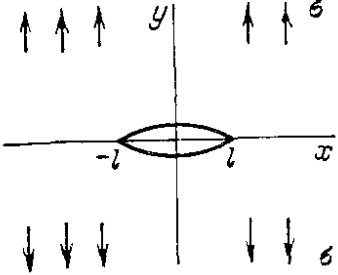
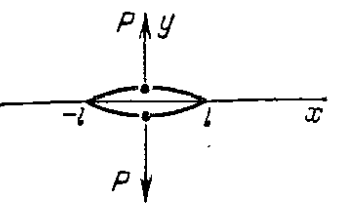
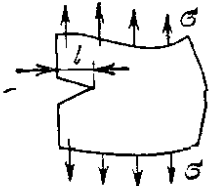
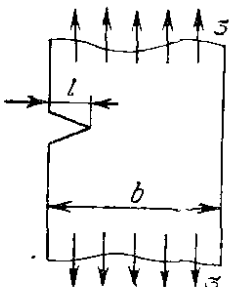
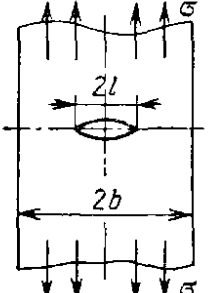
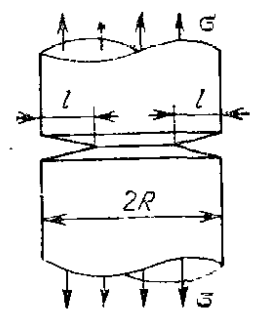
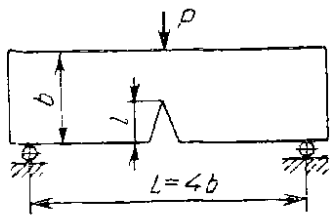
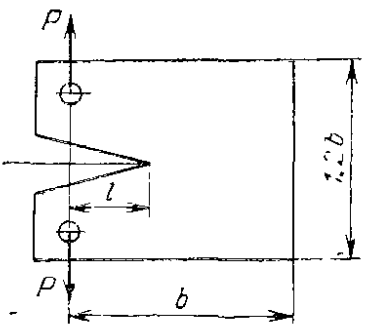


Рис. 60. Коэффициенты интенсивности напряжений для кольцевой трещины в роторе

осесимметричного ротора с трещиной. По мере приближения к вершине трещины сетка элементов сгущается, что для наглядности на этом рисунке отражено последовательными вставками. Последняя из них окружает вершину трещины. Итоговый результат представлен на рис. 60, где даны значения коэффициентов интенсивности напряжений первого и второго типа K_I и K_{II} . Далее при

Коэффициенты интенсивности напряжений

Номер схемы	Форма образца и схема нагружения	Условие нагру- жения	Формула для коэф- фициента интенсив- ности напряжений
1		Неограничен- ная пло- скость с трещиной, растяжение перпендику- лярно тре- щине	$K = \sigma \sqrt{\pi l}$
2		Неограничен- ная пло- скость с трещиной, растяжение сосредото- ченными си- лами	$K = \frac{P}{\sqrt{\pi l}}$
3		Полуплоскость с краевой поперечной трещиной, растяжение перпендику- лярно тре- щине	$K = 1,12\sigma \sqrt{\pi l} =$ $= 1,99\sigma \sqrt{l}$
4		Полоса с крае- вой попереч- ной трещи- ной, осевое растяжение	$K = \sigma \sqrt{l} Y(\lambda),$ $\lambda = \frac{l}{b} (\lambda < 0,7),$ $Y(\lambda) = 1,99 -$ $-0,41\lambda +$ $+18,70\lambda^2 -$ $-38,48\lambda^3 +$ $+53,85\lambda^4$
5		Полоса с цент- ральной по- перечной трещиной, осевое рас- тяжение	$K = \sigma \sqrt{\pi l} Y(\lambda),$ $\lambda = \frac{l}{b} (\lambda < 0,7)$ $Y(\lambda) = 1 + 0,128\lambda -$ $-0,288\lambda^2 +$ $+1,525\lambda^3$

Номер схемы	Форма образца и схема нагружения	Условие нагру- жения	Формула для коэф- фициента интенсив- ности напряжений										
6		<p>Цилиндр с внешней кольцевой трещиной, осевое рас- тяжение</p>	$K = \sigma \sqrt{l} Y(\lambda),$ $\lambda = l/R$ <table border="0"> <tr> <td>$\lambda=0,03$</td> <td>$Y=1,88$</td> </tr> <tr> <td>$0,05$</td> <td>$1,82$</td> </tr> <tr> <td>$0,1$</td> <td>$1,66$</td> </tr> <tr> <td>$0,2$</td> <td>$1,41$</td> </tr> <tr> <td>$0,4$</td> <td>$1,01$</td> </tr> </table>	$\lambda=0,03$	$Y=1,88$	$0,05$	$1,82$	$0,1$	$1,66$	$0,2$	$1,41$	$0,4$	$1,01$
$\lambda=0,03$	$Y=1,88$												
$0,05$	$1,82$												
$0,1$	$1,66$												
$0,2$	$1,41$												
$0,4$	$1,01$												
7		<p>Балка с крае- вой попереч- ной трещи- ной, изгиб сосредото- ченной сп- лой</p>	$K = \frac{6P \sqrt{l}}{tb} Y(\lambda),$ $\lambda = \frac{l}{b} (\lambda < 0,6),$ $Y(\lambda) = 1,93 -$ $-3,07\lambda +$ $+14,53\lambda^2 -$ $-25,1\lambda^3 + 25,8\lambda^4.$										
8		<p>«Компактный» образец, растяжение сосредото- ченными сп- лами</p>	$K = \frac{P \sqrt{l}}{tb} Y(\lambda),$ $\lambda = \frac{l}{b},$ $Y(\lambda) = 29,6 -$ $-185\lambda + 655\lambda^2 -$ $-1017\lambda^3 + 639\lambda^4$										

необходимости эти коэффициенты можно использовать в расчетах на прочность.

Для справки приведем небольшую таблицу 2 коэффициентов интенсивности напряжений, вычисленных различными методами для наиболее часто используемых в практике схем нагружения (t — толщина образца). Коэффициенты интенсивности обычно представляются в виде

$$K = \sigma \sqrt{\pi l} Y \quad \text{или} \quad K = \sigma \sqrt{l} Y.$$

Безразмерные множители Y носят в механике разрушения название « K -тарировки». Они зависят от отношений длины трещины l к размерам тела, например, к толщине сечения b , т. е. от числа $\lambda = l/b$. Эта зависимость обычно

представляется таблицей или приближенной формулой, часто многочленом

$$Y(\lambda) = c_0 + c_1\lambda + c_2\lambda^2 + c_3\lambda^3 + \dots$$

Если инженер обнаружит в справочнике подходящую *K*-тарировку (рис. 61), то задача расчета конструкции на

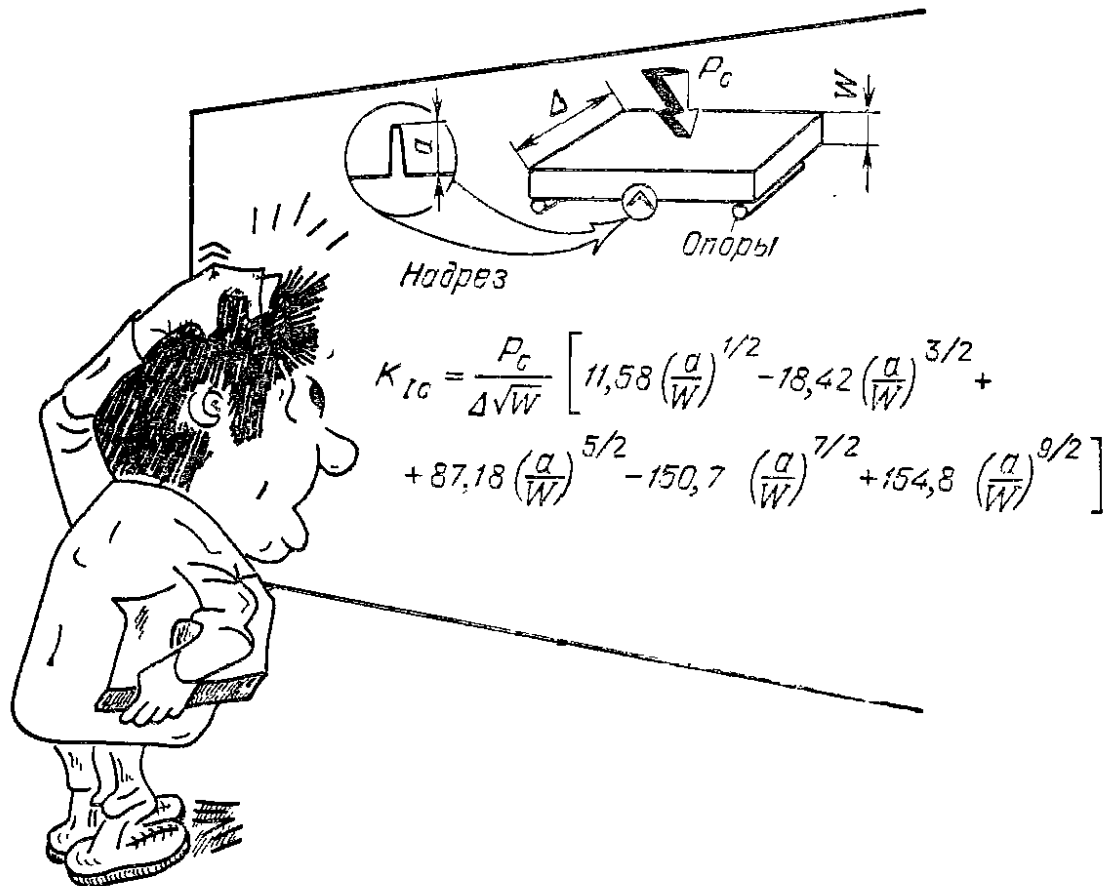


Рис. 61. *K*-тарировкой удобно пользоваться в практических расчетах

разрушение для него чрезвычайно упростится, ведь ему уже не нужно решать сложнейшую математическую задачу, и дальнейшие вычислительные трудности вполне преодолимы.

Наряду с численными методами широкое распространение получили экспериментальные методы определения напряженно-деформированного состояния, так как картину возникающих напряжений можно увидеть в эксперименте и подсчитать коэффициенты интенсивности, используя для этого все те же асимптотические формулы. Для экспериментального определения напряженного состояния реального упругого тела используются самые различные физические методы, мы остановимся лишь на некоторых наиболее известных, *методе фотоупругости, методе теневых зон и методе муаровых полос.*

Уже с начала нашего столетия успешно применяется метод фотоупругости, который часто называют поляризационно-оптическим. Он основан на использовании искусственного двойного лучепреломления — интересного физического явления, наблюдающегося в некоторых материалах, например, в эпоксидных смолах или полиуретановых каучуках. Показатель преломления в таких материалах меняется пропорционально механическому напряжению, поэтому картину сложного напряженного состояния оптически чувствительной пластинки можно,

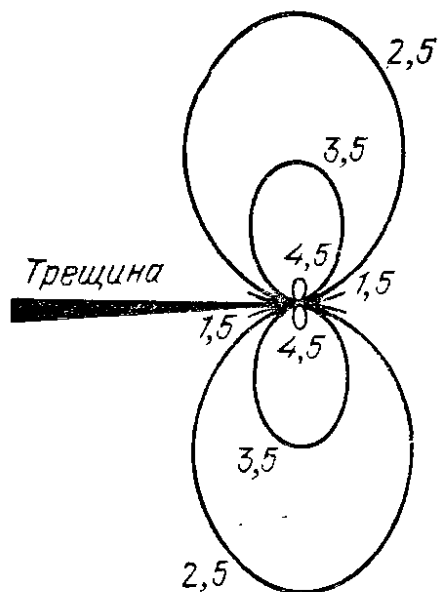


Рис. 62. Полосы изохром у вершины трещины

как при получении фотографий, увидеть, «проявив» возникшую в ней картину распределения показателей преломления. С этой целью через пластинку пропускают поляризованный свет: луч в каждой точке пластинки расщепляется на две ортогонально-поляризованные составляющие, которые из-за разности показателей преломления распространяются с различными скоростями, за счет чего на выходе из пластинки возникает разность хода световых лучей, пропорциональная разности главных напряжений в этой точке. Если разность хода равна полуделому числу длин световых волн, то на специальном экране составляющие луча погасят друг друга. Таким образом, на экране возникнет картина светлых и темных полос, представляющих собой линии с постоянной разностью главных напряжений. Вдоль наиболее темных линий (*изоклин*) выполняется соотношение

$$\sigma_1 - \sigma_2 = n \frac{\sigma_0}{h},$$

где σ_1 и σ_2 — главные напряжения ($\sigma_1 > \sigma_2$), h — толщина пластинки, σ_0 — оптическая постоянная, а $n = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$. В точках наиболее светлых линий (*изохром*) справедливо аналогичное соотношение, но с $n = 1, 2, 3, \dots$. У самой вершины трещины, где справедливо асимптотическое решение, форма *изохром* всегда одна и та же

(рис. 62), поскольку согласно формулам (40) и (3)

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_y - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xy}^2} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \sin \theta,$$

а уравнение изохромы порядка n :

$$r = \frac{K_1^2 h^2}{2\pi n^2 \sigma_0^2} \sin^2 \theta.$$

Результаты исследования напряжений в оптически-чувствительных моделях можно перенести на реальные металлические и неметаллические детали, пользуясь установленной еще в 1898 г Морисом Леви теоремой, по которой во многих важных случаях плоское напряженное состояние тела не зависит от его упругих постоянных.

Пример экспериментальных и теоретических картин изохром для так называемого модифицированного компактного образца (рис. 63) представлен на рис. 64, а и б.

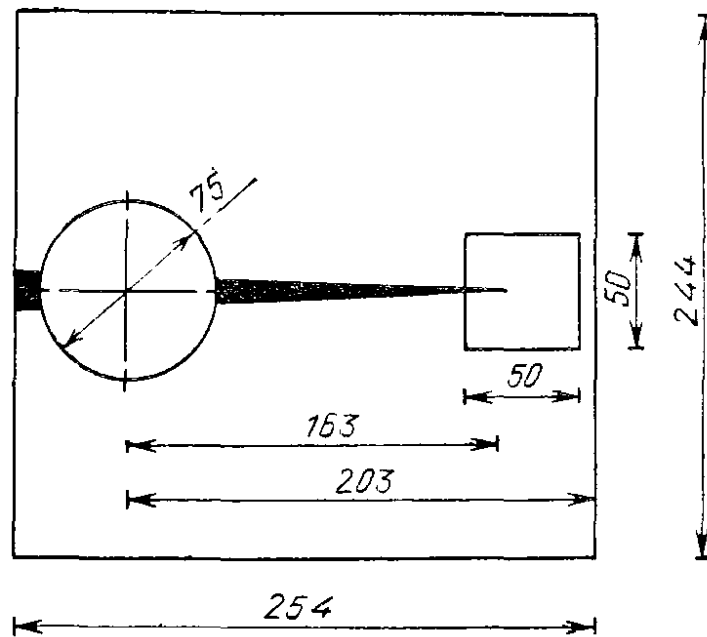


Рис. 63. Компактный образец

Эти рисунки относятся к квадратику 50×50 мм, окружающему вершину трещины. Отметим, что у самой вершины трещины на рис. 64, а наблюдается картина изохром, изображенная на рис. 62.

Картины изохром бывают настолько своеобразны и экзотичны, что у людей с развитым воображением могут вызвать определенные художественные видения. Есть крупные специалисты по поляризационно-оптическим методам, которые считают, что на основе картин изохром

можно создавать живописные произведения ирреалистического плана в стиле «лог-арт» А. Дюрелли и «фрак-арт» Х.-П. Россманиа (рис. 65, а и б).

Еще один широко известный метод теневых полос, имеющий и другое название — метод каустик, основан на

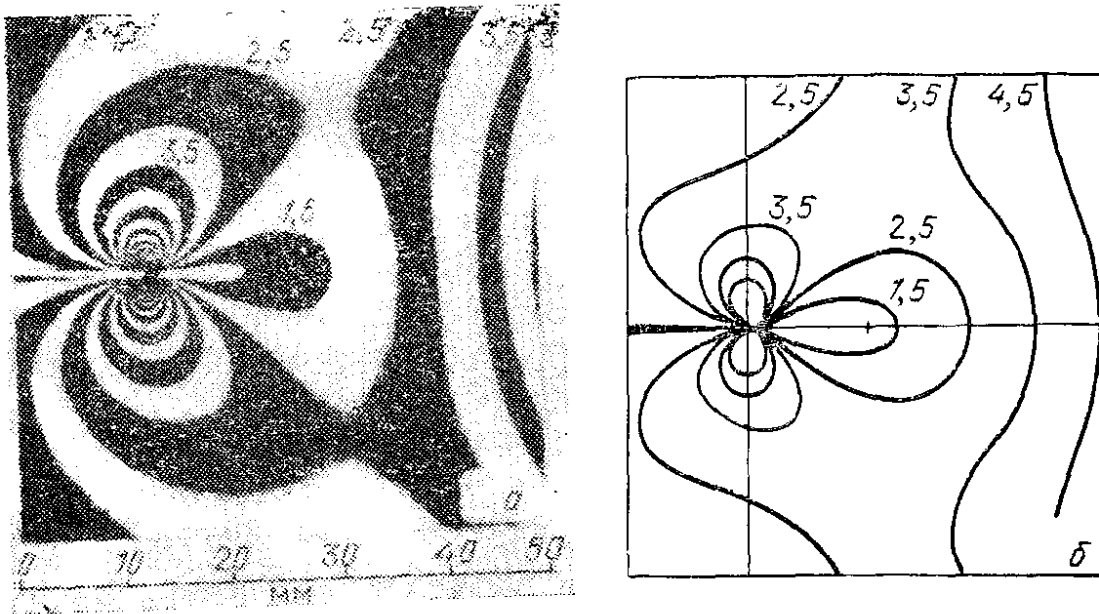


Рис. 64. Полосы изохром у вершины трещины в компактном образце: а) эксперимент, б) теория

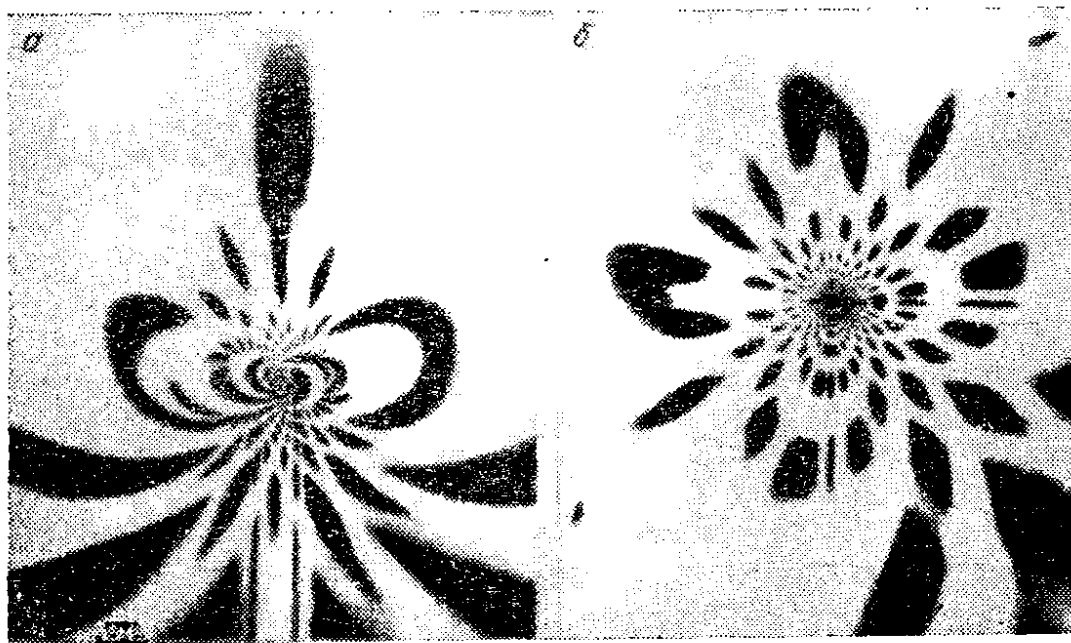


Рис. 65. Ирреалистические картины изохром в стиле «фрак-арт»: а) «Флора», б) «Угол»

следующем оптическом эффекте. Образец с трещиной освещается параллельным пучком света. Повышение интенсивности напряжений в окрестности вершины трещи-

ны вызывает уменьшение толщины пластины и изменяет показатель преломления. Следовательно, вершина трещины действует как рассеивающая линза, отклоняющая лучи света от оси пучка. На экране эти лучи образуют сильно освещенную кривую (*каустик*), ограничивающую тенью зону. Размер каустики удается связать с величиной коэффициента интенсивности напряжений. Для прозрачных материалов экран устапавливают позади образца, для непрозрачных же используют отраженный свет. Отсюда понятно явное достоинство метода каустик — он пригоден для исследования металлов, хотя и не свободен от некоторых недостатков. Например, образовавшаяся впереди вершины магистральной трещины микротрещина становится источником распространяющихся радиально волн, что изменяет размер каустик и усложняет интерпретацию результатов (рис. 66).

При измерениях *методом муаровых полос* на исследуемую поверхность наносят каким-либо способом (фото-литографией, травлением, напылением, накаткой и т. п.)

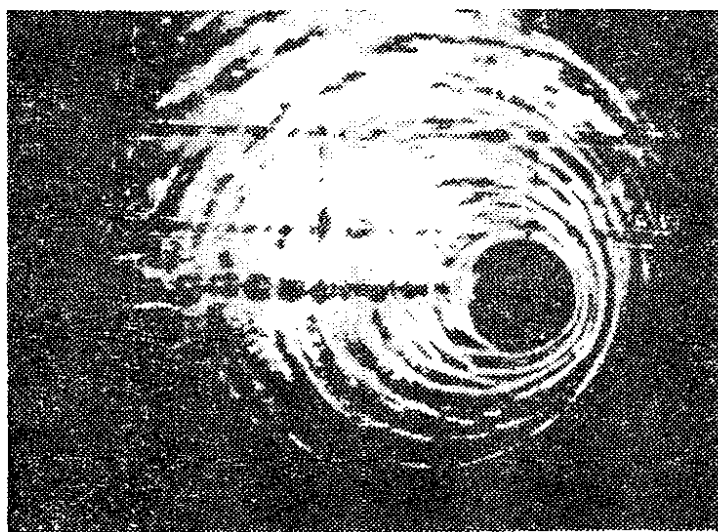


Рис. 66. На картине каустик видны волны напряжений, расходящиеся от вершины трещины

систему периодически повторяющихся линий, точек или иных элементов, расположенных в одной плоскости (такие структуры называют *растрами*). Наиболее широко в практике применяют линейчатые растры из параллельных равноудаленных прямых (от 10 до 200 линий на мм). Растр, нанесенный на исследуемую поверхность модели, детали или образца, деформируется вместе с поверхностью в процессе нагружения. При наложении де-

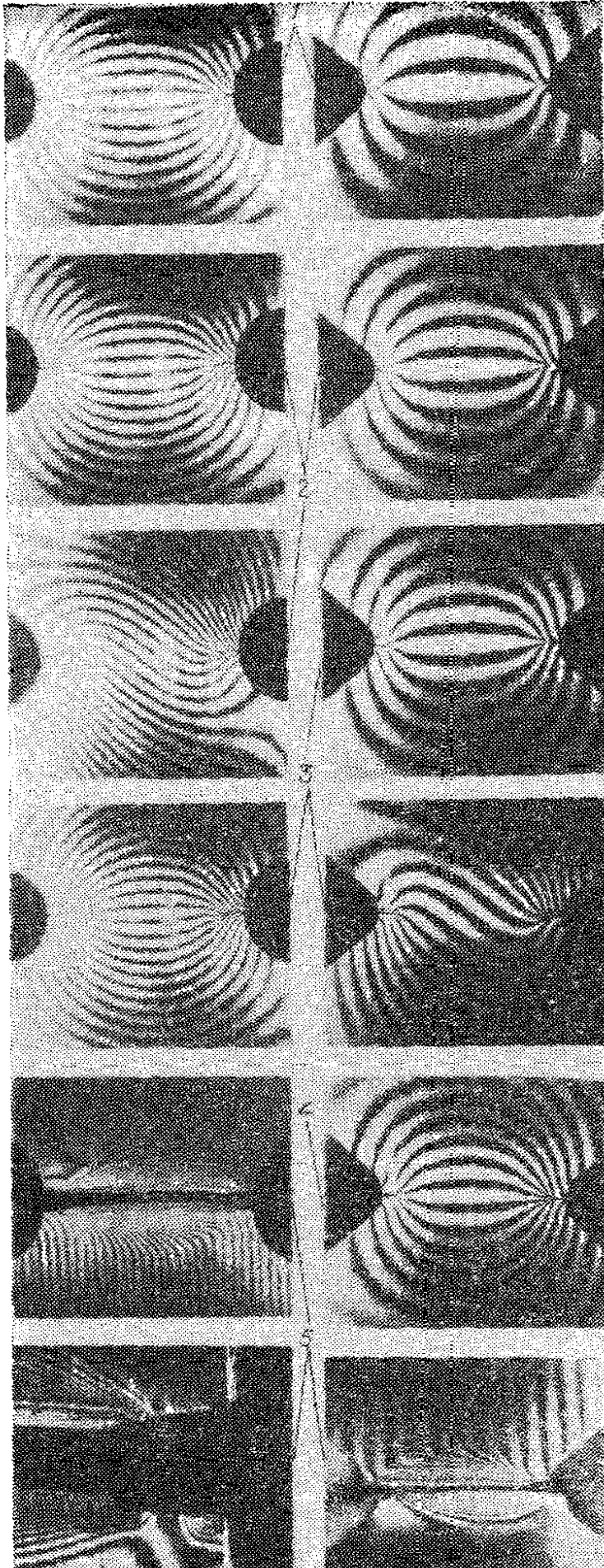


Рис. 67. Картина муаровых полос для полосы с боковыми вырезами и искусственными трещинами:

1 — $\sigma_n \approx 0,4\sigma_t$;

2 — $\sigma_n \approx 0,7\sigma_t$;

3 — $\sigma_n \approx 1,0\sigma_t$;

4 — $\sigma_n \approx 1,1\sigma_t$;

5 — картина муаровых полос после разрушения. Коэффициент концентрации равен 1,92 (левые фотографии) или 2,5 (правые фотографии), на двух фотографиях эталонный растр повернут для того, чтобы более четко была заметна появившаяся трещина

формированного и эталонного растров светлые промежутки одного раstra перекрываются темными линиями другого, что приводит к изменениям интенсивности отраженного или проходящего через совмещенные растры света и образованию черных и белых муаровых полос. Этот эффект возникновения полос механической интерференции, описанный английским физиком Рэлеем, Вы часто можете наблюдать в повседневной жизни, проезжая на автомобиле, поезде или велосипеде мимо садовой решетки или снегозащитного ограждения. В зависимости от расстояния до решетки и скорости движения контрастные темные полосы будут возникать, исчезать или мчаться наравне с Вами. Эксперименты с применением эффекта муара удобны тем, что положения минимумов и максимумов освещенности муаровых полос однозначно связаны с деформациями раstra, нанесенного на исследуемую поверхность. Поэтому нахождение на муаровой картине

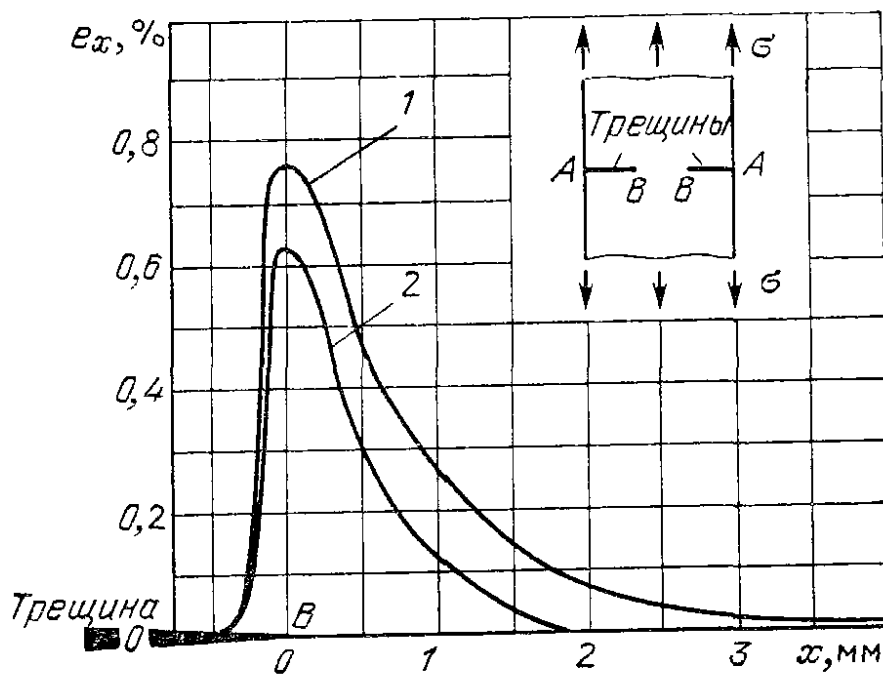


Рис. 68. Распределение деформаций e_x перед вершиной боковой трещины в алюминиевой пластине, измеренное методом голографического муара: 1 — деформации при номинальном напряжении 36 МПа, 2 — остаточные деформации при полной разгрузке (x — расстояние до вершины B вдоль линии трещины)

точек с одинаковой освещенностью и измерение расстояний между ними позволяет определить поле перемещений, а затем вычислить деформации и напряжения. Измерительные возможности методов муаровых полос позволяют эффективно использовать их для анализа на-

пряженно-деформированных состояний в элементах конструкций с трещинами.

Для примера на рис. 67 приведены картины муаровых полос, полученных на плоской модели из алюми-

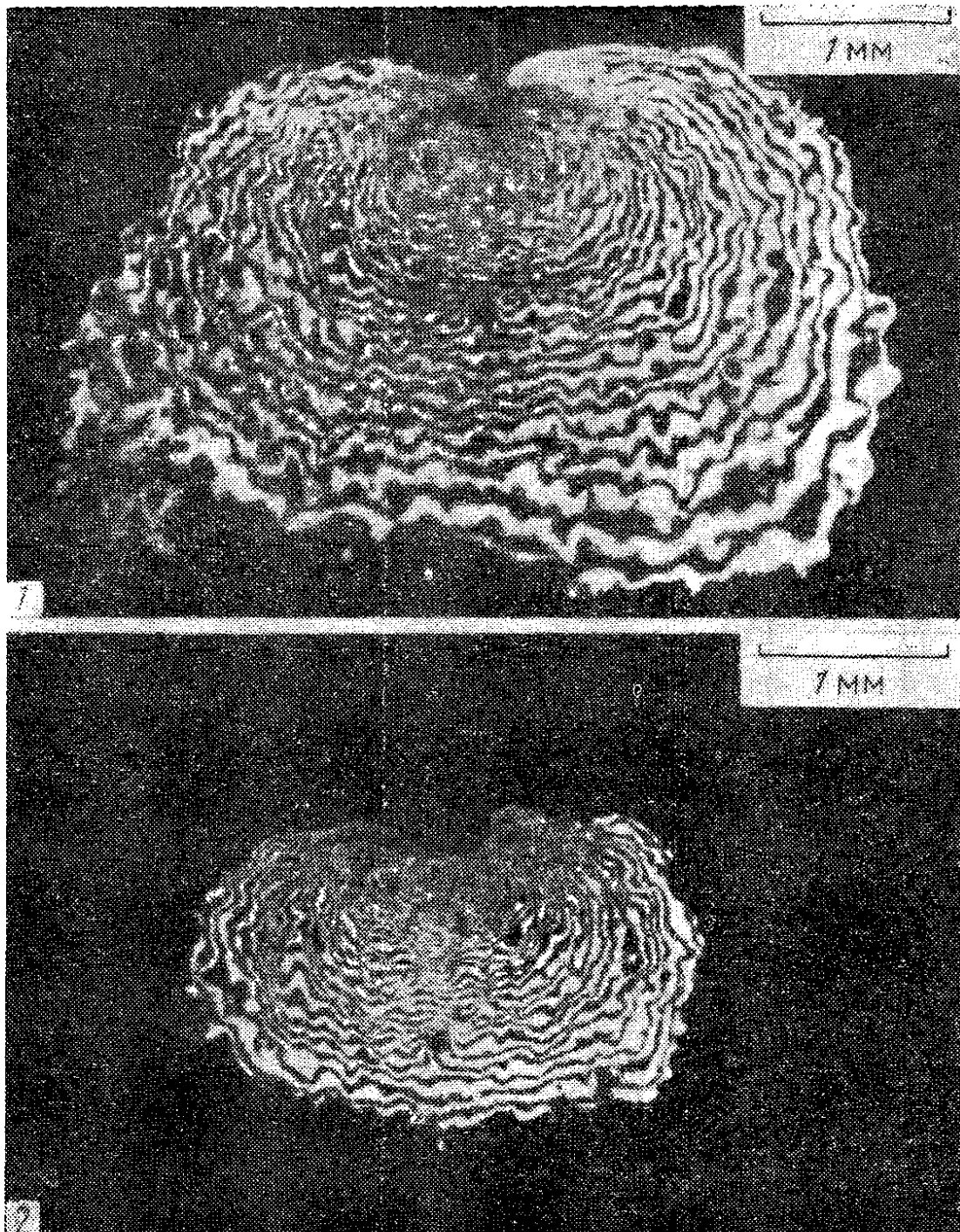


Рис. 69. Интерференционные картины, по которым строились кривые 1 и 2 на рис. 68

ниевого сплава с боковыми вырезами, в вершинах которых сделаны пропилы длиной 5 мм и толщиной 0,1 мм. Положение муаровых полос, изменяющееся по мере роста номинальной нагрузки σ_n от $0,4\sigma_T$ до $1,1\sigma_T$, свидетель-

ствует о том, что кривизна выреза, а значит, и концентрация напряжений у его основания практически не влияют на картину смещений у вершины острого пропила или трещины. Для повышения точности и надежности измерения перемещений у вершины трещины, без чего нельзя достоверно определять коэффициенты интенсивности напряжений, приходится применять растры с частотой до 1200 линий на 1 миллиметр, облучаемые лучом лазера. Такой вариант метода муара носит название *метода голографического муара*. На рис. 68, например, показаны полученные этим методом графики распределения деформаций e_x перед вершиной трещины в алюминиевом сплаве при нагружении и разгрузке. Интерференционные картины (рис. 69), по которым определялись эти деформации, способны, на мой взгляд, произвести не меньшее впечатление, чем картины в стиле фрак-арта (рис. 65).

§ 16. Измерение вязкости разрушения

Для практического расчета опасности дефектов в элементах конструкций, сравнения и выбора материалов и технологий на основе энергетического

$$G = G_c$$

или силового

$$K = K_c$$

критериев разрушения (см. § 13) необходимо не только знание скорости освобождения упругой энергии G или коэффициента интенсивности напряжений K , но и, конечно, знание удельной работы разрушения G_c и критического коэффициента интенсивности напряжений K_c . Как мы уже отмечали, величины G_c и K_c (G_{Ic} и K_{Ic} для случая плоской деформации) называют вязкостью разрушения (часто обе, иногда последнюю). Этот термин, хотя и употребляется в отечественной научно-технической литературе, но вряд ли можно считать удачным. Это лишь буквальный перевод английского «fracture toughness», который не отражает свойства материала сопротивляться росту в нем трещин. Русское «трещиностойкость» гораздо лучше соответствует сути дела, этот термин употребляется, но всеобщего распространения, к сожалению, пока еще не получил.

Вязкость разрушения K_c определяют в эксперименте непосредственно, или измеряют G_c , а затем рассчитывают

по формулам (56) или (57) (см. § 14):

$$K_{Ic} = \sqrt{\frac{E}{1-\nu^2} G_{Ic}} \quad \text{для плоской деформации,}$$

$$K_c = \sqrt{EG_c} \quad \text{для плоского напряженного состояния.}$$

Выбор формы, размеров и способа нагружения образца, а также условий эксперимента, гарантирующих достоверность результатов измерения, устанавливаются национальным или ведомственными стандартами. Для создания необходимой остроты надреза обычно выращивают небольшую усталостную трещину, для чего образец предварительно подвергают действию пульсирующей нагрузки. В ходе эксперимента самописец снимает кривую $P - V$ (нагрузка, приложенная к образцу, — смещение точки ее приложения), длина трещины l регистрируется в каждый момент специальными методами (визуальными, электрическими, акустическими и т. д.). Для правильного экспериментального определения K_c (или G_c) необходимо, чтобы пластическая деформация не была чрезмерной. Так, при сквозной пластической деформации по всей толщине пластически деформированный объем в вершине трещины оказывается настолько велик, что уже нельзя пользоваться асимптотическими формулами. На основании экспериментальных проверок было ориентировочно установлено, что допустимая пластическая деформация в вершине трещины имеет место, если разрушающее напряжение в нетто-сечении образца не превосходит 0,8 предела текучести материала, определенного на гладких образцах. Критическая длина трещины, используемая для подсчета K_c , в этом случае будет равна не экспериментально определенному значению, а несколько большему — на упомянутую выше поправку Ирвина r_v . Для приемлемой точности определения значения K_c длина пластической зоны не должна превышать 20 % полудлины трещины, иначе вне этой зоны нельзя пользоваться асимптотическими формулами линейной механики разрушения.

Уменьшение пластической деформации путем увеличения толщины образца ведет к снижению значения K_c до некоторого предела, к которому оно асимптотически приближается (рис. 70). Это есть именно то значение K_c для объемного напряженного состояния при плоской деформации, для которого (благодаря достаточной для данного материала толщине) практически запрещается

макропластическая деформация перед краем трещины и разрушение происходит по типу «прямого» излома без боковых сколов. Эта величина носит название *критического коэффициента интенсивности напряжений при плоской деформации* и обозначается K_{Ic} , поскольку разрушение осуществляется здесь по первому виду деформаций — путем отрыва (рис. 47). Диаграмма деформации в координатах «сила P — смещение V » практически

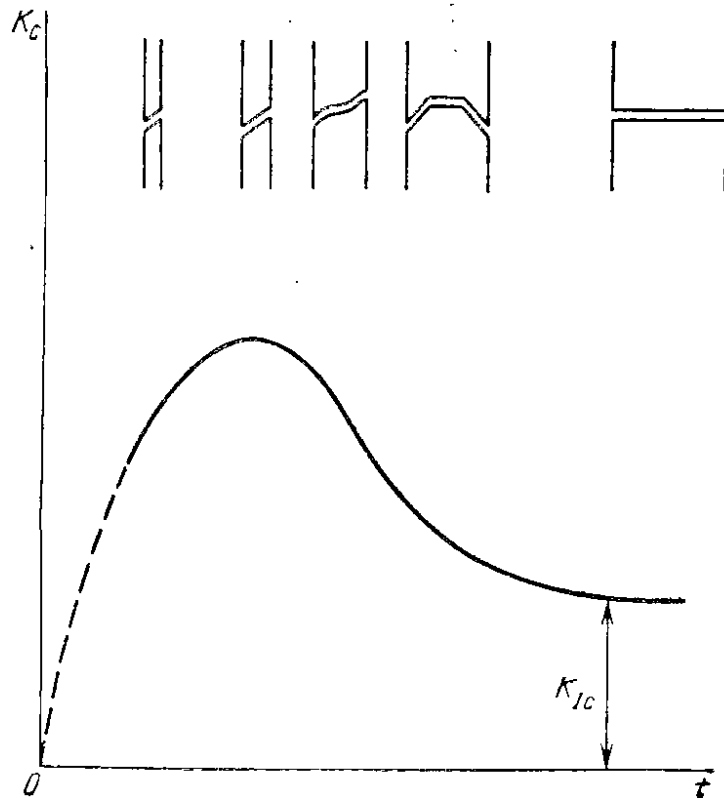


Рис. 70. Зависимость вязкости разрушения K_c от толщины t плоского образца. Показано сечение образцов разной толщины по излому

треугольной формы (рис. 71, диаграмма I). Расчет K_{Ic} ведется по максимальной силе P_c , и его значение уже значительно ближе к получаемому из чисто упругой задачи, поскольку пластически деформированный объем в этом случае меньше и поправку на длину трещины вводить не надо.

Экспериментальное определение K_{Ic} не требует измерения длины растущей трещины, так как она практически не растет, и для подсчета пользуются ее исходной длиной. Тем не менее определение K_{Ic} оказывается более сложным, чем K_c , поскольку нельзя знать заранее, будет ли получен при данной толщине прямой излом. В этих случаях иногда помогает *метод скачка*. Замечено, что для многих материалов диаграмма «нагрузка — смещение» имеет скачок — резкий прирост смещения без

роста или даже при спаде нагрузки (диаграмма *II*). Этот скачок обычно сопровождается треском*) и образованием участка прямого излома в виде треугольника в центре толщины, непосредственно у вершины исходной

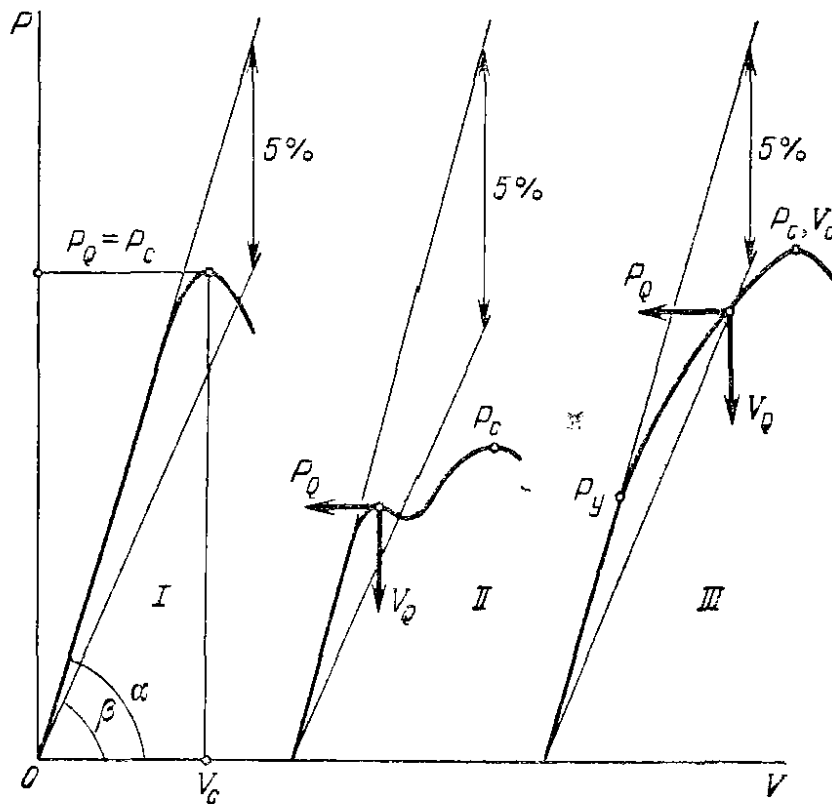


Рис. 71. Основные типы диаграмм испытания образцов с исходными трещинами

усталостной трещины. Образование прямого участка излома, судя по его форме, происходит в условиях плоской деформации, что дает право принять нагрузку, соответствующую его образованию, для определения напряжения при подсчете значения K_{Ic} .

Если скачок отсутствует (рис. 71, диаграмма *III*), то можно определять нагрузку, проведя секущую под углом β , тангенс которого на 5% меньше тангенса угла наклона прямой упругого нагружения α . Точка пересечения секущей с линией диаграммы «нагрузка — смещение» дает искомое значение нагрузки P_Q . При этом необходимо убедиться в том, что смещение от точки P_y до точки P_Q происходило за счет прироста трещины, а не за счет пластической деформации.

*) Этот факт положен в основу акустических методов анализа трещин.

Наконец, надо установить, что нелинейность диаграмм испытания есть следствие роста трещины, а не развития пластической деформации. Для этого следует проверить условия достоверности определения K_{Ic} , которые ограничивают размеры пластической зоны у вершины трещины. Эти условия, строго оговариваемые стандартами, ограничивают снизу размеры образца по отношению, например, к характерному размеру пластической зоны r_p (см. формулу (61)), сверху же размеры ограничиваются техническими и финансовыми возможностями.

После определения достоверных значений критической нагрузки P_Q и длины трещины l остается подсчитать K_{Ic} , воспользовавшись соответствующей K -тарировкой (см. таблицу 2).

Если речь идет об измерении удельной работы разрушения G_c , то здесь обычно пользуются предложенным Ирвином *методом податливости*, заключающемся в следующем. Пусть (рис. 72) линейно-упругая прямоугольная пластинка (для простоты единичной толщины) с боковой трещиной длины l нагружена постоянной силой

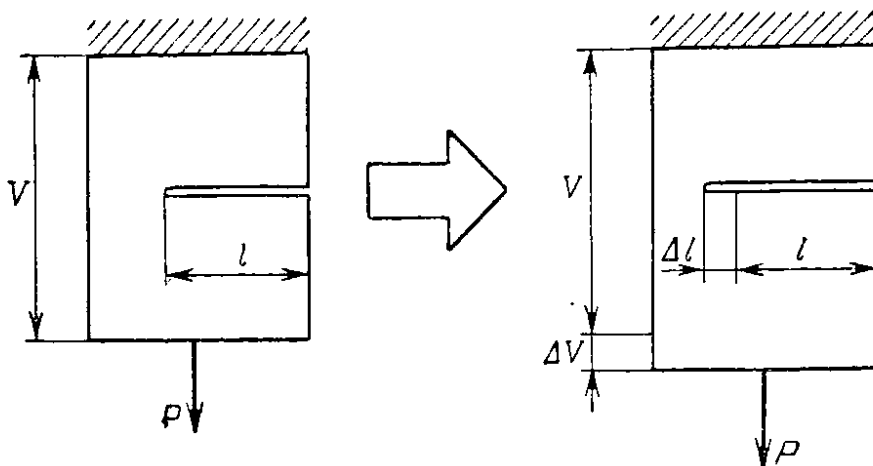


Рис. 72. Рост трещины в пластинке, нагруженной постоянной силой P (например, гирей). Рассмотрим с энергетических позиций Гриффитса, что произойдет, если длина трещины увеличится на малую величину Δl . Упругая энергия пластинки увеличится при этом на величину $\Delta U = \frac{1}{2}P \cdot \Delta V$ (ΔV — перемещение точки приложения силы), об этом говорит знаменитая теорема уже упоминавшегося нами французского инженера Э. Клапейрона. Внешняя сила P совершит работу $\Delta A = P \cdot \Delta V$, часть которой идет на пополнение упругой энергии пластинки, а часть на разрушение материала:

$$\Delta \Gamma = G \Delta l, \quad (62)$$

Составим энергетический баланс

$$\Delta G = \Delta A - \Delta U = P \cdot \Delta V - \frac{1}{2} P \cdot \Delta V = \frac{1}{2} P \cdot \Delta V. \quad (63)$$

Заметим, что в отличие от случая неподвижных захватов, рассмотренного в § 12, поток энергии на разрушение черпается из нагружающего устройства и составляет ровно половину внешнего потока.

Поскольку пластинка упругая, перемещение захвата V пропорционально приложенной силе P :

$$V = \lambda P. \quad (64)$$

Коэффициент пропорциональности λ , называемый *податливостью*, зависит от размеров пластинки и, разумеется, от длины трещины, т. е. $\lambda = \lambda(l)$, поэтому, объединяя (62) — (64), получим

$$G \Delta l = \frac{1}{2} P \Delta V = \frac{1}{2} P^2 \Delta \lambda \approx \frac{1}{2} P^2 \frac{d\lambda}{dl} \Delta l$$

или

$$G = \frac{1}{2} P^2 \frac{d\lambda}{dl}. \quad (65)$$

Податливость образца определяется непосредственно по экспериментальной кривой $P - V$.

Любопытно отметить, что формулу (65) можно непосредственно использовать для получения K -тарифовок.

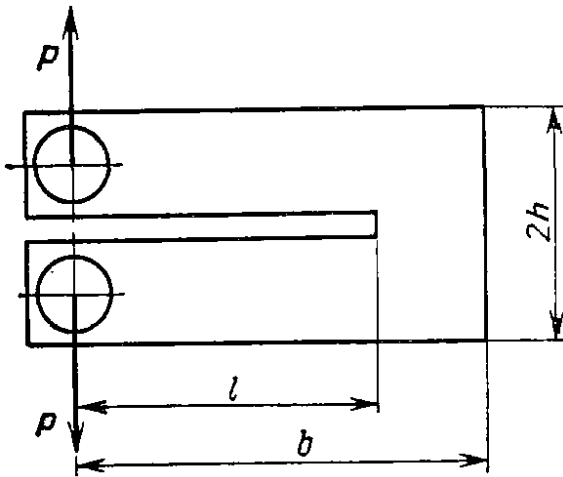


Рис. 73. Двухконсольный образец

В качестве примера рассмотрим образец в виде двухконсольной балки длиной b , высотой $2h$ и толщиной t (ДКБ-образец, рис. 73). Конфигурация образца такова, что оба его плеча можно рассматривать как консольные балки длины l , нагруженные на свободном конце изгибающей силой P .

Из сопротивления материалов известно, что прогиб такой балки равен $4Pl^3/(Eth^3)$. Отсюда находим перемещение верхнего конца относительно нижнего, равное удвоенному прогибу балки:

$$\Delta = \frac{8Pl^3}{Eth^3} = \lambda P, \quad \text{откуда} \quad \lambda = \frac{8l^3}{Eth^3}.$$

По формуле (65) для пластинки толщины t имеем

$$G = \frac{P^2}{2t} \frac{d\lambda}{dl} = \frac{P^2}{2t^2} \frac{24l^2}{Eh^3}.$$

Коэффициент интенсивности напряжений в ДКБ-образце по формуле (57) § 14 будет

$$K = \sqrt{EG} = \frac{2\sqrt{3} Pl}{t \cdot h^{3/2}}. \quad (66)$$

Эта приближенная формула тем точнее, чем длиннее плечи образца.

В заключение уместно привести ориентировочные значения K_c для некоторых материалов (табл. 3).

Т а б л и ц а 3

Материал	K_c , МПа·м ^{1/2}	Материал	K_c , МПа·м ^{1/2}
Сталь	11,06	Древесина	0,85
Чугун	3,16	Полистирол	0,41
Дюраль	11,06	Реакторный графит	0,13

§ 17. Нелинейная механика разрушения

Линейная механика разрушения (точнее, *механика развития магистральных трещин*) описывает хрупкое разрушение, происходящее в результате роста трещины при отсутствии заметных пластических деформаций у вершины трещины. В этом случае справедливы асимптотические формулы для напряжений и деформаций ((40) — (45) § 11), и задачу о распространении трещины можно сформулировать в терминах коэффициентов интенсивности напряжений. Таким образом, основной признак линейной механики разрушения — возможность изучения поведения тела с трещиной с помощью коэффициентов интенсивности напряжений, причем само понятие этого коэффициента имеет физический смысл.

Если же характерный линейный размер пластической зоны у вершины трещины начинает на 20 % превышать длину трещины, то понятие коэффициента интенсивности напряжений утрачивает смысл (из-за ограниченности области справедливости асимптотических формул). В этом случае формулировка закономерностей, определяющих поведение тела с трещиной, так или иначе

связана со свойствами сопротивления материала пластическим деформациям. В такой постановке задача относится к *нелинейной механике разрушения*, все модели которой исходят из наличия достаточно развитой пластической зоны перед вершиной трещины *).

Особенности и детали пластического течения у конца разреза определяют условия превращения его в трещину, способную расти, и законы ее дальнейшего развития. Поэтому очень важно иметь правильное представление о форме и размерах пластической зоны, об интенсивности деформаций в ней и об эволюции этих величин в процессе роста внешней нагрузки и распространения трещины. Указанные характеристики пластической зоны у конца трещины служат обоснованием для построения некоторых моделей трещин.

Развитие области пластических деформаций можно изучать как теоретически, так и экспериментально. Для экспериментального изучения пластических зон удобны плоские образцы малоуглеродистой стали. Изменяя их толщину, можно варьировать условия протекания деформации от плоского напряженного состояния до плоской деформации. Плоская деформация в малой окрестности конца трещины осуществляется при малых уровнях напряжения сравнительно с пределом текучести. Травление полированной поверхности образца показывает, что пластическая зона распространяется в направлении растяжения (вверх и вниз) нормально к плоскости трещины. С повышением уровня напряжений условия развития пластической области приближаются к плоскому напряженному состоянию. Этому способствует увеличение размера пластической зоны по отношению к толщине (рис. 74).

Изображение в сечениях, проведенных поперек направления трещины, свидетельствует о том, что пластическая зона имеет вид двух пересекающихся полос, расположенных под углом 45° к поверхности образца (рис. 75). В этом направлении, как известно, возникают наибольшие касательные напряжения при растяжении тонкой пластины. На поверхности образца наблюдается

*) Разумеется, что существует некоторая промежуточная область, где обе механики разрушения могут быть использованы. Заметим еще, что к нелинейной механике разрушения относятся и задачи об упругих телах с трещинами в уточненной физически и геометрически нелинейной постановке.

значительная деформация в направлении толщины, выражающаяся внешне в виде утяжки (или местной шейки). Вместе с тем следует указать на сложность конфигурации пластической зоны, которая проявляется при более детальном анализе. Эта сложность состоит в том,

Рис. 74. Пластическая зона у конца разреза на поверхности плоского стального образца: а) разрез имеет закругленное основание с радиусом около 0,07 мм, б) разрез заканчивается усталостной трещиной. Отметим, что ни в форме, ни в размерах пластической зоны различия не обнаруживается

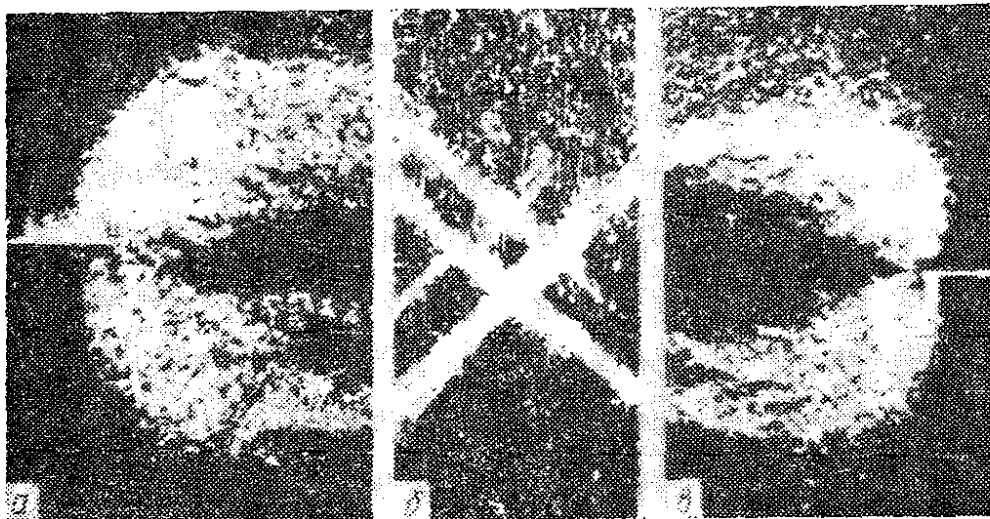


Рис. 75. Вид на пластическую зону: спереди на лицевую поверхность (а), по поперечному сечению (б) и на поверхность образца сзади (в). Сталь та же, что и на рис. 74; $t = 0,5$ мм, $\sigma/\sigma_T = 0,9$

что одновременно можно наблюдать конфигурацию и в виде шарнира, и в виде наклонных полос. Наблюдения показывают, что при малых уровнях напряжения, в частности, для коротких трещин и толстых пластин, шарнирная форма пластической зоны является преобладающей.

Для соответствующего сочетания высоких уровней напряжения, длинных трещин и тонких пластин преобладающей является форма пластических зон в виде

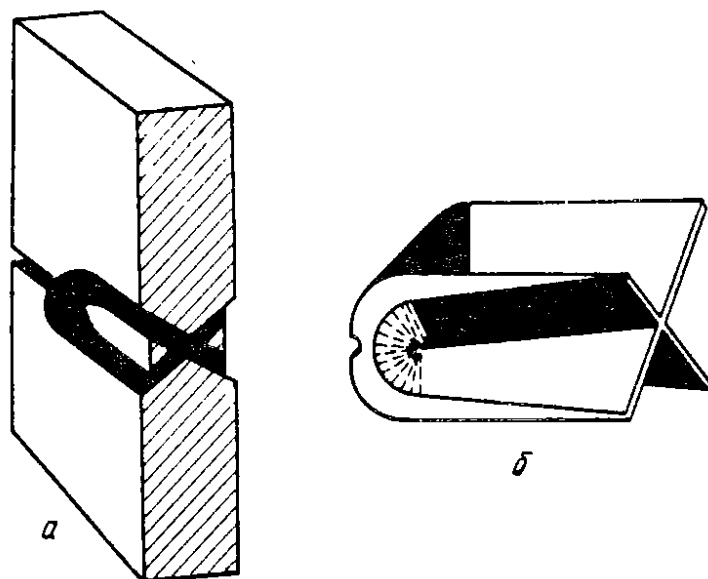


Рис. 76. Трехмерная модель пластической зоны при растяжении плоского образца (сталь та же, что и на рис. 74): а) область пластического течения на поверхности образца, б) объемная модель пластической зоны

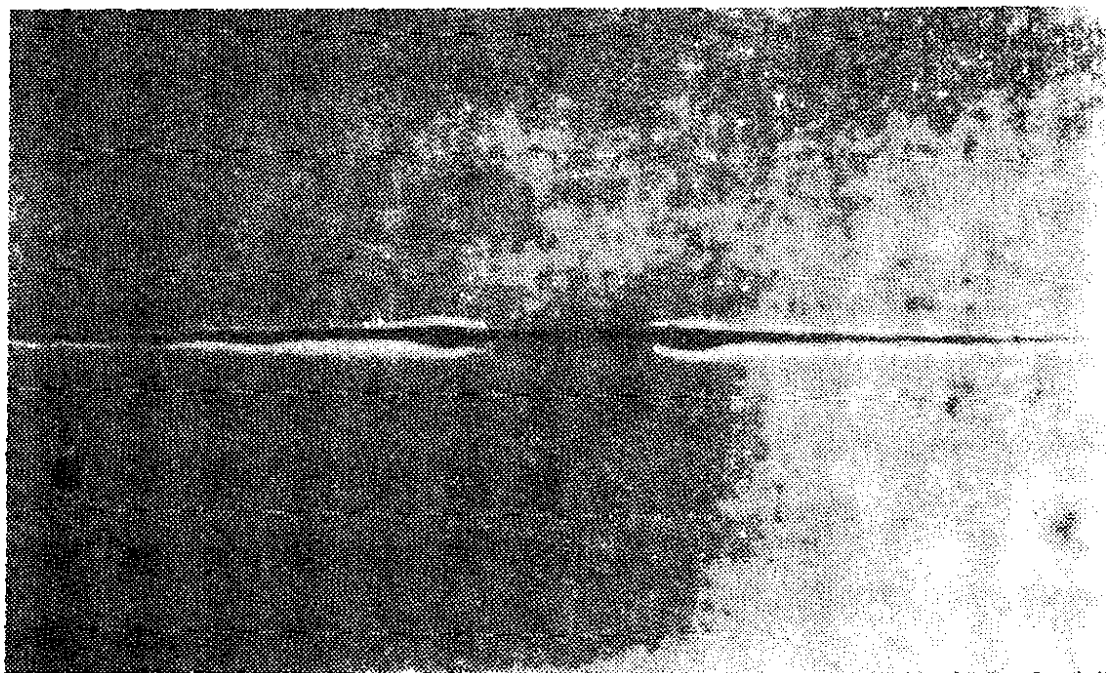


Рис. 77. Фотография растягиваемого в вертикальном направлении образца из стали Ст. 3 при $\sigma/\sigma_T = 0,92$ (σ — напряжение в ослабленном сечении). Видно, что длина пластической зоны примерно в два раза больше длины разреза

наклонных слоев. Переход от плоской деформации к плоскому напряженному состоянию происходит перманентно, вследствие чего граница раздела трудно опреде-

лима. Приведенное описание позволяет схематически изобразить трехмерную модель пластической зоны (рис. 76). В начальной ее части преобладает петлеобразная форма, которая затем сменяется одной или двумя наклонными полосами.

При растяжении тонкого листа (из мягкой стали) в экспериментах наблюдались пластические области в виде слоя (рис. 77), продолжающего трещину.

Численные расчеты с помощью ЭВМ показывают, что пластическая зона развивается по-разному (рис. 78). При плоской деформации пластическая зона вытянута поперек линии трещины, а при плоском напряженном состоянии она простирается вперед по направлению роста трещины. Рассмотренные экспериментальные и численные результаты подтверждают правомерность некоторых упрощенных теоретических моделей, на основании которых можно получить аналитические решения задач о разрушении элементов конструкций за пределами области применимости линейной механики разрушения.

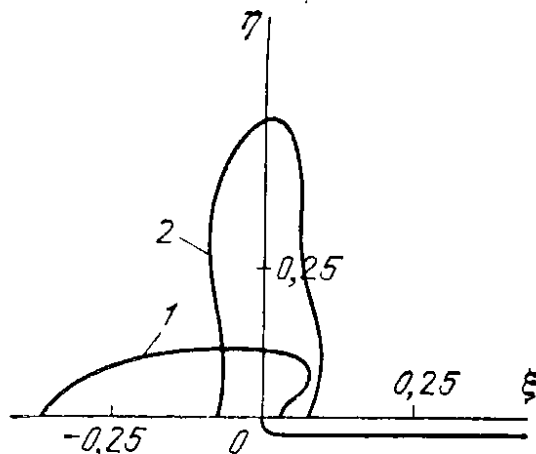


Рис. 78. Форма пластической зоны, полученная численным расчетом: 1 — плоское напряженное состояние, 2 — плоская деформация

Наиболее известной среди таких нелинейных моделей является δ_k -модель. Суть ее состоит в том, что перед концом существующего разреза вводится зона ослабленных связей в виде тонкого слоя. При этом тело обладает следующими свойствами: а) максимальное растягивающее напряжение нигде не превосходит сопротивления отрыву σ_0 ; б) зависимость между деформациями и напряжениями подчиняется закону Гука; в) силовое взаимодействие между поверхностями разреза отсутствует; г) противолежащие поверхности слоя ослабленных связей притягиваются одна к другой с напряжением, равным σ_0 . Эту теоретическую схему независимо друг от друга и почти одновременно предложили советские ученые М. Я. Леонов и В. В. Панасюк (1959 г.) и американский ученый Д. Дагдейл (1960 г.). Однако принципиальный подход у них был разным: Панасюк и Леонов в знаменитой статье «Развитие мельчайших трещин в твердом

теле» говорили о приближенном учете сил межатомного взаимодействия для микротрещин, а у Дагдейла зона ослабленных связей — это пластически-деформированный материал (он отталкивался от экспериментов, проведенных на тонких листах мягкой стали, см. рис. 77). В то же время в обеих моделях математическая формализация одинакова; в частности, на линии трещины, свободной от внешних нагрузок, соблюдаются следующие краевые условия:

$$\begin{aligned} \sigma_y &= 0, & 2v(x) &> \delta_k & \text{при } |x| < l, \\ \sigma_y &= \sigma_0, & \delta_k &> 2v(x) \geq 0 & \text{при } l < |x| \leq a, \\ \sigma_y &< \sigma_0, & v(x) &= 0 & \text{при } |x| > a. \end{aligned}$$

Здесь $2l$ — длина трещины, $d = a - l$ — длина слоя ослабленных связей, ось y перпендикулярна линии трещины, а ось x совпадает с ней; начало отсчета — в средней точке трещины (рис. 79). Слой ослабленных связей заменяется дополнительным разрезом $y = 0$, $l \leq |x| \leq a$, на

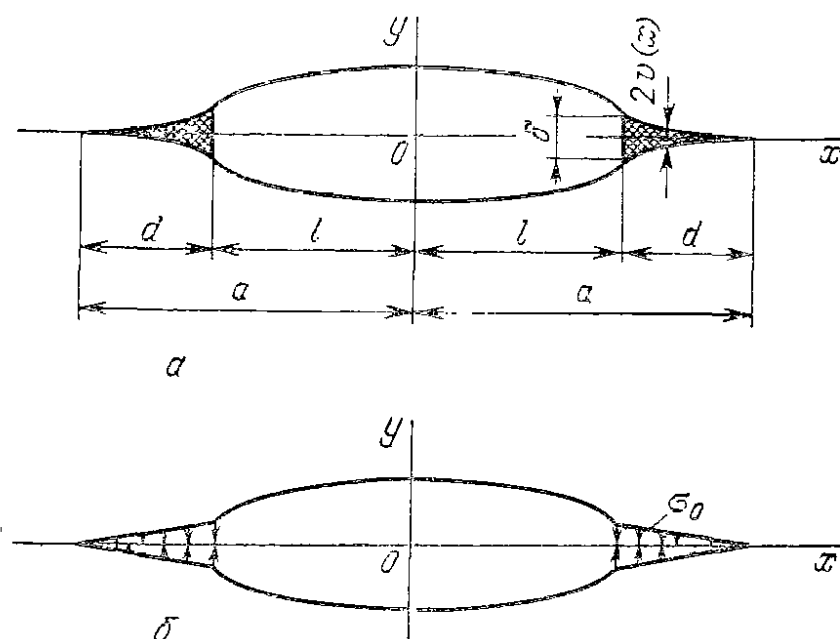


Рис. 79. Трещина с пластической зоной или зоной ослабленных связей: а) исходная задача, б) упругая задача

поверхностях которого действуют напряжения $\sigma_y = \sigma_0$. Смещение $2v(x, y = 0)$ в направлении оси y , принимающее в точке $x = l$ значение δ_k , называется *разрушающим* (или *критическим*) и полагается постоянной материала. Предельное состояние равновесия определяется условием

$$2v(l) = \delta_k, \quad (67)$$

которое вводится в модель как критерий развития трещины. Для определения протяженности слоя ослабленных связей требуется введение еще одного условия, которым может быть плавность смыкания противоположных поверхностей дополнительного разреза на его конце или условие ограниченности напряжений.

В качестве примера рассмотрим задачу Гриффитса в постановке δ_k -модели. Пусть плоскость с одиночной трещиной растягивается напряжениями p , приложенными в бесконечно удаленных точках. Требуется найти критическое напряжение для заданной длины трещины $2l$. Граничные условия таковы:

$$\begin{aligned} \tau_{xy}(x, 0) = 0, \quad \sigma_y(x, \infty) = p & \text{ при } -\infty < x < \infty, \\ \sigma_y(x, 0) = 0 & \text{ при } |x| \leq l, \\ \sigma_y(x, 0) = \sigma_0 & \text{ при } l < |x| \leq a. \end{aligned}$$

Мы не будем приводить достаточно сложное решение такой простой на вид задачи теории упругости. Выпишем сразу окончательный результат. Условие наступления предельного состояния равновесия (67) дает следующее выражение для критического напряжения:

$$p_k = \frac{2}{\pi} \sigma_0 \arccos \exp \left(-\frac{\pi E \delta_k}{8 \sigma_0 l} \right). \quad (68)$$

Заметим, что при больших длинах трещин (и, следовательно, при малых p_k сравнительно с σ_0) формула (68) переходит в следующую:

$$p_k = \sqrt{\frac{2E\sigma_0\delta_k}{\pi l}}, \quad (69)$$

которая совпадает с формулой Гриффитса при соблюдении условия

$$G_c = \delta_k \sigma_0.$$

Это условие нетрудно получить в рамках δ_k -модели, подсчитав удельную работу разрушения. Эксперименты и теоретические решения для более детальных схем учета формы пластической зоны подтверждают это соотношение, они уточняют лишь числовой множитель перед $\delta_k \sigma_0$ в правой части последнего выражения.

Критическое напряжение в функции длины трещины, построенное по формуле (68), показано на рис. 80. Там же приведена критическая диаграмма Гриффитса.

Заметное расхождение между двумя кривыми начинается со значения напряжения $p_k \approx 0,6\sigma_0$. При стремлении длины трещины к нулю, получаем ограниченную величину разрушающего напряжения, что соответствует физическому смыслу. Напряжение σ_0 оказывается разрушающим при стремлении длины трещины к нулю. Поэтому

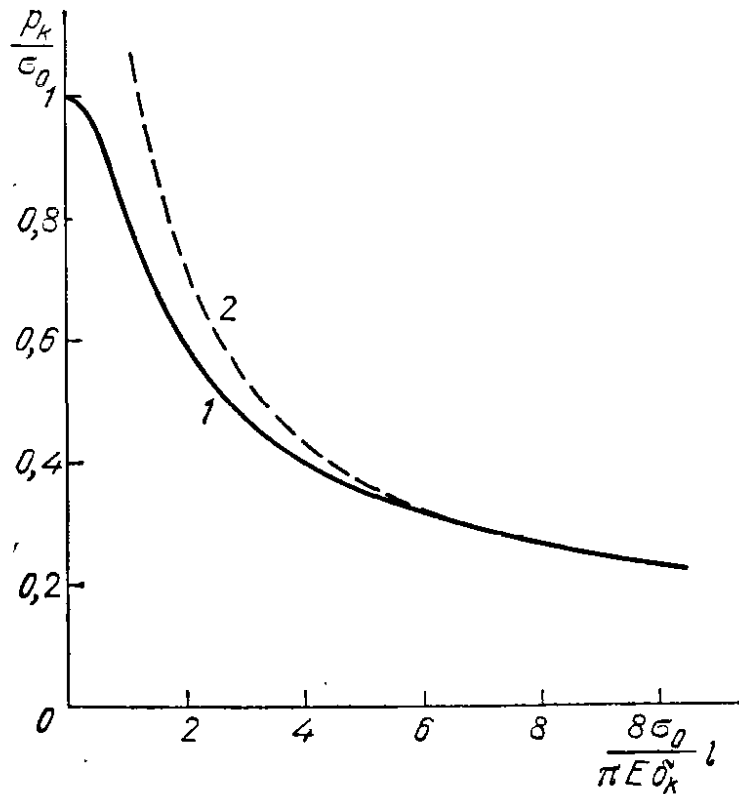


Рис. 80. Критические диаграммы разрушения растянутой плоскости с трещиной: 1 — по условию (68), 2 — по условию $K = K_0$.

на основании экспериментальных данных можно принимать σ_0 равным пределу текучести материала σ_T (но большее соответствие опыту дает равенство σ_0 пределу прочности σ_B).

§ 18. Инвариантные интегралы

Важное место в современной неллинейной механике разрушения занимает понятие независимого от контура интегрирования интеграла. К настоящему времени таких интегралов изобретено достаточно много, но наиболее широкое распространение получили два из них, построенные практически одновременно и независимо: Γ -интеграл Г. П. Черепанова (1967 г.) и J -интеграл (Джей-интеграл) Дж. Р. Райса (1968 г.). Видимо, к этому времени

идея инвариантных интегралов, как говорят, уже висела в воздухе *)).

Черепанов проанализировал с точки зрения закона сохранения энергии состояние области D , окружающей вершину трещины, движущейся в сплошном деформируемом теле (рис. 81). Все в соответствии с Гриффитсом: поступающая через контур C механическая работа внешних сил и тепловая энергия $\Delta A + \Delta Q$ (трещина считается свободной от внешних воздействий) затрачивается

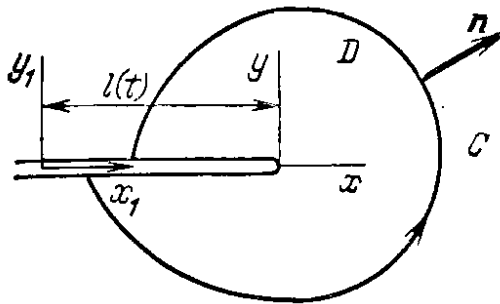


Рис. 81. Контур C , охватывающий вершину движущейся трещины. Система координат x_1, y_1 неподвижна, система x, y связана с вершиной трещины. Баланс энергии вычисляется в движущейся системе координат x, y

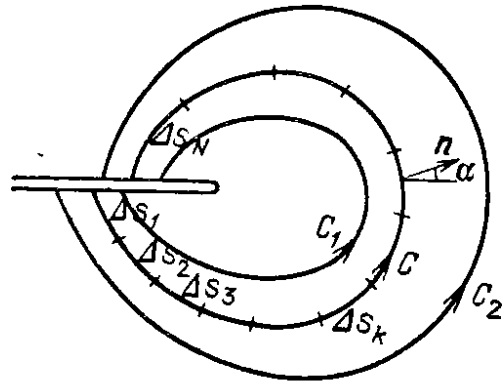


Рис. 82. Интеграл Черепанова — Райса одинаков для контуров C, C_1, C_2

на увеличение кинетической и внутренней энергии $\Delta K + \Delta U$ и на разрушение $\Delta \Pi$. В области D имеется одна лишь точка, поглощающая энергию, — вершина трещины, извне энергия поступает через контур C — границу области D . Очевидно, что поступающее количество энергии одинаково для любого контура C (инвариантно относительно выбора C) (рис. 82). С помощью чисто математических преобразований Черепановым было получено выражение для удельной работы разрушения

$$\Gamma = \frac{d\Pi}{dl} = \int_C \left[(W + K) \cos \alpha - \left(p_x \frac{\partial u}{\partial x} + p_y \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] ds, \quad (70)$$

где W — плотность энергии деформаций, K — плотность кинетической энергии, $\mathbf{p} = \{p_x, p_y\}$ — вектор усилий,

*) Этот результат мог быть получен гораздо раньше. Однако работа Дж. Д. Эшелби (1951 г.), рассчитавшего с помощью инвариантного интеграла силу, действующую на точечную особенность в упругой среде, осталась незамеченной.

действующих на контур извне, α — угол между нормалью к контуру и осью x (линией трещины).

Напомним, что означает понятие *криволинейного интеграла* от функции f вдоль контура C (см. рис. 82):

$$\int_C f ds \approx f_1 \Delta s_1 + f_2 \Delta s_2 + \dots + f_N \Delta s_N. \quad (71)$$

Мы подсчитываем интеграл, разбивая контур C на большое число элементарных участков с длинами $\Delta s_1, \Delta s_2, \dots, \Delta s_N$, вычисляем значения функции на каждом из участков f_1, f_2, \dots, f_N и составляем сумму (71). Так поступают, например, подсчитывая общий электрический заряд на контуре по известной плотности распределения заряда f на этом контуре ($f_k \Delta s_k$ — заряд k -го участка).

J -интеграл Райса получится из Γ -интеграла Черепанова, если пренебречь в нем кинетической энергией (инерционными эффектами)

$$J = \int_C \left[W \cos \alpha - \left(p_x \frac{\partial u}{\partial x} + p_y \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] ds. \quad (72)$$

Райс доказал независимость такого интеграла от пути интегрирования в нелинейно-упругом теле или же в упруго-пластическом теле для случая широко употребляемой в инженерной практике деформационной теории пластичности.

В § 14 было показано, что локальный критерий Ирвина связан с характеристикой сингулярности поля напряжений или деформаций в окрестности вершины трещины. В упругом случае, как отмечалось, такой характеристикой является коэффициент интенсивности напряжений. В предельном состоянии при переходе от одной детали (со своей схемой нагружения) к другой детали из того же материала (с другой схемой нагружения) эта характеристика (или критерий) должна быть одинаковой. Такому свойству вполне удовлетворяет коэффициент интенсивности напряжений при идеально хрупком разрушении. В случае же развитых пластических деформаций в части нетто-сечения инвариантными характеристиками могут служить коэффициенты при сингулярных членах в выражениях напряжений или деформаций.

В частности, оказывается, что если диаграмма деформации материала может быть представлена в виде степенной зависимости

$$\sigma = A \epsilon^m \quad (A, m = \text{const}), \quad (73)$$

то напряжения и деформации у вершины трещины имеют следующий вид (сравните с формулами (40) — (45)):

$$\sigma_{ij} = A \left(\frac{J}{AI_m} \right)^{\frac{m}{1+m}} \cdot \frac{f_{ij}(\theta)}{r^{\frac{m}{1+m}}},$$

$$e_{ij} = \left(\frac{J}{AI_m} \right)^{\frac{1}{1+m}} \cdot \frac{\Phi_{ij}(\theta)}{r^{\frac{1}{1+m}}}.$$
(74)

Здесь I_m — функция числа m и вида раскрытия трещины (для большой области значений m и в случае плоской деформации при растяжении $I_m = 5$). Так как величина J , стоящая в числителях (74), отражает некоторую среднюю характеристику поля напряжений и деформаций в окрестности вершины трещины, то она может быть принята за критериальный параметр (точно так же, как величина K в формулах (40) — (45) из § 11).

Свойство инвариантности, а также сингулярность напряжений и деформаций (согласно формулам (74)) позволили принять J -интеграл в качестве критериальной величины при формулировке критерия разрушения: трещина начинает распространяться, когда инвариантный J -интеграл достигает предельного значения J_{Ic} :

$$J = J_{Ic}. \quad (75)$$

Предельное значение J обозначено J_{Ic} (аналогично K_{Ic}) по той причине, что выражение (72) записано для условий плоской деформации. При плоском напряженном состоянии $e_z \neq 0$, и оно разное в разных точках пластины, так как $e_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$. Поэтому условие постоянства толщины, используемое при выводе формулы (72), в плоском напряженном состоянии не соблюдается. Кроме того, при плоской деформации обычно отсутствует докритический рост трещины, который концепцией J -интеграла не допускается во избежание разгрузки из пластической области.

В случае идеально хрупкого разрушения величина J представляет собой поток упругой энергии в вершину трещины и, следовательно, $J_{Ic} = G_{Ic}$. Тогда согласно (56) из § 14 можно записать

$$(1 - \nu^2) K_{Ic}^2 = EJ_{Ic}. \quad (76)$$

Для δ_k -модели (в случае тонкой пластической зоны) J -интеграл равен (контур интегрирования расположен вдоль границы пластической зоны, $\cos \alpha = 0$, $p_x = 0$, $p_y = \sigma_0$)

$$J = - \int_0^{l+d} p_y \frac{\partial v}{\partial x} ds = - 2\sigma_0 \int_l^{l+d} \frac{\partial v}{\partial x} dx = \sigma_0 \delta_k. \quad (77)$$

Заметим, что такой же результат дает вычисление G_c в § 17. В случае развитого пластического течения J -интеграл уже не характеризует поток упругой энергии в вершину трещины, и хотя по-прежнему критерий разрушения (75) сохраняется, тем не менее формула (76) становится несправедливой.

В заключение заметим, что для использования условия (75) необходимо иметь экспериментально определенное предельное значение J_{1c} . Эту величину иногда называют *упругопластической вязкостью разрушения*. Рассматриваемый здесь критерий становится эффективным при значительных пластических деформациях, занимающих большой объем тела. Основное достоинство J -интеграла — независимость от контура интегрирования — позволяет считать (хотя и несколько произвольно), что инвариантность относительно пути интегрирования означает также и инвариантность при переходе от образца к изделию. Иными словами, критическое значение J -интеграла (упругопластическая вязкость разрушения J_{1c}), определенное на образце, считается таковым же и для рассчитываемой детали.

§ 19. Механика разрушения? Это очень просто!

Вам наверняка попадались брошюры с подобными названиями. В них нас пытаются убедить в том, что без особого труда можно починить телевизор, построить дельтоплан, вырастить топинамбур и т. д. Я не буду сейчас убеждать Вас в том, что механика разрушения доступна любому школьнику начальных классов, но я утверждаю, что расчет реальной детали, всегда содержащей дефекты, вполне доступен любому студенту втуза, любому инженеру, вообще людям, которые в институте изучали сопромат. Причем расчет с использованием механики разрушения не сложнее традиционного прочностного расчета. Вот в этом я и постараюсь Вас убедить на простых реальных примерах.

Пример 1. В алюминиевой панели шириной $b = 2$ м и толщиной $h = 100$ мм обнаружена плоская сквозная трещина в сварном шве. Панель нагружена усилием $F = 1400$ тс, трещина длиной $l = 20$ мм расположена перпендикулярно направлению растяжения в центральной части панели. Материал — алюминиевый сплав 5083-О с вязкостью разрушения $25 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$. Безопасна ли эксплуатация такой панели?

Решение. Длина трещины мала по сравнению с шириной панели. Коэффициент интенсивности напряжений вычислим по формуле $K_I = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2} l}$. Критерий хрупкого разрушения $K_I = K_{Ic}$ определяет критический размер трещины:

$$l_c = \frac{2K_{Ic}^2}{\pi\sigma^2}. \quad (78)$$

Прежде чем подставить конкретные числовые значения в (78), переведем все данные в систему СИ. Сила $F = 1400$ тс $= 1,37 \cdot 10^7$ Н, напряжение

$$\sigma = \frac{F}{bh} = \frac{1,37 \cdot 10^7 \text{ Н}}{2 \cdot 0,1 \text{ м}^2} \approx 69 \text{ МПа}.$$

Формула (78) дает

$$l_c \approx \frac{2 \cdot (25)^2}{\pi \cdot (69)^2} \text{ м} \approx 0,085 \text{ м},$$

т. е. критическая длина трещины $l_c = 85$ мм, так что имеющаяся трещина длины $l = 20$ мм не является критической. Однако прежде чем подтвердить безопасность эксплуатации панели, инженер должен разобраться в том, откуда появилась эта трещина, как выросла до 20 мм, не продолжится ли ее рост из-за усталости или коррозии и как скоро длина ее может дойти до критических 85 мм.

Пример 2. Поперечная трещина длиной $l = 30$ мм обнаружена в нижней полке стальной крановой балки, ширина которой $b = 254$ мм. Балка эксплуатируется при максимальном растягивающем напряжении $\sigma = 172$ МПа. Является ли эксплуатация безопасной, если вязкость разрушения стали $K_{Ic} \approx 165 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$?

Решение. Проверку, разумеется, можно провести двумя способами: 1) Вычислим $K_I = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2} l} = 172 \sqrt{\pi \cdot 0,015} \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2} \approx 37,3 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$. Сравним най-

дешвое значение с вязкостью разрушения. Поскольку K_1 много меньше K_{Ic} , балку считаем совершенно безопасной, разумеется, с упомянутыми в примере 1 оговорками.

2) Подсчитаем критическую длину дефекта по формуле (78):

$$l_c = \frac{2 \cdot (165)^2}{\pi \cdot (172)^2} \approx 568 \text{ мм},$$

т. е. длина имеющейся трещины почти в 20 раз меньше критической длины.

Посмотрим теперь, как следует учитывать конечные размеры детали и вводить поправку на пластическую зону у вершины трещины. Для учета реальной геометрии тела из таблицы 2 мы берем соответствующий K -тарифовочный множитель Y , например, для полосы шириной b с боковым надрезом длины l

$$K_I = P \cdot \sigma \sqrt{l}, \quad (79)$$

где

$$Y = 1,99 - 0,41\lambda + 18,70\lambda^2 - 38,48\lambda^3 + 53,85\lambda^4,$$

а $\lambda = l/b$ — относительная глубина надреза. Формула (79) дает хорошую точность вплоть до $\lambda = 0,7$. Поправка Ирвина на пластичность материала заключается в фиктивном увеличении длины трещины на малую величину, которая приблизительно равна радиусу пластической зоны у вершины трещины.

Вернемся к разобранному примеру 2 о краповой балке и предположим на этот раз, что

1) поперечная трещина в нижней полке расположена не в середине балки, а с краю,

2) край должен работать на открытом воздухе, а по сводке погоды во время работы ночной смены температура может упасть до нуля градусов. Из справочника находим, что при такой температуре вязкость разрушения снизится до $60 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, а предел текучести — до 480 МПа .

В данном примере относительная глубина трещины $\lambda = l/b = 0,12$, для такой глубины K -тарифовочный множитель Y по таблице 2 равен

$$\begin{aligned} Y &= 1,99 - 0,41 \cdot 0,12 + 18,70 \cdot (0,12)^2 - 38,48 (0,12)^3 + \\ &+ 53,85 \cdot (0,12)^4 = 1,99 - 0,049 + 0,269 - 0,066 + 0,011 = \\ &= 2,15. \end{aligned}$$

Вычислим по формуле (52) поправку Ирвина на пластичность

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{60}{480}\right)^2 \text{ м} \approx 2,5 \text{ мм.}$$

Снова проверим безопасность балки двумя способами

$$\begin{aligned} 1) \quad K_I &= Y \cdot \sigma \sqrt{l + r_y} = \\ &= 2,15 \cdot 172 \sqrt{0,03 + 0,0025} \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2} \approx 66,7 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2} \end{aligned}$$

(вспомните, что ночью вязкость разрушения стали может понизиться до $60 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$!);

$$2) \quad l_c = \left(\frac{K_{Ic}}{Y \cdot \sigma}\right)^2 \approx \left(\frac{60}{2,15 \cdot 172}\right)^2 \text{ м} \approx 26,3 \text{ мм}$$

(вспомните, что в балке обнаружена трещина длиной $l = 30 \text{ мм}$!). Оба расчета говорят о том, что ночью крановая балка будет на грани катастрофы. Разумеется, пример этот является условным в том смысле, что вязкость разрушения реальных крановых балок должна быть достаточно высокой и при низких температурах, скажем, на 20° ниже минимальной рабочей температуры.

Усталостную долговечность предсказывать сложнее, но не намного. Для описания роста усталостной трещины чаще всего используют закон Париса (см. 83) § 21). С помощью формулы (79) выразим размах изменения коэффициента интенсивности за цикл нагружения

$$\Delta K = Y \Delta \sigma \cdot \sqrt{l}, \quad (80)$$

где $\Delta \sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ — размах изменения напряжений за цикл нагружения. Для нахождения зависимости l от N следует подставить (80) в (83) § 21:

$$\frac{dl}{dN} = A (Y \Delta \sigma \sqrt{l})^n$$

и проинтегрировать

$$\int_{l_0}^l \frac{dl}{Y^n l^{n/2}} = A (\Delta \sigma)^n N. \quad (81)$$

Из критерия хрупкого разрушения $K = K_c$ находим критическую длину l_c , а долговечность N_c получится при подстановке l_c вместо l в формулу (81). В общем случае Y зависит от l (см. табл. 2), и интегрировать (81) сложно.

Мы поэтому упростим задачу, взяв тарировочную поправку $Y = \text{const}$. Тогда неопределенный интеграл в (81) станет табличным интегралом от степенной функции:

$$l_0 \left(1 - \frac{n}{2}\right) - l \left(1 - \frac{n}{2}\right) = \left(\frac{n}{2} - 1\right) A (Y \Delta \sigma)^n N. \quad (82)$$

Рассмотрим конкретный пример.

Пример 3. Обследование методами неразрушающего контроля позволило обнаружить в анкерном стержне экструзионного пресса поверхностную трещину глубиной $l = 4,5$ мм. Диаметр стального стержня 300 мм, на четыре таких стержня поровну и распределяется усилие 1850 тонн, развиваемое при каждом нагружении. Будем считать, что в месяц число нагружений равно приблизительно 9600, критическая глубина трещины составляет примерно 60 мм. Пусть из эксперимента установлен закон роста усталостной трещины

$$\frac{dl}{dN} = 1,7 \cdot 10^{-11} (\Delta K)^{3,5} \frac{\text{мм}}{\text{цикл}},$$

если ΔK измерен в $\text{Н} \cdot \text{мм}^{-3/2}$.

Заводу необходимо, чтобы пресс работал. На сколько же можно отложить замену стержня? Заводской инженер находится перед выбором:

- 1) через 24 месяца стержень все равно спишут,
- 2) через 14 месяцев пресс остановят, поскольку подойдет срок планового ремонта,
- 3) кратчайший срок, в который возможна поставка идентичного стержня, составляет 2,5 месяца,
- 4) кратчайший срок замены поврежденного стержня временным — около 2 недель,
- 5) работа пресса небезопасна, он должен быть остановлен до замены стержня.

Решение. Переведем данные в систему СИ. Наибольшая нагрузка: $1850 \text{ тс} = 18,1 \text{ МН}$, общая площадь сечений стержня: $4\pi \cdot \frac{(0,3)^2}{2} \text{ м}^2 = 0,283 \text{ м}^2$, наибольшее напряжение в стержнях: $18,1/0,283 \text{ МПа} \approx 64 \text{ МПа}$, наименьшее напряжение: 0, размах напряжений: $\Delta \sigma = 64 \text{ МПа}$, начальная глубина трещины: $l_0 = 0,0045 \text{ м}$.

По таблице коэффициентов интенсивности напряжений (таблица 2, п. 6) находим, что для поверхностной кольцевой трещины $Y = 1,88$ для глубины $l_0 = 0,0045 \text{ м}$ и $Y = 1,01$ для глубины $l_0 = 0,060 \text{ м}$. Для получения ниж-

ней оценки долговечности берем наибольшее значение $Y = 1,88$. Если трещина не полностью опоясывает сечения, то замена ее кольцевидной ведет, естественно, к консервативной оценке долговечности стержня.

Итак, уравнение роста трещины (82) принимает вид

$$(0,0045)^{-0,75} - l^{-0,75} = 0,75 \cdot 1,7 \cdot 10^{-11} \cdot (1,88 \cdot 64)^{3,5} \cdot N$$

или

$$l = (57,56 - 2,44 \cdot 10^{-4} \cdot N)^{-1,33} \text{ м.}$$

Через 24 месяца, т. е. через $N = 24 \cdot 9600 = 23,04 \cdot 10^4$ циклов нагружения, глубина трещины будет равна $l = 0,675 \text{ м} = 675 \text{ мм}$, что превышает более чем вдвое диаметр стержня! Через 14 месяцев, т. е. через $N = 14 \times 9600 = 13,44 \cdot 10^4$ циклов глубина трещины составит $l = 0,014 \text{ м} = 14 \text{ мм}$. Значит, пресс можно спокойно эксплуатировать вплоть до планового ремонта, ведь критической является глубина $l_c = 60 \text{ мм}$.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ И НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

§ 20. Замедленное разрушение

К числу наиболее распространенных причин разрушения конструкций относится постепенный рост небольших начальных трещин, вплоть до достижения ими критической длины. Происходит так

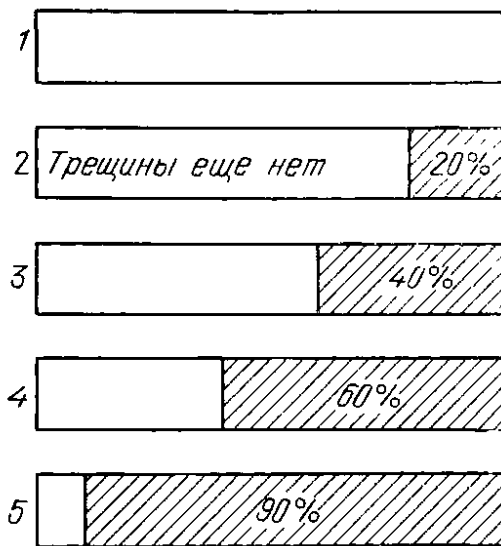


Рис. 83. Относительная продолжительность процесса усталостного разрушения после возникновения трещины (заштриховано) в процентах по отношению к общей долговечности образца: 1 — идеальный случай однородного материала и однородного нагружения (без образования трещины), 2 — гладкий образец на воздухе, 3 — надрезанный образец на воздухе, 4 — гладкий образец в пресной воде, 5 — гладкий образец в 3 %-ном растворе NaCl

называемое *замедленное разрушение* в условиях невысоких рабочих напряжений, заканчивающееся катастрофическим хрупким разрушением, разумеется, если вовремя не произведена остановка и своевременный ремонт конструкции. Хотим мы этого или нет, но период эксплуатации конструкции с растущей трещиной занимает существенную часть ее жизни до разрушения (рис. 83).

Разумеется, механизмы замедленного разрушения различны для различных материалов, нагрузок, условий эксплуатации и т. д. К числу наиболее распространенных видов замедленного разрушения относится, например, усталостное разрушение, разрушение от действия агрессивных сред, разрушение в условиях ползучести, дли-

тельное разрушение вязкоупругих полимерных материалов, а также их комбинации, скажем, усталостное разрушение в коррозионной среде. Центральное место во всех

исследованиях замедленного разрушения должно занимать изучение роста трещин, поскольку именно они вызывают большую концентрацию напряжений, которая активизирует все процессы предразрушения.

Отметим, что на начальной стадии процесса разрушения почти всегда наблюдается постепенное появление и накопление микродефектов, размеры которых сравнимы с характерными размерами микроструктуры (например, величиной зерна). Такой период, называемый *периодом зарождения трещины* или *инкубационным периодом*, заканчивается локализацией процесса рассеянного разрушения с появлением растущей макротрещины. Если в теле имелся надрез, то инкубационным периодом будет период от приложения нагрузок до срагивания трещины. Часто основную часть времени жизни изделия занимает не инкубационный, а последующий период медленного квазистатического подрастания трещины от начального до критического размера, о чем мы, как правило, и будем говорить в дальнейшем. О заключительной стадии динамического роста трещины говорить не очень приятно, зачастую это уже катастрофа, которую надо предотвратить. Однако и динамическое разрушение нужно тщательно изучать, и не только для того, чтобы по анализу обломков установить виновника аварии, но и для разработки мер остановки быстрых трещин, ведь совсем не безразлично, лопнет ли труба газопровода на участке в километр или трещина остановится, пройдя метр.

§ 21. Рост усталостных трещин

Мы уже говорили о немецком ученом А. Вёлере и об открытом им явлении усталости. Кривая Вёлера связывает напряжение с числом циклов до разрушения, что позволяет судить о долговечности элемента конструкции. Однако здесь не содержится информации о медленном развитии трещин в этом процессе, а ведь именно подрастание усталостных трещин до критического размера и ведет к разрушению элементов циклически нагруженных конструкций.

Следует различать обычное усталостное разрушение при низком уровне напряжений или так называемую *многоцикловую усталость* и разрушение за сравнительно небольшое число циклов приложения достаточно высоких напряжений, т. е. случай *малоцикловой усталости*. В первом случае микропроцессы разрушения локализируются в

малой зоне у вершины трещины и определяются асимптотическими полями напряжений и деформаций, а, следовательно, скорость движения трещины должна зависеть от коэффициентов интенсивности напряжений. Во втором же случае зона пластических деформаций не мала, и для описания процесса развития трещины нужно рассматривать последовательность шагов нагружения и подрастания трещин.

В данном параграфе мы поговорим об обычном усталостном разрушении. Известный интерес представляет оценка долговечности по числу циклов переменного нагружения на стадии роста трещины (т. е. определение числа циклов при увеличении длины трещины от начального значения l_0 до критического l_c). С теоретической точки зрения изучение параметров, ответственных за процесс роста трещины и входящих в расчетные уравнения, позволяет глубже проникнуть в механическую природу процессов, происходящих в окрестности растущей трещины. С практической точки зрения оценка долговечности важна для приложений, например, при расчете ресурса изделий.

Довольно долго для оценки скорости роста усталостных трещин использовались эмпирические формулы, в которые не входили характеристики механики разрушения. Однако только введение в число параметров (влияющих на распространение трещины) коэффициента интенсивности напряжений позволило судить об общих закономерностях роста трещины при повторном (циклическом) нагружении. И это естественно, так как рост трещины усталости происходит на фоне упругих деформаций, когда справедливы критерии линейной механики разрушения.

С учетом этого было получено довольно много различных зависимостей для скорости роста трещины, но все они практически следуют из формулы П. Париса (1965 г.), основа которой — соображение о том, что все явления в кончике трещины, а также и скорость dl/dN ее распространения зависят от коэффициента интенсивности напряжений. Эта формула записывается в следующем виде:

$$\frac{dl}{dN} = A (\Delta K)^n. \quad (83)$$

Здесь A и n — эмпирические коэффициенты, $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$ — перепад (*размах*) коэффициента интенсивности напряжений за один цикл нагружения, N — число циклов. Многочисленные экспериментальные исследования

хорошо подтверждают эту формулу, причем показатель степени n для разных материалов располагается в интервале от 2 до 7 (чаще всего $n = 4$). Чем более хрупкое состояние материала наблюдается при испытании, тем больше показатель степени n . По поводу формулы (83) сам Парис позже писал: «Любопытно, что столь простой закон способен описать данные для материалов с резко отличающейся микроструктурой! По-видимому, механизм роста трещины для всех них один и тот же вне зависимости от особенностей микроструктуры материала».

Формула Париса описывает средний (линейный) участок полной диаграммой усталостного разрушения, которая в большинстве случаев имеет S-образный вид (рис. 84). Наблюдающиеся отклонения диаграммы от

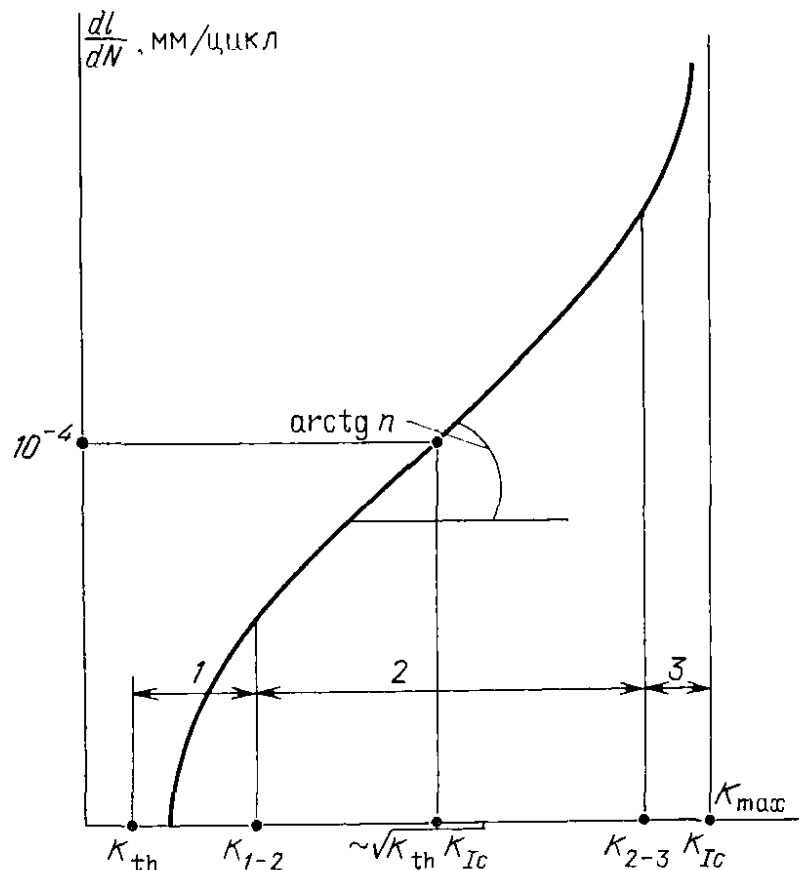


Рис. 84. Диаграмма усталостного разрушения в логарифмических координатах (схема); 1, 3 — области низких и высоких скоростей роста трещины; 2 — область справедливости формулы Париса

этой формы обычно связаны с непростыми условиями нагружения (активные среды). Для описания полной диаграммы усталостного разрушения предлагается, например, выражение

$$\frac{dl}{dN} = C_0 \left(\frac{K_{\max} - K_{\text{th}}}{K_c - K_{\max}} \right)^q \quad (84)$$

Здесь C_0 , q — эмпирические величины, K_{th} — *пороговый коэффициент интенсивности напряжений* *), K_c — вязкость разрушения. Предполагается, что если $K_{max} \leq K_{th}$, то трещина не растёт.

Формулы (83) и (84) применяются как для обычной (многоцикловой) усталости, так и для малоцикловой усталости. Разумеется, это удобно, но в то же время необходимо проявлять осторожность при обращении с эмпирическими коэффициентами. Дело в том, что закономерности механизма усталостного явления различны при малоцикловой и многоцикловой усталости. Эти различия могут даже привести к разрыву кривой Вёлера (зависимость σ_{max} цикла от N) в области ограниченной выносливости. При этом в одном случае трещина идет по телу зерна, в другом — по его границе. В таком случае характеристики усталостной прочности должны зависеть от структуры материала. Поэтому надо учитывать возможную зависимость эмпирических коэффициентов от уровня максимальных напряжений цикла.

§ 22. Разрушение при малоцикловой усталости

При растяжении плоских образцов с центральной сквозной трещиной перед наступлением критического состояния равновесия (когда трещина начинает быстро лавинообразно распространяться при постоянной внешней нагрузке) почти всегда наблюдается стадия медленного устойчивого докритического роста трещины. Это медленное подрастание трещины, хорошо известное экспериментаторам, приводит к тому, что критическая длина трещины l_c превышает исходную длину l_0 на 30, 50, а то и на 100 % в зависимости от свойств материала и длины исходной трещины. Зависимость напряжения в неослабленном сечении образца от длины устойчивой трещины принято называть *докритической диаграммой разрушения*. Стадии медленного роста трещины придается настолько большое значение, что при исследовании механических свойств материалов предполагается дополнять диаграммы деформации диаграммами разрушения.

Докритическая диаграмма разрушения представляет собой характеристику материала данной толщины, оценивающую способность материала тормозить трещину. Эта

*) Обозначение K_{th} связано с английским словом threshold (порог).

диаграмма отражает процесс разрушения, в то время как на обычных диаграммах деформации стадия разрушения отмечается только координатами конечной точки. Этой информации недостаточно для оценки такой важной стадии процесса сопротивления материала воздействию внешней нагрузки, как стадия разрушения. Вместе с тем период медленного роста трещины не описывается теориями, рассмотренными ранее (§ 14 и 17). Остановимся вкратце на существующих теориях докритического роста трещины.

Первая попытка математического описания докритического роста трещины была предпринята Дж. Р. Ирвином. Идея состояла в том, что с ростом длины трещины меняется также и сопротивление этому росту в виде *работы разрушения* R^*). В каждый текущий момент освобождаемая энергия G в устойчивом состоянии равна работе R .

Дальнейшее развитие этого метода состоит в предположении, что R -кривая есть характеристика материала, причем вид этой кривой зависит от подрастания трещины (но не от ее начальной длины). Форма экспериментальной R -кривой определяет характер докритического роста трещины. На рис. 85 показано, как по R -кривой можно получить докритическую диаграмму разрушения

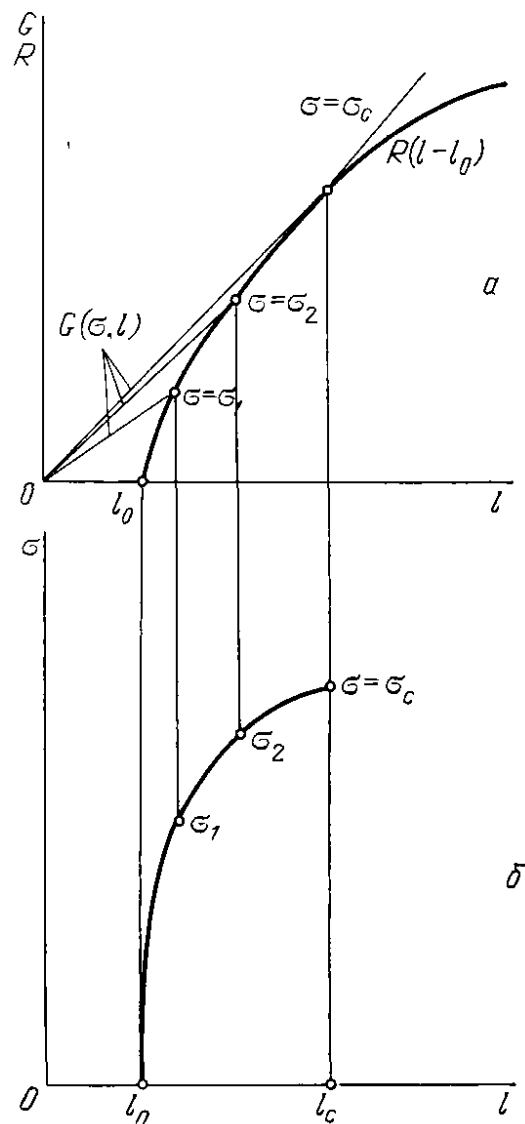


Рис. 85. Связь R -кривой (а) с докритической диаграммой разрушения (б)

*) Работа разрушения R измеряется работой, которую надо затратить для продвижения трещины на единицу длины в образце данной толщины t . Полезно заметить, что R отличается от известной интенсивности работы разрушения (или вязкости разрушения) $2\gamma = G_c$, поскольку последняя определяется в момент начала быстрого распространения трещины. При этом справедливо неравенство $0 \leq R \leq 2\gamma t$.

или, наоборот, как по известной из опыта диаграмме разрушения получить плотность энергии разрушения в функции прироста длины трещины. По известной K -тарировке $\left(K_I = \sigma \sqrt{l} \cdot Y\left(\frac{l}{b}\right)\right)$ и формуле (57) из § 14 строим для каждого фиксированного значения σ кривую

$$G = G(\sigma, l) = \sigma^2 l Y^2\left(\frac{l}{b}\right) / E. \quad (85)$$

(В случае трещины Гриффитса в неограниченной плоскости будет прямая $G = \sigma^2 \pi l / E$.) Пересечение кривой (85) с R -кривой:

$$G(\sigma, l) = R(l - l_0) \quad (86)$$

определяет подрастание трещины при данном значении σ . Критическое состояние наступает при таком σ_c , для которого G -кривая касается R -кривой. Условие касания

$$\frac{dG}{dl} = \frac{dR}{dl}$$

определяет критическую длину l_c трещины.

Из уравнений, описывающих докритические диаграммы разрушения, также можно получить характеристики долговечности при повторной статической нагрузке, или, согласно современной терминологии, при малоцикловой усталости. Для этого на первом цикле диаграмма разрушения строится до нагрузки, отвечающей максимальному напряжению цикла σ_{\max} . При этом длина трещины увеличивается, и эту новую длину следует считать начальной при расчете докритической диаграммы на следующем цикле. Следовательно, краевое условие для расчета интегральной кривой дифференциального уравнения докритической диаграммы разрушения на i -м цикле будет $\sigma = \sigma_{\min}$ при $l = l_{i-1}$ ($i = 1, 2, \dots$). Семейство докритических диаграмм разрушения в области изменения напряжений цикла от σ_{\min} до σ_{\max} позволяет рассчитать длину трещины в функции числа циклов.

Учитывая идеализированность рассматриваемой модели и появление остаточных сжимающих напряжений при разгрузке, следует считать, что при снятии нагрузки (и уменьшении расстояния между поверхностями трещины) приращение трещины также уменьшается. Таким образом, если приращение длины трещины на i -м цикле по докритической диаграмме разрушения составит величину Δl_i , то длина трещины на $i + 1$ -м цикле будет $l_{i+1} = l_i +$

$+\alpha \cdot \Delta l_i$ (рис. 86). Коэффициент снижения приращения длины $\alpha < 1$ определяется эмпирически по экспериментальным кривым $l-N$ для данного материала данной толщины. Не исключено, что этот коэффициент меняется с длиной трещины, т. е. с ростом числа циклов.

За каждый цикл получаем определенное приращение длины трещины, и в конце концов на каком-то номере

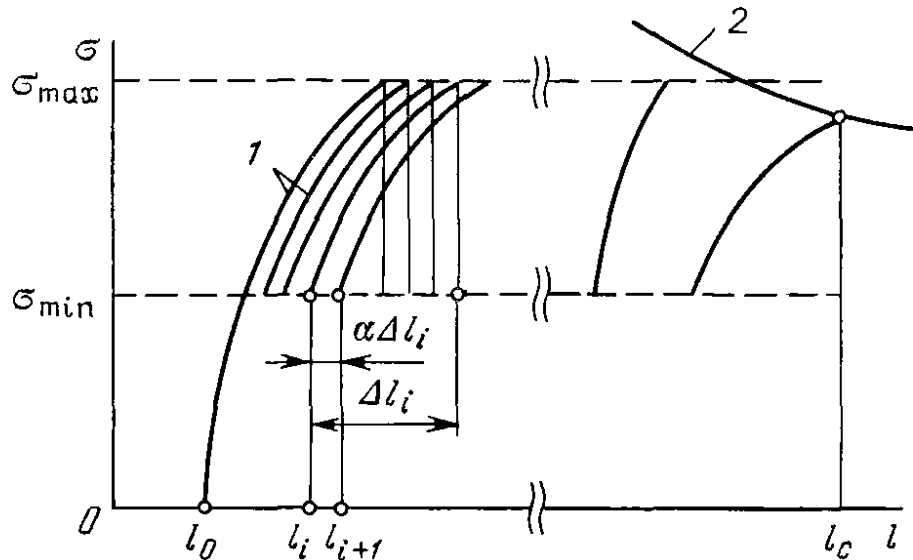


Рис. 86. Схематическое изображение подрастания трещины при циклическом нагружении от начальной длины l_0 до критической l_c ; 1 — докритические диаграммы разрушения, 2 — критическая диаграмма разрушения

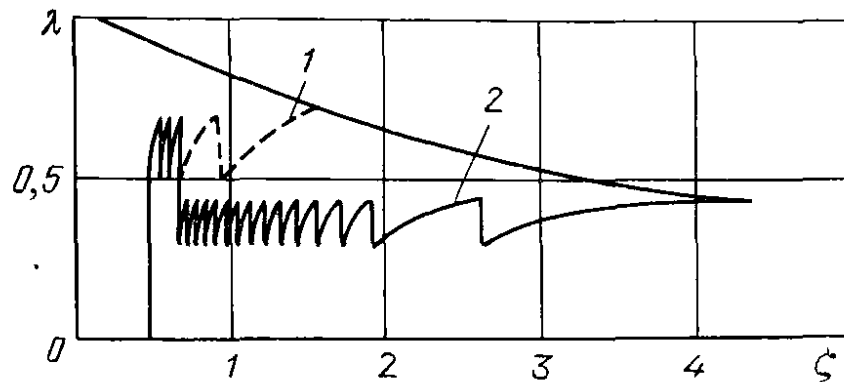


Рис. 87. Рост трещины в пластинке при циклическом растяжении с постоянным коэффициентом асимметрии цикла $R = \lambda_{\min}/\lambda_{\max}$; 1 — рост трещины при постоянных $\lambda_{\max} = 0,7$ и $\lambda_{\min} = 0,49$, т. е. $R = 0,7$; 2 — сначала трещина росла при постоянных $\lambda_{\max} = 0,7$ и $\lambda_{\min} = 0,49$ ($R = 0,7$), затем при постоянных $\lambda_{\max} = 0,45$ и $\lambda_{\min} = 0,32$ ($R = 0,7$). ζ — безразмерная длина трещины, λ — безразмерная нагрузка

цикла диаграмма разрушения достигнет кривой критических нагрузок, в результате чего произойдет быстрое лавинообразное разрушение при постоянном напряжении.

В виде примера на рис. 87 показаны докритические диаграммы разрушения при повторном статическом

нагрузке пластины с трещиной. Пластина растягивалась сначала с большим максимальным напряжением цикла, а затем режим нагружения был изменен и максимальное напряжение цикла стало меньше, однако коэффициент асимметрии цикла был сохранен прежним. На первом режиме пластина работала три цикла, остальные четырнадцать циклов до разрушения пластина простояла на втором режиме, перейдя в критическое состояние на пятнадцатом цикле. Эти кривые могут быть перестроены в координатах $l - N$, поскольку именно в этих координатах обычно получают экспериментальные кривые при испытании образцов с трещинами на малоцикловую усталость.

Подобный режим докритического роста трещины имел, по-видимому, место в одном довольно трагическом случае, рассказанном профессором Дж. Коппом из Глазго. Большая трещина в стальном полу камбуза грузового корабля была обнаружена коком. Корабельное начальство отмахнулось от его сообщения, и коку ничего не оставалось, как следить за трещиной, которая после каждого шторма подрастала, он даже делал заметки краской на концах увеличивающейся трещины. В конце концов произошла катастрофа, судно разломилось пополам, но не затонуло, и отметки кока тщательно анализировались при исследовании причин аварии.

§ 23. Расчет элементов конструкций на усталостную долговечность

Рассмотрим условия, определяющие долговечность элемента конструкции на стадии развития трещины. Как указывалось, число циклов, соответствующее росту трещины от начальной длины l_0 до критической l_c , определяет *долговечность данного элемента конструкции по числу циклов*. Чтобы обеспечить прочность конструкции, долговечность должна быть больше числа перемен заданной нагрузки. Таким образом, наряду с оценкой материала по классической кривой Вёлера, существенную информацию о поведении элемента конструкции с трещиной в условиях усталости должна дать механика разрушения. Следовательно, в данном случае, как обычно, надо исходить из того, что начальный трещиноподобный дефект существует в конструкции с момента ее изготовления (песмотря на дефектоскопический контроль, который, как

известно, имеет определенный допуск на размер необнаруживаемых дефектов).

Число циклов, за которые появляется трещина, достаточно неопределенно, что схематично показано на рис. 88 (область I). Эти начальные дефекты могут быть дислокациями, микротрещинами, порами и прочими несовершенствами структуры, определение которых затруднено.

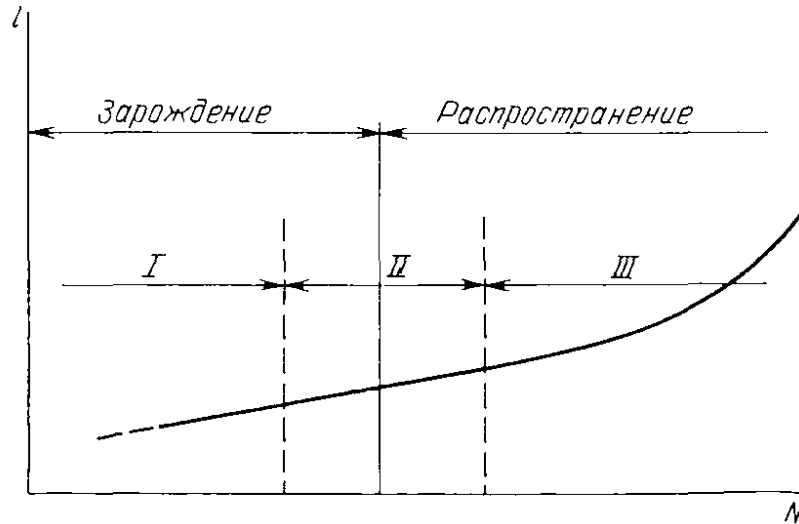


Рис. 88. Схематическое изображение зарождения и распространения трещины

Область II соответствует дефектам, которые могут быть обнаружены инженерными методами (конкретная величина обнаруживаемого дефекта зависит от разрешающей способности аппаратуры). В этой области расположена граница, отделяющая зону начальных трещин от распространяющихся. Для области III рост трещины наблюдается визуально.

Рекомендуется придерживаться следующего порядка расчета на долговечность по числу циклов в связи с ростом трещины:

1. Выявить на основе количественной оценки возможностей дефектоскопического контроля максимальную длину (глубину) начальной трещины, существующей в элементе конструкции, и подобрать наиболее подходящее выражение (формулу) для коэффициента интенсивности напряжений K .

2. По вязкости разрушения K_c или K_{Ic} и номинальному эксплуатационному (расчетному) напряжению σ_{\max} в сечении трещины найти (по критерию Ирвина) критическую длину трещины l_c .

3. Рассчитать размах цикла $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$ по известным напряжениям цикла σ_{\max} и σ_{\min} .

4. Из лабораторных испытаний на усталость определяются значения постоянных материала в соотношениях (83) или (84) для циклической скорости роста трещины dl/dN . Схема, иллюстрирующая получение эмпирической

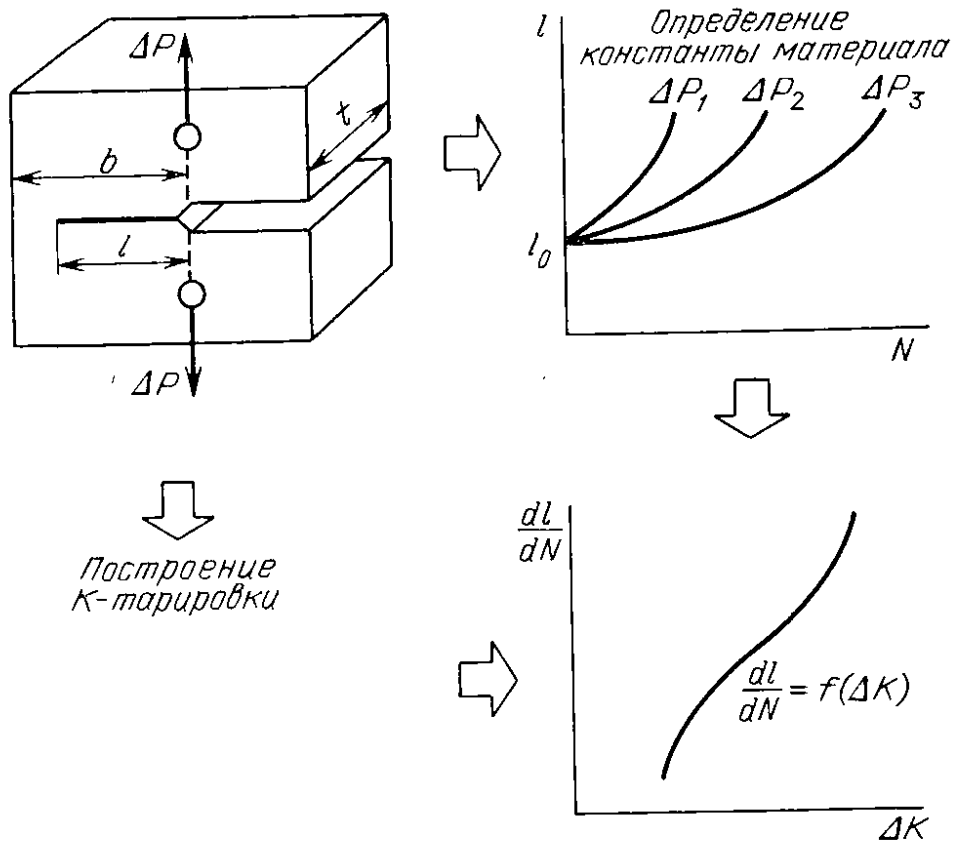


Рис. 89. Схематическое изображение последовательности получения скорости dl/dN по результатам эксперимента

зависимости для dl/dN по результатам эксперимента, приведена на рис. 89.

5. В соответствии с требованиями, предъявляемыми к данному элементу конструкции, решить одну из следующих задач прогнозирования роста усталостной трещины:

а) определить кривую роста трещины $l-N$ в элементе конструкции,

б) пойти, интегрируя уравнения (83) или (84) (см. § 21), число циклов (циклическую долговечность), за которое известная исходная трещина или дефект l_0 в элементе конструкции достигнет критической (заданной) величины l_c .

Рассмотрим теперь достаточно реальный пример расчета на долговечность по числу циклов.

Полоса с одной краевой трещиной подвергнута циклическому растяжению. В этом случае размах коэффициента интенсивности напряжений (см. табл. 2) равен $\Delta K =$

$= 1,12\Delta\sigma\sqrt{\pi l}$. Материал полосы — мартенситностареющая сталь А514 ($\sigma_T = 700$ Н/мм², $K_{Ic} = 5300$ Н/мм^{3/2}). Начальная длина трещины $l_0 = 7,6$ мм; параметры цикла нагружения $\sigma_{\max} = 320$ Н/мм², $\sigma_{\min} = 175$ Н/мм², $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = 145$ Н/мм². Предположим, что обработка результатов усталостных испытаний образцов из данной стали в соответствии с формулой Париса дает

$$\frac{dl}{dN} = 3,553 \cdot 10^{-13} \cdot (\Delta K)^{2,95} \frac{\text{мм}}{\text{цикл}},$$

если ΔK измеряется в $\text{Н} \cdot \text{мм}^{-3/2}$.

Критическую длину трещины определяем в соответствии с критерием Ирвина $K_{\max} = K_{Ic}$:

$$l_c = \left(\frac{K_{Ic}}{1,12\sigma_{\max}\sqrt{\pi}} \right)^2 \approx 70 \text{ мм.}$$

Интегрируя уравнение Париса, получаем, что на распространение трещины от $l_0 = 7,6$ мм до $l_c = 70$ мм нужно 82 000 циклов.

Если потребуются, чтобы конструкция выдержала, например, 100 000 циклов, то в распоряжении конструктора есть следующие пути обеспечения данной долговечности.

1. Увеличить критическую длину трещины l_c , применив материал с более высоким значением K_{Ic} или снизив расчетное напряжение σ_{\max} .

2. Уменьшить размах напряжений $\Delta\sigma$ для уменьшения ΔK и, следовательно, для уменьшения скорости роста трещины. Это вызывает соответствующее увеличение числа циклов при подрастании трещины от l_0 до l_c . Скорость dl/dN связана с $\Delta\sigma$ нелинейно, и небольшое изменение $\Delta\sigma$ вызывает достаточно большое изменение dl/dN .

3. Изменить технологию и контроль изготовления конструкции с тем, чтобы уменьшить начальную длину трещины l_0 . Из рис. 88 видно, что больший вклад в долговечность дает область малых длин трещин. Поэтому небольшое уменьшение начальной длины трещины должно дать значительный прирост долговечности.

В рассматриваемом примере уменьшение начальной длины трещины до $l_0 = 4,7$ мм приводит к увеличению долговечности на 20 700 циклов, в течение которых трещина растет от 4,7 до 7,6 мм. Суммарная долговечность при этом оказывается равной 102 700 циклов.

§ 24. Механика коррозионного разрушения

В начале 70-х годов началось интенсивное развитие специального раздела механики разрушения, посвященного вопросам трещиностойкости металлов и сплавов в условиях совместного воздействия коррозионных сред и длительных нагрузок. Первые исследования сопротивления росту коррозионных трещин с применением коэффициентов интенсивности напряжений касались длительного статического нагружения (коррозионного растрескивания). Было показано, что такие (традиционно считающиеся малоактивными) среды, как вода, спирты и т. п., вызывают докритический рост трещин в высокопрочных сталях при значениях коэффициента интенсивности напряжений K , существенно меньших вязкости разрушения K_{Ic} . В дальнейшем кардинальное воздействие коррозионных сред на докритический рост трещины было подтверждено и для ряда других высокопрочных сплавов. Коррозионные среды сильно снижают усталостную долговечность конструкционных материалов в первую очередь за счет ускорения процесса распространения имеющихся трещин. Это свидетельствует о необходимости учета влияния рабочих сред на усталостный рост трещин при инженерном конструировании.

На первых этапах развития механики коррозионного разрушения трещиностойкость при статических нагрузках обычно оценивали по зависимостям долговечности образцов с искусственными трещинами от значений коэффициента интенсивности напряжений в начальный момент испытания (K_0 или K_{I0}). При повышении K_0 время до разрушения образцов увеличивается. На основании такой диаграммы определяется значение K_{sc} или K_{Isc} , ниже которого докритический рост трещины отсутствует. Величина K_{Isc} — важный параметр система материал — среда*), позволяющий рассчитывать допускаемые напряжения в конструкции, содержащей трещиновидные дефекты определенных размеров и подвергаемой совместному воздействию длительных статических нагрузок и коррозионных сред. Эта величина является структурно-чувствительным параметром, низкие его значения характерны для высокопрочных низкопластических материалов (для

*) Обозначение K_{Isc} связано с английскими словами stress corrosion cracking (коррозионное растрескивание под напряжением).

которых K_{Isc} может быть в несколько раз меньше значения K_{Ic}). Со снижением прочности и повышением пластичности K_{Isc} повышается (рис. 90) и достигает значения K_{Ic} , что свидетельствует о пучувствительности материала к воздействию коррозионной среды.

Долговечность образцов состоит из инкубационного периода и периода докритического роста трещины. Инкубационный период — это время от приложения к образцу

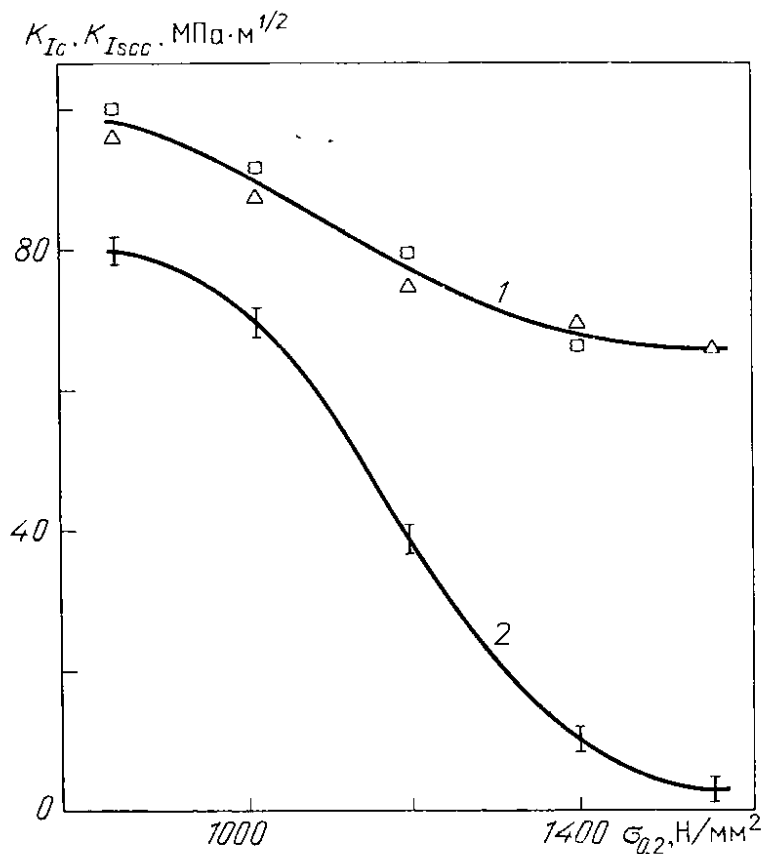


Рис. 90. Зависимость K_{Ic} (линия 1) и K_{Isc} (линия 2) от предела текучести стали AISI 4340 при испытаниях в морской воде (на рисунке показаны экспериментальные точки)

нагрузки до начала докритического роста трещины, когда скорость превышает $4 \cdot 10^{-10}$ мм/с. Этот период, наблюдаемый, например, при испытаниях пластичных материалов, зависит от начального коэффициента интенсивности напряжений и увеличивается с его понижением. Для высокопрочных металлов процессы, обуславливающие докритический рост трещины, локализованы в малой зоне у ее вершины, где напряженно-деформированное состояние, как мы знаем, определяется одним параметром K — коэффициентом интенсивности напряжений. Поэтому основной расчетной формулой для определения времени докритического роста трещины служат зависимость скорости роста трещины v от коэффициента интенсивности

напряжений K :

$$\frac{dl}{dt} = v(K),$$

график которой называется *кинетической диаграммой разрушения*.

Коррозионная трещиностойкость металлов и сплавов при циклическом нагружении оценивается, как правило, на основании *кинетических диаграмм усталости*, на которых, как и в случае испытаний в инертных средах, строится зависимость скорости распространения трещины как функции амплитудных значений коэффициента интенсивности ΔK (иногда максимального значения коэффициента интенсивности за цикл нагружения K_{\max}). Из начального участка кинетической диаграммы определяют амплитудное пороговое значение ΔK_{lc} исследуемой пары металл — среда для определенных условий испытания (частота и форма цикла нагружения).

В некоторых случаях склонностью к коррозионному росту трещин обладают и сравнительно низкопрочные конструкционные материалы, для которых рекомендуется оценивать трещиностойкость с позиций нелинейной механики разрушения. В настоящее время в качестве такого подхода для изучения коррозионного растрескивания корпусных сталей применяется метод J -интеграла. Использование метода заключается в построении *кривых длительной трещиностойкости* в координатах «начальный уровень J_{10} — время до разрушения». По аналогии с K_{Isc} на основании такой зависимости определяется пороговое значение J -интеграла J_{Isc} , под которым подразумевается максимальный уровень J_{10} при отсутствии докритического роста трещины.

Основные типы кинетических диаграмм коррозионно-усталостного роста трещин представлены на рис. 91. Из рисунка видно, что коррозионные среды могут существенно менять конфигурацию диаграмм, присущую испытаниям в инертной среде. Для сплавов, не склонных к коррозионному растрескиванию, кинетическая диаграмма имеет S-образный вид (рис. 91, а), а понижение частоты нагружения сдвигает ее в сторону более высоких скоростей роста. На диаграммах сплавов, чувствительных к воздействию длительных статических нагрузок и коррозионных сред, при $K_{\max} = K_{Isc}$ наблюдается резкое ускорение роста трещины (рис. 91, б, в) с последующим выходом на пологий или даже горизонтальный участок, в за-

висимости от того, какой вид диаграммы характерен для статического растрескивания данной системы.

Различают три основных механизма влияния коррозионных сред на трещиностойкость конструкционных материалов: *адсорбционное понижение прочности, водородное охрупчивание и коррозионное растворение.*

Адсорбция поверхностно-активных веществ на поверхности высоконапряженного материала в кончике трещины приводит к понижению поверхностной энергии и облегчению разрушения (эффект Ребиндера). Адсорбционное воздействие можно успешно использовать для повышения эффективности металлообработки. Об этом речь

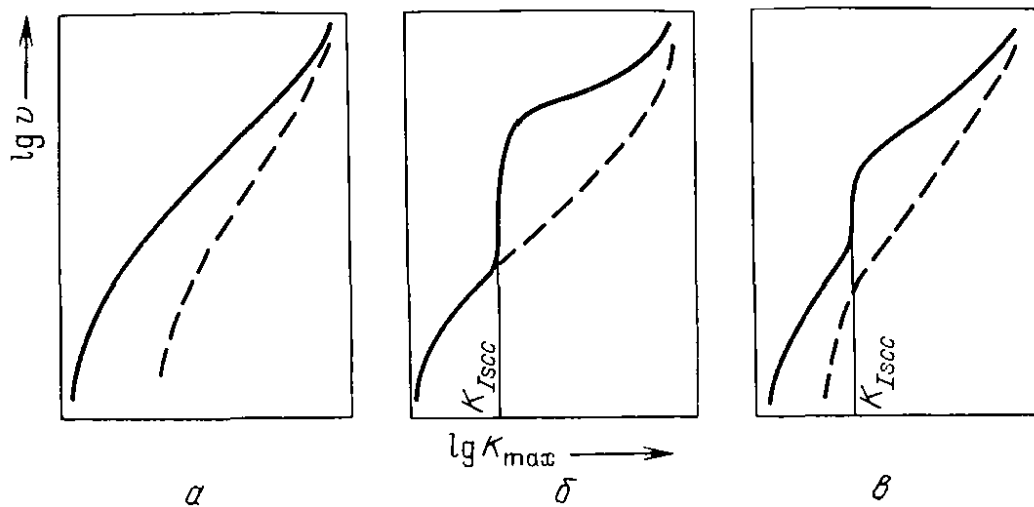


Рис. 91. Основные типы диаграмм коррозионно-усталостного разрушения. Пунктирами обозначены диаграммы в случае испытаний в инертной среде

пойдет в дальнейшем при обсуждении полезных аспектов разрушения, а сейчас лишь отметим, что из трех основных механизмов именно адсорбционное воздействие является доминирующим при больших значениях коэффициента интенсивности напряжений, когда в связи с высокими скоростями докритического роста трещины другие механизмы не успевают проявиться.

Хорошо известно, что влияние влаги на металлы приводит к коррозии и разрушению. Эта старая проблема, возникшая уже тогда, когда человек научился выплавлять металл, приобрела в настоящее время особое значение в связи с многочисленными авариями и катастрофами, главной причиной которых было охрупчивающее действие влаги на высокопрочные стали. По современным представлениям, основным процессом, который ускоряет докритический рост трещин, приводящий к авариям,

является водородное охрупчивание малой области вблизи вершин трещин.

Атомарный водород, всегда содержащийся в чистом или связанном с нейтральными молекулами виде (например, в растворах электролитов и воде), в результате диффузии способен проникать в любые металлы. Растворимость водорода при нормальной температуре и давлении составляет от 10 до 100 см³ на 1 кг металла, с ростом же температуры и давления растворимость существенно растет. Охрупчивание наблюдается уже при концентрации в 2 см³ на 1 кг металла, а с 10 см³ на 1 кг оно признается опасным. Наиболее уязвимым для проникновения водорода являются малые участки новой поверхности металла, не защищенные пленкой окисла.

Малые размеры зоны водородного охрупчивания во многих случаях позволяют вести расчеты докритического роста трещины, а значит, и долговечности металлической конструкции, взаимодействующей с водородом, исходя из

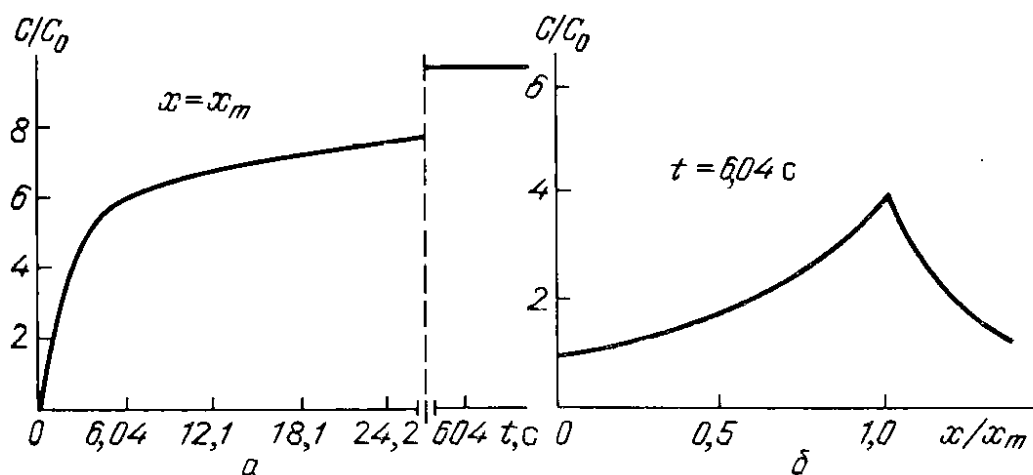


Рис. 92. Концентрация водорода в результате диффузии в вершину трещины: а) концентрация в конце пластической зоны при $x = x_m = 1,22 \frac{K^2}{E\sigma_T}$, б) распределение концентрации перед вершиной трещины ($x = 0$) в момент $t = 6,04$ с

зависимости скорости трещины от коэффициента интенсивности напряжений $\frac{dl}{dt} = v(K)$. Такая зависимость, называемая обычно *диаграммой растрескивания*, определяется экспериментально или теоретически. Для теоретической оценки этой зависимости прежде всего проводятся расчеты накопления водорода в зоне предразрушения прилегающей к вершине трещины. На рис. 92 приведены результаты интегрирования уравнения диффузии во-

дорода в окрестность вершины трещины для стали 4340 ($E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$, $\sigma_T = 1581 \text{ Н/мм}^2$) при $K = 135 \text{ Н} \cdot \text{мм}^{-3/2}$. Уже в течение нескольких секунд в зоне предразрушения достигается концентрация водорода C , существенно превышающая поверхностную концентрацию C_0 . Обычно предполагают, что при достижении критической концентрации водорода C_{cr} на расстоянии x_c перед вершиной трещины происходит локальное разрушение, и трещина скачком подрастает на величину x_c . Используя расчетные кривые концентрации водорода, можно найти интервал между скачками, а затем рассчитать и среднюю скорость v роста трещины.

Конечно же, водородное охрупчивание далеко не всегда проявляется в чистом виде, картину могут существенно изменить другие факторы. Например, кислород уже в малой концентрации способен практически мгновенно прекратить докритический рост трещины в среде водорода за счет образования тонкой окисной пленки, защищающей поверхность металла (рис. 93). После прекращения

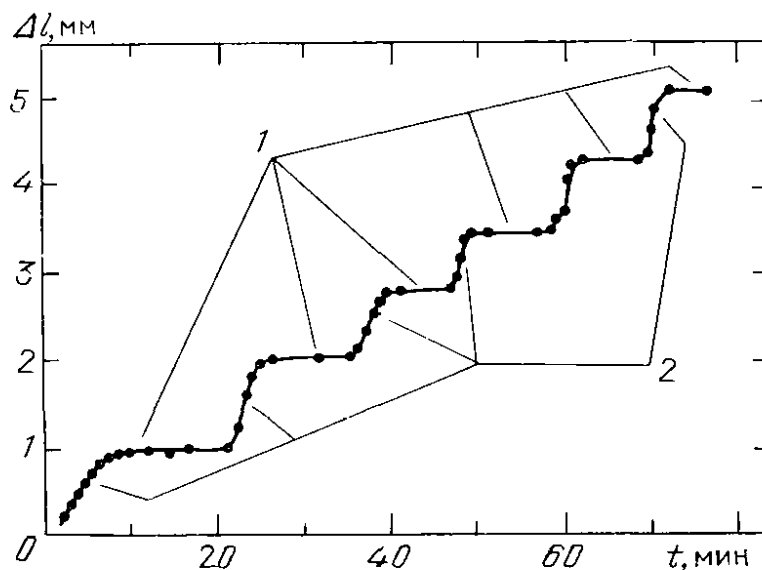


Рис. 93. Влияние кислорода на докритический рост трещины в стали в среде увлажненного водорода (зависимость прироста трещины Δl от времени t): 1 — увлажненный водород с 0,7 % кислорода, 2 — увлажненный водород

подачи кислорода начинает брать верх процесс восстановления кислорода водородом или же растворение пленки водой. С практической точки зрения положительное влияние кислорода представляет счастливый случай, ведь, вероятно, именно это влияние помогает обеспечить необходимую трещиностойкость высокопрочных сталей на открытом воздухе. Кривые докритического роста трещин

в сталях практически одинаковы на воздухе и в инертном газе. Следует подчеркнуть, что такое защитное действие кислорода проявляется только при статическом нагружении и совершенно не сказывается при циклическом нагружении.

В большинстве случаев коррозионного роста трещин процессы адсорбции, водородного охрупчивания и коррозионного растворения взаимосвязаны между собой, и протекание одних обуславливает проявление других. Взаимосвязь этих процессов усложнена влиянием структуры металла, вида напряженного состояния, внешних условий нагружения. Изучение этой взаимосвязи составляет предмет механики коррозионного разрушения — научного направления на стыке механики разрушения, материаловедения и химического сопротивления материалов.

§ 25. Кинетика роста трещин в полимерных материалах

Для разрушения полимерных материалов характерны отчетливо выраженные временные эффекты. Полимеры обладают сложными вязкоупругими свойствами, влияющими на процессы постепенного накопления повреждений. Прочность полимерного элемента конструкции падает с течением времени нахождения его под нагрузкой, и при расчете такого элемента прежде всего речь идет об определении его долговечности, существенно зависящей от уровня рабочих нагрузок. В одноосных экспериментах обнаруживается резкое падение долговечности образца τ с ростом приложенного напряжения σ :

$$\tau = B \cdot e^{-\alpha\sigma} \quad (B, \alpha = \text{const}). \quad (87)$$

На практике разрушение образца происходит посредством зарождения и медленного распространения трещины. Можно отметить некоторые закономерности крайне сложного процесса роста трещин в полимерах. Время зарождения трещины и *период инициирования* (заканчивающийся страгиванием трещины) обычно невелики по сравнению с долговечностью образца, основную часть которой занимает период медленного роста трещины. Характер дальнейшего медленного движения макротрещины зависит от уровня приложенных нагрузок. При достаточно больших нагрузках наблюдается самоускоренный рост трещины. Если же нагрузки невелики, то развитие трещины замедляется за счет влияния релаксаци-

онных процессов — в ряде материалов вблизи конца макротрещины образуется «трещина серебра» (зона с сильным деформационным упрочнением) (рис. 94). В некоторых случаях возможна полная остановка трещины, за

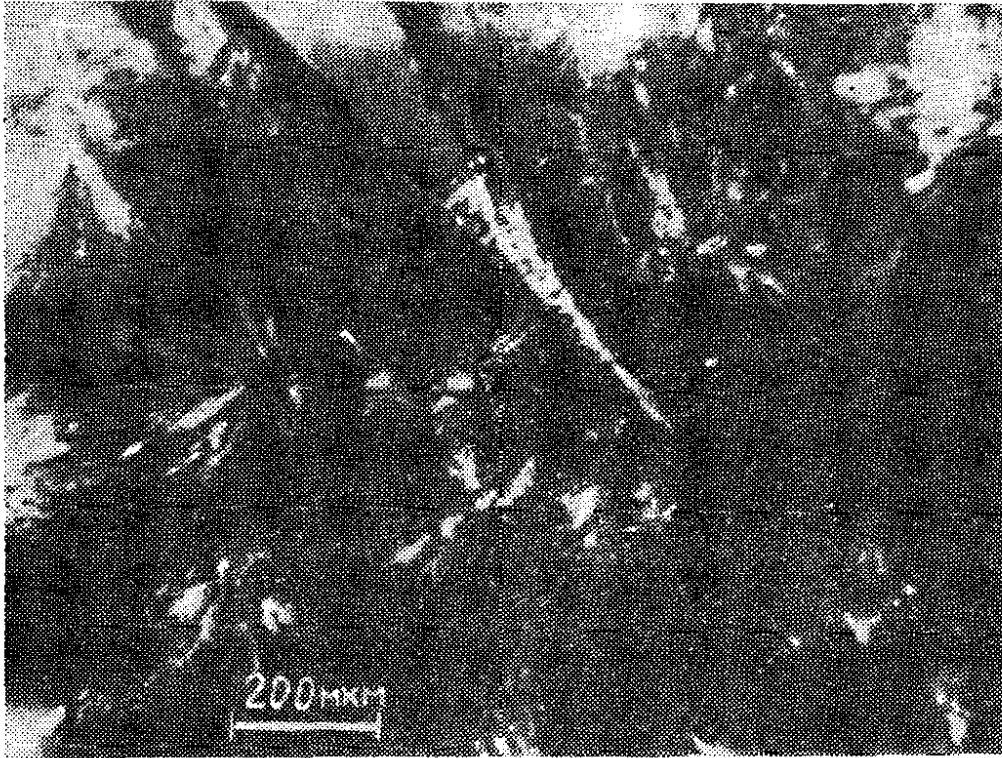


Рис. 94. Концевая зона трещины («трещина серебра») в полимерном материале

которой может последовать разрыхление материала и дальнейший ускоренный рост трещины.

Степень локализации процесса разрушения при распространении макротрещины различна: при больших нагрузках процессы предразрушения существенны только вблизи вершины трещины, при меньших же напряжениях значительное влияние на рост магистральной трещины оказывает накопление повреждений во всем объеме полимера.

Накапливающиеся микрповреждения в полимерах можно непосредственно обнаружить рентгеновскими методами. В экспериментах, проведенных ленинградскими физиками под руководством акад. С. Н. Журкова, обнаружено появление в нагруженных полимерных пленках большого количества дискообразных субмикротрещин с объемами порядка 10^{-17} см³. Каждая отдельная субмикротрещина с течением времени не растет, увеличивается лишь их концентрация. При достижении характерной

для материала концентрации микродефектов (порядка 10^{12} — 10^{16} микротрещин на см^3) они сливаются, образуя макротрещину. В дальнейшем достижение такой концентрации у вершины трещины обеспечивает ее прорастание (рис. 95).

Первая модель растущей трещины была построена немецким ученым Л. Прандтлем еще в 1933 г. вне какой-либо связи с существовавшей уже моделью Гриффитса (работа его называлась «Мысленная модель

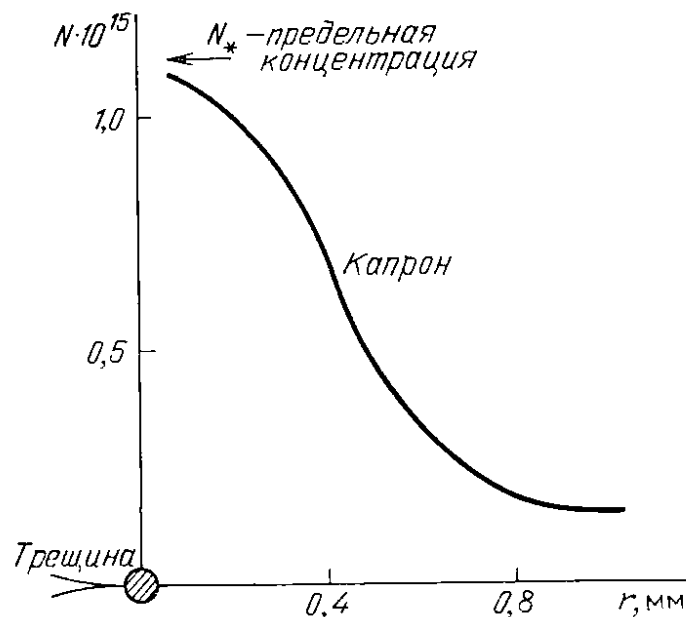


Рис. 95. Концентрация субмикротрещин перед вершиной трещины в капроновой пленке

процесса разрыва твердого тела»). Интенсивное же развитие идей и моделирование растущих трещин началось только в 60-х годах.

Распространение трещин в полимерных материалах описывается чаще всего достаточно простыми моделями движения трещины в вязкоупругих средах. Как ни парадоксально, по эта простота объясняется сложностью и малоизученностью механизмов деформирования и разрушения полимеров в зоне высокой концентрации напряжений вблизи вершины макротрещины.

Моделирование тела с растущей трещиной, как правило, предполагает выбор реологической модели материала (например, упругое тело, вязкоупругое тело и т. д.), описание разрушения элемента среды (например, постепенное накопление микроповреждений) и построение критерия разрушения в кончике трещины (например, критерий Гриффитса, Ирвина, Леонова — Папасюка и их модификации). Учет вязких свойств среды обыч-

но связывают с надеждой получить описание медленного квазистатического роста трещины.

Два слова о вязкоупругих моделях, простейшими среди которых являются модели *Максвелла* и *Фохта*. Схематически их можно представить как последовательную и параллельную комбинацию вязкого сопротивления и упругого элемента (рис. 96). Математическое описание

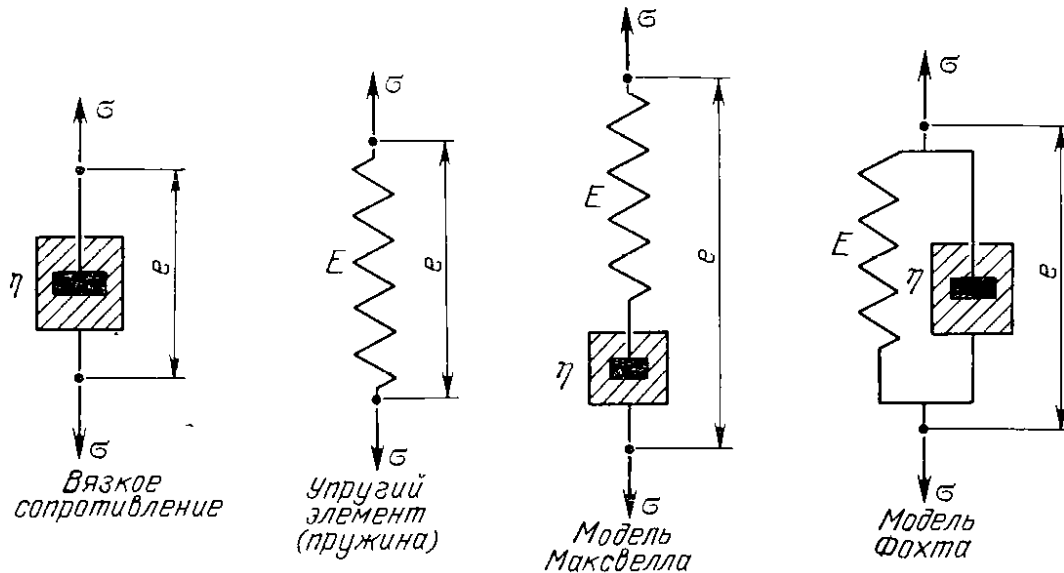


Рис. 96. Простейшие вязкоупругие модели

изображенных на рисунке моделей довольно элементарно (E — модуль упругости, η — коэффициент вязкости):

$$\sigma = \eta \frac{de}{dt}; \quad \sigma = Ee; \quad \frac{de}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma; \quad \sigma = Ee + \eta \frac{de}{dt}.$$

вязкий
элемент

упругий
элемент

модель Максвелла

модель Фохта

Реакция в моделях Максвелла и Фохта на внезапное приложение постоянного напряжения σ_0 (в момент $t = 0$), которое затем исчезает (в момент $t = T$), изображена схематически на рис. 97. Конечно же, характеристики этих математических моделей весьма далеки от свойств реальных тел *), тем не менее первая модель — простейший пример моделей, обладающих мгновенной упругой реакцией ($e_0 = \sigma_0/E$), а вторая — модели без упругой реакции ($e_0 = 0$).

*) Хотя некоторые теоретики до сих пор не прекращают попыток использования их для описания поведения пластиков, но, конечно же, не от хорошей жизни — просто для более совершенных моделей решения получить не удается.

В рамках моделей вязкоупругого тела, в которых не учитывается область ослабленных связей (например, в модели Гриффитса — Ирвина), поток энергии, идущий в конец трещины, а также напряжения и деформации в его окрестности оказываются такими же, как в упругом теле с соответствующими мгновенными модулями.

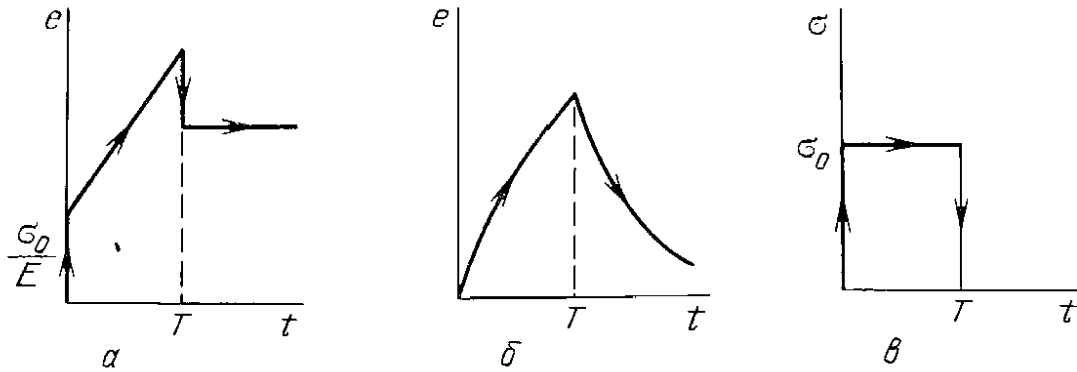


Рис. 97. Поведение простейших моделей при ступенчатом измерении нагрузки (σ): модель Максвелла (a), модель Фохта (b)

Поэтому описание развития трещины в такой модели не отличается от описания по модели упругого тела.

Для вязкоупругого тела, не обладающего мгновенной упругой реакцией (модель типа фохтовской), имеет место очевидный парадокс: согласно критерию Гриффитса трещины в таком теле не распространяются, а по критерию Ирвина рост возможен, но он будет идти без потребления энергии (?!). Появление этого парадокса связано, конечно же, с наличием чрезвычайно сильной идеализации: полным пренебрежением размерами и структурой области высокой концентрации напряжений (области, в которой протекают нелинейные диссипативные процессы и процессы разрушения). Ситуацию можно спасти, сделав, например, предположение о том, что поверхностная энергия γ является универсальной функцией скорости трещины v . Вид функции $\gamma(v)$ получают либо из эксперимента, либо из рассмотрения моделей с зоной ослабленных связей.

Критерий Леонова — Панасюка не эквивалентен критерию Гриффитса, ведь часть упругой энергии может уходить на изменение размера концевой зоны. Если рассмотреть вязкоупругое тело с трещиной в рамках модели Леонова — Панасюка, то можно изучать кинетику медленного развития трещины даже при отсутствии зависимости сил сцепления или поверхностной энергии от скорости трещины. Модель Леонова — Панасюка оказалась

очень удобной для описания медленного роста трещины в полимерных материалах.

Другой подход связан с учетом влияния накопления крайне малых рассеянных по всему объему повреждений. Учесть это влияние можно, например, считая, что повреждения уменьшают поверхностную энергию тела. Можно также рассмотреть рост макротрещины, продвигающейся при накоплении предельной концентрации микрповреждений вблизи ее вершины (см. рис. 95).

§ 26. Динамическая механика разрушения

У думающего читателя, прочитавшего название этого параграфа, сразу возникнут несколько вопросов. Во-первых, если существует динамическая механика разрушения, то, наверное, есть еще и статическая механика разрушения? Во-вторых, как же это согласуется с тем, что разрушение чаще всего происходит вследствие неустойчивого распространения трещины (т. е. является существенно динамическим процессом)? О какой же механике разрушения шла речь до сих пор? Нужно сразу признать, что эти вопросы отнюдь не просты, и ответы на них далеко не очевидны! Действительно, процесс разрушения характеризуется (по крайней мере на заключительной стадии) быстрым распространением магистральной трещины или семейства разветвленных трещин, т. е. является существенно динамическим. В описании этого процесса на микро- и макроуровнях остается много неясного, и когда мы встречаем в литературе утверждение о том, что механика разрушения предоставляет необходимый аппарат для расчета прочности тел и конструкций, то подразумеваем так называемую *квазистатическую механику разрушения*, которая дает ответ на вопрос о том, является ли существующая магистральная трещина устойчивой или нет. В самом деле, квазистатическая механика разрушения разработана достаточно хорошо, но это лишь первое приближение к описанию разрушения, позволяющее судить только о том, начнется катастрофический рост трещины или нет. Предмет же динамической механики разрушения значительно шире, чем квазистатической. Если в квазистатической механике разрушения формулируется только критерий неустойчивого распространения трещины, то в динамической механике разрушения нужно установить ряд критериев: для старта,

остаковки, распространения, искривления траекторий трещины и ее ветвления.

При попытках описания динамического разрушения с помощью магистральной остроугольной трещины и коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) возникает соответственно целый спектр критических КИН: *КИН старта*, зависящий от скорости нагружения, *КИН остановки*, *КИН ветвления*, *критический КИН*, зависящий от скорости трещины. При этом некоторые экспериментальные данные удается удовлетворительно объяснить, а некоторые приводят к противоречиям с теоретическими положениями. Однако экспериментальные данные сами по себе являются противоречивыми. Возможно, дело здесь в том, что многие эксперименты являются некорректными, так как в них пренебрегалось взаимодействием отраженных от границ волн с вершинами трещины и недостаточно точно измерялись скорость трещины и коэффициент интенсивности напряжений. Поскольку при обработке экспериментальных данных особенно важно установить связь между происходящими в вершине трещины процессами и эффектами распространения волн, то требуется экспериментальное оборудование, позволяющее регистрировать изменение напряженного состояния в течение микросекунды (так как время прохождения волны расширения, например, через практически используемые образцы небольшого размера, не превышает нескольких десятков микросекунд).

Динамическая теория вообще тем и отличается от статической, что она исследует распространение волн. В случае же наличия в теле стационарного или распространяющегося дефекта картина волнового поля становится чрезвычайно сложной, и это всегда следует принимать во внимание. Так, например, при ударном разрыве образца с учетом отражений волн зависимость КИН от времени характеризуется сильными осцилляциями. Еще пример — при ветвлении вершина каждой ветви становится источником распространения волн. Даже микродефекты, формирующиеся впереди вершины магистральной трещины, излучают волны и взаимодействуют с магистральной трещиной, и, как показывают исследования, пренебрегать этим нельзя.

Итак, на нынешней стадии своего развития теория динамической механики разрушения весьма противоречива, и сейчас именно динамическая механика разрушения является той областью, где необходима концентра-

ция сил ученых, работающих в области механики разрушения. Однако не хотелось бы, чтобы читатель впал от этих слов в уныние и скепсис, и завершил чтение данного раздела (а может быть, и всей книги) на этом абзаце. Наоборот, противоречия в науке всегда служат колоссальным стимулом для исследователей, и накапливаемые знания о динамике разрушения неизбежно приведут к появлению стройной теории. Отметим, что последнее десятилетие характеризуется особенно резким возрастанием исследований по динамике разрушения. Они включают разработку моделей разрушения, аналитических и численных методов решения задач динамической теории упругости и пластичности для тел со стационарными или распространяющимися трещинами, разработку экспериментальных методов.

Вспомним предисловие к нашей книге. Теоретические построения и изящные аналитические решения модельных задач, с одной стороны, и потребности практики вместе с противоречивыми экспериментальными данными, с другой стороны,— это две горы, разделенные узкой долиной, и мы собирались пройти по этой долине так, чтобы обе горы постоянно были в поле нашего зрения. Однако в данном разделе стоящая перед нами задача особенно трудна. Продолжая начатые сравнения, скажем, что на этом отрезке пути нам придется избегать лавин общепринятых взглядов, нагромождений разрозненных фактов, обманчиво прочных мостков, пролеты которых состыкованы с помощью неубедительных рассуждений.

Но прежде чем повести за собой читателя, не могу удержаться от соблазна пройти небольшой путь с видом налево. Давайте поговорим о некоторых теоретических решениях задач динамической механики разрушения. Ведь эти задачи являются едва ли не сложнейшими в механике деформируемого твердого тела, и на их решения уходили годы!

Среди всего многообразия динамических нагрузок можно выделить два основных типа: гармонические (например, изменяющиеся синусоидально во времени) и ударные. Таким образом, учет инерционных эффектов при расчете конструкций и сооружений с трещинами приводит к рассмотрению следующих основных задач динамической механики разрушения.

1. Определение зависимости коэффициентов интенсивности напряжений (как мы знаем, основной характери-

стики механики разрушения) от частоты для трещины под действием гармонических нагрузок.

2. Определение зависимости коэффициентов интенсивности напряжений от времени для трещины под действием ударных нагрузок.

3. Определение зависимости коэффициентов интенсивности напряжений от времени и скорости распространения трещины.

4. Определение закона движения трещины, если известна зависимость коэффициентов интенсивности напряжений от скорости роста трещины.

При численном решении первой задачи в случае тела конечных размеров коэффициенты интенсивности напряжений определяются при помощи форм и частот свободных колебаний, которые могут сильно зависеть от конфигурации и длины дефекта. В связи с этим можно отнести к динамической механике разрушения и исследования влияния трещин на формы и частоты свободных колебаний (такие исследования важны и для диагностики дефектов неразрушающими методами контроля).

При решении поставленных основных задач применяются как численные, так и аналитические методы в сочетании (в некоторых случаях) с использованием экспериментальных результатов. Аналитические решения задач динамической механики разрушения в случае трещин нормального разрыва, поперечного и продольного сдвига позволяют сделать важнейшие качественные выводы о процессах, предшествующих хрупкому разрушению при динамическом нагружении, и о распространении фронта разрушения.

Как мы уже знаем, при математическом описании распространения трещин важнейшим моментом является выявление общих закономерностей распределения полей напряжений и смещений в окрестности вершины трещины. Оказывается, что если вершина трещины перемещается вдоль некоторой гладкой кривой с произвольной скоростью, то в локальной системе координат (связанной с вершиной трещины) угловое распределение напряжений зависит только от текущей скорости этой вершины. Напряжения и смещения могут быть представлены в виде, аналогичном формулам (40) — (45), с той разницей, что коэффициенты интенсивности напряжений, входящие в эти зависимости, являются функциями времени, а угловое распределение напряжений и смещений

зависит от скорости, т. е.

$$\sigma = \frac{K(t)}{\sqrt{2\pi r}} f(0, v) + \dots, \quad u = \frac{K(t)}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g(\theta, v) + \dots$$

Угловое распределение напряжений и перемещений в окрестности вершины стационарной трещины одинаково при статическом и динамическом нагружении, а влияние инерционного эффекта заключается в том, что коэффициент интенсивности напряжений становится зависящим от времени. Решение ряда модельных задач позволило сделать вывод о том, что спустя некоторый период времени после приложения нагрузки характер зависимости коэффициентов интенсивности напряжений и ударных нагрузок от времени идентичен. Однако в течение этого периода времени коэффициент интенсивности напряжений достигает своего пикового значения, существенно превышающего статическое (аналогичный вывод можно сделать и в случае гармонического нагружения тела с трещиной).

Таким образом, напряженное состояние в окрестности вершины трещины описывается при помощи коэффициентов интенсивности напряжений. Эти коэффициенты используются, как нам известно, для суждения о предельном равновесии тела с трещиной (в случае стационарной трещины) и о характере ее распространения (в нестационарном случае), а также о скорости подрастания трещины при многоцикловом нагружении.

Мы уже говорили о том, что критерий начала распространения трещины (называемый иногда критерием разрушения), составляющий основу механики разрушения, не следует из уравнений равновесия и движения механики сплошной среды и является дополнительным условием при решении вопроса о предельном равновесии тела с трещиной. Предельное состояние равновесия считается достигнутым, если трещиноподобный разрез получил возможность распространяться.

Динамическая модификация уже известного нам (см. § 14) критерия разрушения Гриффитса имеет вид

$$2\gamma = G = \frac{1}{2\mu} \left\{ \frac{v^2}{c_2^2 R_* (\delta_1, \delta_2)} \left[\delta_1 K_{II}^2(t) + \delta_2 K_{II}^2(t) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\delta_2} K_{III}^2(t) \right] \right\}, \quad (88)$$

где $\delta_i = \sqrt{1 - (v/c_i)^2}$ ($i=1, 2$), c_1 и c_2 — скорости распространения волн расширения и сдвига в упругой среде, функция $R_*(\delta_1, \delta_2)$ обозначает функцию Рэлея:

$$R_*(\delta_1, \delta_2) = 4\delta_1\delta_2 - (1 + \delta_2^2)^2.$$

В пределе при $v \rightarrow 0$ получаем статическое соотношение (58). Равенство (88) является динамическим аналогом соотношения, связывающего силовые и энергетические характеристики процесса разрушения, и оно может служить уравнением (если положить $2\gamma = G = G_c$) для определения зависимости скорости распространения трещины от времени.

Анализ потока энергии в конец трещины позволяет сделать ряд полезных выводов. В интервале скоростей $0 < v < c_R$ (c_R , как и раньше, — скорость волн Рэлея) для трещин нормального отрыва и поперечного сдвига $G > 0$, а в интервале $c_R < v < c_2$ поток энергии $G < 0$. Поскольку эффективная поверхностная энергия 2γ положительна, то распространение трещин со скоростью, большей скорости волн Рэлея c_R , невозможно. Для трещин продольного сдвига энергетический анализ показывает, что скорость распространения не может превышать c_2 . Отметим, что на практике скорость распространения трещины ограничивается не скоростью волн Рэлея, а меньшей величиной, колеблющейся для различных материалов от 0,2 до 0,5 от скорости волн сдвига.

Итак, если с помощью каких-то математических методов удалось решить уравнения движения (28) гл. II при заданных граничных условиях и найти коэффициент интенсивности напряжений, то из (88) можно определить закон движения трещины. Например, в случае распространения полубесконечной трещины продольного сдвига в поле равномерного сдвигающего напряжения

$$K_{III} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} q \sqrt{1 - \frac{v}{c_2}} \sqrt{2c_2 t}, \quad (89)$$

где q — нагрузка продольного сдвига. Подставляя (89) в (88) при $K_I = K_{II} = 0$, получим

$$2\gamma = \frac{4q^2}{\pi\mu} c_2 t \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c_2}}{1 + \frac{v}{c_2}}}. \quad (90)$$

Для того чтобы правая часть этого равенства оставалась ограниченной величиной при больших временах t (так как $2\gamma = \text{const}$), необходимо, чтобы скорость распространения трещины v стремилась к c_2 .

В случае приложения сосредоточенных ударных нагрузок на расстоянии x_0 от вершины трещины продольного сдвига имеем

$$K_{III} = q \sqrt{\frac{2}{\pi(x+x_0)} \left(1 - \frac{v}{c_2}\right)} \quad \text{при } c_2 t \geq x_0, \quad (91)$$

и из (88) найдем

$$2\gamma = \frac{q^2}{\pi\mu} \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c_2}}{1 + \frac{v}{c_2}}} \frac{1}{x+x_0}. \quad (92)$$

Анализ полученного выражения показывает, что движущаяся трещина через некоторое время остановится.

В 1969 г. нами была рассмотрена динамическая задача о плоскости с трещиной конечной длины $2l$, на берегах которой задана гармоническая нагрузка растяжения-сжатия амплитуды q . Коэффициент интенсивности напряжений нормального отрыва был найден в зависимости от волнового числа (рис. 98) при $\nu = 0,3$. Амплитуда коэффициента интенсивности напряжений во всем

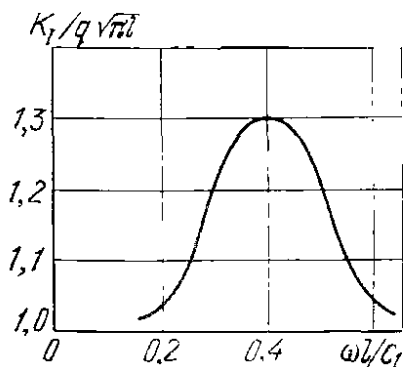


Рис. 98. Зависимость коэффициента интенсивности напряжений K_I от волнового числа $\omega l / c_1$

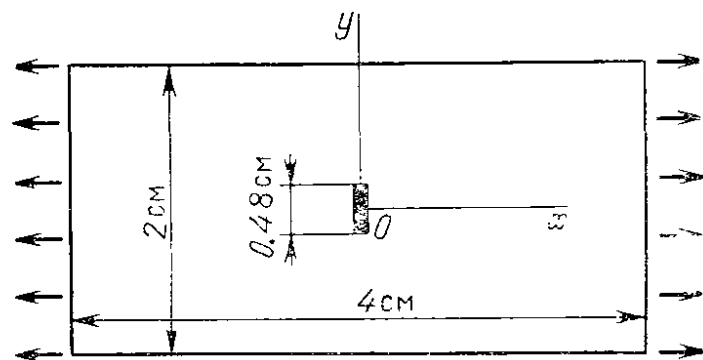


Рис. 99. Пластина с центральной трещиной

диапазоне практически встречающихся частот нагружения превышает статический коэффициент интенсивности напряжений (при $\omega = 0$), причем пиковое значение K_I превышает статическую величину более чем на 30%. Таким образом, опасность хрупкого разрушения возра-

стает за счет инерционного эффекта. При воздействии ударных нагрузок поведение зависящих от времени динамических коэффициентов интенсивности напряжений, естественно, имеет более сложный характер.

При рассмотрении конечных пластин с трещинами аналитические решения связаны с большими математическими трудностями, в связи с чем необходимо привлекать численные методы. Например, при решении методом

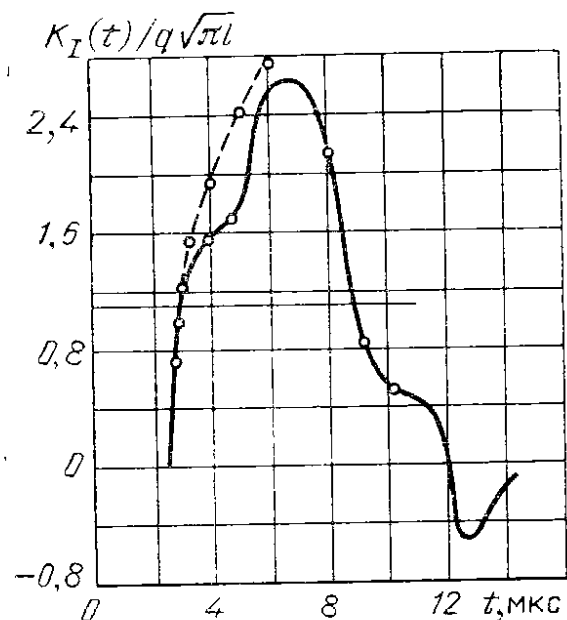


Рис. 100. Зависимость коэффициента интенсивности напряжений от времени для прямоугольной пластины с трещиной (пунктирная кривая — аналитическое решение для плоскости с трещиной, прямая линия — статическое решение)

конечных элементов задачи об ударном нагружении прямоугольной пластины с центральной трещиной (рис. 99) получается зависимость КИН от времени, изображенная на рис. 100. Возрастание коэффициентов интенсивности напряжений начинается в момент прихода в вершину трещины волны Рэлея ($t \approx 2,3$ мкс). Кружками отмечены моменты прихода в вершину волн, отраженных от границ прямоугольного образца. Видно, что после начала взаимодействия этих волн с трещиной аналитическое решение (пунктирная кривая) перестает быть справедливым. Отметим, что динамический коэффициент интенсивности напряжений в 2,45 раза превышает статический (горизонтальная линия на рис. 100).

Численные методы позволяют в принципе рассчитать поведение трещины практически во всех случаях, проблематичными, однако, остаются основные положения, заложенные в модель движения трещины. Так что перейдем теперь к сравнению теоретических представлений с экспериментальными данными.

Основные различия между идеализированной моделью квазихрупкого разрушения и реальным разрушением можно объяснить только на микроструктурном уровне. Рассмотрим этот вопрос подробно. Среди подходов к описанию разрушения можно выделить два: в первом прочность тела характеризуется поведением магистральной

конечных элементов задачи об ударном нагружении прямоугольной пластины с центральной трещиной (рис. 99) получается зависимость КИН от времени, изображенная на рис. 100. Возрастание коэффициентов интенсивности напряжений начинается в момент прихода в вершину трещины волны Рэлея ($t \approx 2,3$ мкс). Кружками отмечены моменты прихода в вершину волн, отраженных от границ прямоугольного образца. Видно, что после начала взаимодействия этих волн с трещиной аналитическое решение (пунктирная кривая) перестает быть спра-

макротрещины, во втором — через развитие и рост множества микродефектов. Первое направление доминирует в научной литературе, прежде всего потому, что оно дает удовлетворительный критерий прочности и доступный расчетный аппарат при квазистатических нагрузках. Второе направление в основном развивается в физике твердого тела и материаловедении (и редко в механике, так как оно пока не привело к удовлетворительным моделям). Однако развитие множественных дефектов и магистральной трещины — взаимосвязанные процессы, причем не только на стадии зарождения макротрещины, но и на стадии ее распространения. Макротрещина обеспечивает высокую локализованную концентрацию напряжений, при этом ее поведение становится зависимым от роста появляющихся при этом микродефектов.

В доминирующей сейчас в динамической механике разрушения модели обычно рассматривается рост прямолинейной трещины в упругой плоскости. При этом в вершине возникают неограниченные напряжения, и процесс разрушения предполагается происходящим собственно в самой вершине трещины. Кроме того, предполагается, что расход энергии на образование единицы новой поверхности является константой материала. Исходя из этого, рассчитывается упругодинамическое поле напряжений в вершине трещины и формулируется критерий распространения трещины — уравнение энергетического баланса (88).

Итак, можно выделить следующие основные положения идеализированной модели динамической механики разрушения.

1. Поля напряжений в вершине трещины описываются при помощи коэффициентов интенсивности напряжений.

2. Критерии старта, остановки и распространения трещины выводятся из уравнения энергетического баланса (88).

Таким образом, для суждения об адекватности этой модели необходимо проверить выполнение именно этих двух положений. Это можно сделать, анализируя экспериментальные данные по коэффициентам интенсивности напряжений и сравнивая условия старта, распространения и остановки трещины с теоретическими предсказаниями.

Сразу же скажем, что это сравнение приводит к сильным сомнениям относительно справедливости теории.

Например, из уравнения энергетического баланса следует, что условия остановки являются «обращением» условий старта: при одном и том же критическом значении коэффициента интенсивности напряжений неподвижная трещина стартует, а распространяющаяся трещина останавливается. Однако на практике критические значения коэффициентов интенсивности напряжений остановки и старта не совпадают. Еще пример: из того же уравнения устанавливается взаимно однозначное соответствие между коэффициентами интенсивности напряжений и скоростью трещины, однако и оно не подтверждается в экспериментах — чаще это соответствие оказывается неоднозначным. Наконец, из уравнения энергетического баланса никак не следует возможность ветвления трещин (а это явление мы часто наблюдаем даже в повседневной жизни — достаточно вспомнить трещины в асфальте, стекле, бетоне и т. п.).

Что же касается первого положения динамической механики разрушения, в котором идет речь о напряженном состоянии в вершине трещины (а не о критериях разрушения — им посвящено второе положение этой теории), то и здесь возникает целый ряд вопросов — например, почему при небольших скоростях нагружения и умеренных нагрузках имеется соответствие между теоретически и экспериментально найденными коэффициентами интенсивности напряжений, а при больших скоростях нагружения и высоких нагрузках этого соответствия нет? Конечно, можно здесь говорить о том, что эксперименты проводятся в пластинах, где наблюдается дисперсия волн, а характер напряженного состояния в вершине отличается от двумерного (что предполагается при теоретическом определении коэффициентов интенсивности напряжений), и все это будет действительно верно. Но главная причина расхождений теории с практикой состоит все же не в этом.

Качественное объяснение несоответствиям между идеализированной моделью разрушения и экспериментами можно дать, если предположить (и это подтверждается экспериментально!), что разрушение происходит не в самой вершине трещины, а в некоторой зоне впереди вершины в результате сложного процесса возникновения микротрещин, их объединения и взаимодействия. Существование этой зоны удалось продемонстрировать в экспериментах по разрушению чисто хрупкого оргстекла (обратите внимание на то, что материал являлся хруп-

ким — следовательно, при объяснении расхождений теории и эксперимента ссылки на пластическое течение в вершине трещины безосновательны!).

В пользу гипотезы о наличии зоны микроразрушений свидетельствуют шероховатость поверхности разрушения (почему это так, станет ясно чуть позже) и высокоскоростное фотографирование в режиме реального времени (т. е. непосредственно в течение процесса разрушения) волн напряжений, расходящихся от микродефектов. Эти волны (см. рис. 66) генерируются только при высоком уровне напряжений в вершине трещины, когда энергия, высвобождающаяся при образовании впереди вершины трещины микродефекта, становится достаточной для генерации макроскопически наблюдаемых деформаций.

На разрушенной поверхности (рис. 101) после прохождения трещины с высокой скоростью можно выделить



Рис. 101. Зеркальная, матовая и перьевая зоны на разрушенной поверхности

три зоны: *зеркальную*, *матовую* (затуманенную) и *перьевую* (искромсающую). После прохождения перьевой зоны трещина разветвляется на несколько ветвей. Зеркальная зона характеризуется совершенно гладкой, полностью отражающей свет поверхностью. В матовой зоне поверхность грубеет и становится совсем шероховатой в последней зоне — перьевой. Важно отметить установленную при обработке экспериментальных данных связь между качеством поверхности и величиной приложенной разрывающей ударной нагрузки. Оказалось, что при увеличении этой нагрузки размер зеркальной зоны уменьшался, а размеры матовой и перьевой зон увеличивались. При уменьшении же уровня нагрузки, наоборот, размер зеркальной зоны увеличивался, а размеры матовой и перьевой зон уменьшались. Этот качественный вывод подтверждается графиками на рис. 102. Видно, что при удалении от точки, где находилась вершина трещины в пер-

воначальный момент, глубина шероховатости увеличивается (рис. 102, *a*), соответственно увеличивается и коэффициент интенсивности напряжений (рис. 102, *б*).

Итак, мы видим, что чем большая энергия высвобождается в вершине трещины, тем сильнее шероховатость

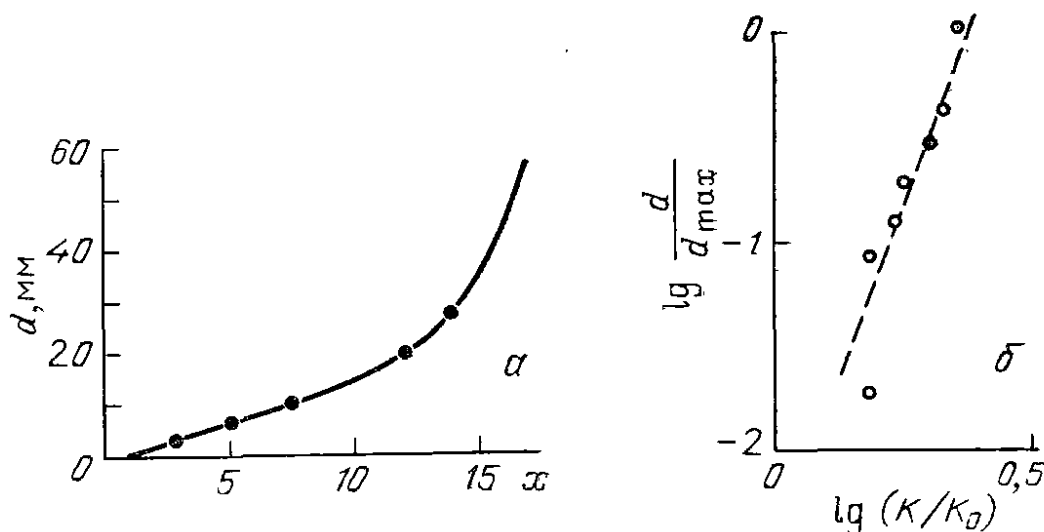


Рис. 102. Шероховатость поверхности разрушения в зависимости от расстояния x до вершины трещины (*a*) и КИН (*б*): d — глубина шероховатости, d_{\max} — максимальная глубина, K_0 — КИН в момент старта

поверхности. Что же из этого следует? А вот что: чем выше нагрузка, тем сильнее поведение трещины будет отличаться от того, которое предписывается идеализированной моделью. В самом деле, ведь в этой модели при подсчете энергии разрушения плотность этой энергии умножается на площадь разрушенной поверхности, равную произведению длины трещины на толщину образца. На самом же деле площадь разрушенной поверхности с учетом шероховатости значительно больше.

Механизм образования шероховатой поверхности проявляется при микроскопическом исследовании разрушенной поверхности (рис. 103, увеличение в 7000 раз). В зеркальной зоне трещина на своем пути пересекает множество полостей размера 10—25 микрон. Взаимодействие трещины с этими полостями приводит к старту многочисленных микроповерхностных трещин, которые тем не менее не меняют направления распространения магистральной трещины. Можно утверждать, что в зеркальной зоне микротрещины, стартующие из микрополостей, не взаимодействуют между собой (рис. 103, *a*). В матовой зоне за счет повышения КИН возникшие напряжения становятся достаточными для активизации



Рис. 103. Микрофотографии зеркальной (а), матовой (б) и перьевой зон (в)

изолированных полостей и их взаимодействия между собой (рис. 103, б). При этом возникает множество параболических фигур, что характерно для пересечения полостей и трещины, распространяющихся с одинаковой скоростью. Эти параболы разнятся по размеру и глубине, что указывает на трехмерный характер их распределения. Таким образом, в матовой зоне еще до прихода магистральной трещины образуется ансамбль ориентированных в различных плоскостях микроразрушений, стремящихся изменить направление ее распространения. Наконец, в перьевой зоне (рис. 103, в) этот процесс становится еще интенсивнее и охватывает все большую зону впереди вершины трещины. Появляются «ручейки», растущие в перпендикулярном трещине направлении.

Подводя итог этим наблюдениям, можно заключить, что первоначально в зеркальной зоне распространяется единичная трещина и ее поведение незначительно отличается от квазистатического подрастания. В матовой зоне уже имеет место одновременное равномерное распространение ансамбля трещин. В перьевой зоне распространение трещины происходит в рамках того же физического процесса, но размер зоны микроразрушений увеличивается. Таким образом, можно утверждать, что распространение трещины при высоком уровне напряжений управляется развитием микрополостей и микротрещин, их объединением и затем взаимодействием.

Находясь на этих позициях, удастся дать приемлемое качественное описание ветвления трещин как непрерывного процесса эволюции опережающих микротрещин. Действительно, рассмотрим микрофотографии разветвленных трещин (рис. 104). Видно, что процесс ветвления является продолжением интенсивного роста и взаимодействия микродефектов, происходящего в перьевой зоне. До наступления окончательного ветвления происходят многочисленные попытки ветвления — микротрещины гладко отклоняются от направления распространения магистральной трещины, а затем останавливаются. Между этими микроветвями и магистральной трещиной начинается сложное волновое взаимодействие, которое в какой-то момент времени приводит к возникновению таких напряжений, при которых трещина окончательно разветвляется. Этот процесс, вне всяких сомнений, является статистическим и трехмерным, однако он имеет и детерминированные черты: разброс координаты точки окончательного ветвления в серии из пяти экспериментов при

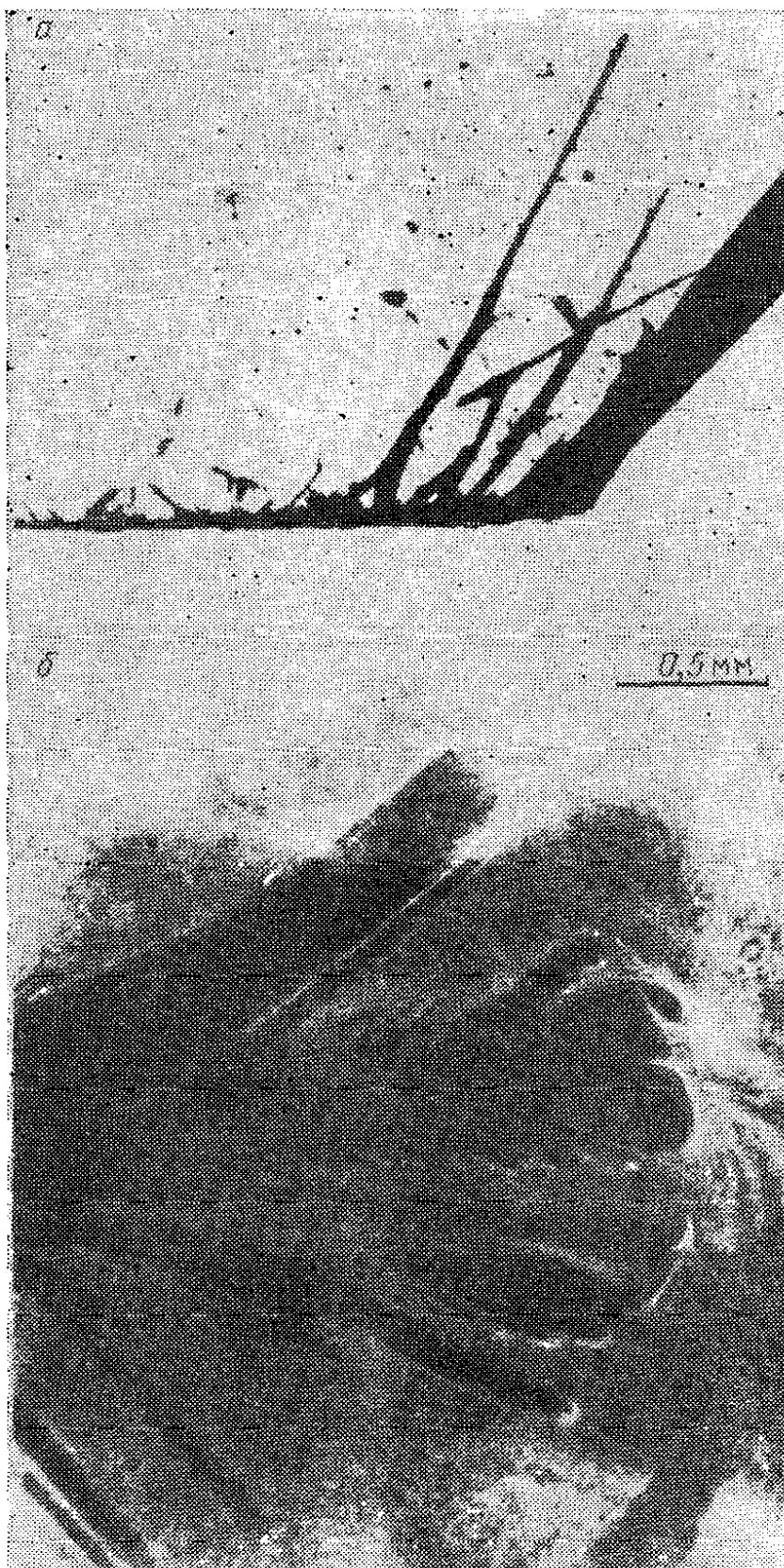


Рис. 104. Микрофотографии ветвей трещины

одинаковой величине нагрузки составил всего 1 мм (рис. 105). Важно подчеркнуть эволюционный характер ветвления, он заключается не просто в превращении одного математического разреза в два разреза, как это моделируется в задачах динамической теории упругости,

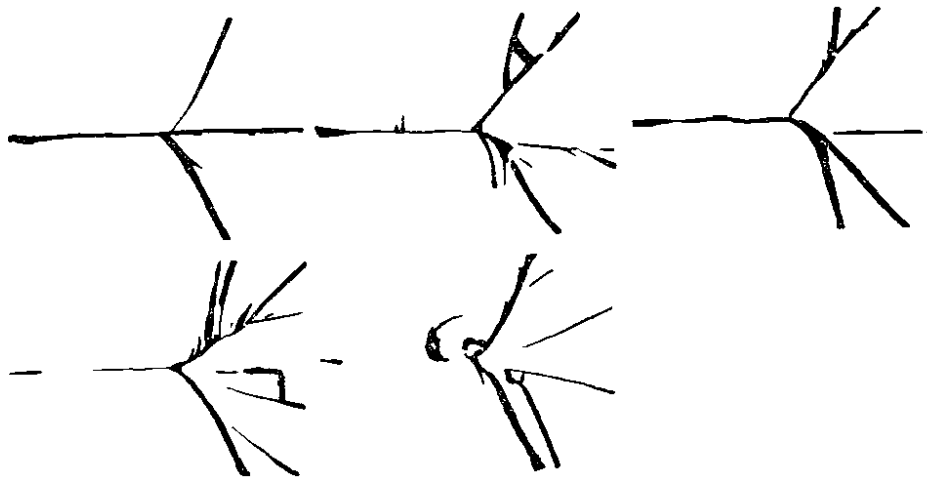


Рис. 105. Характер ветвления в пяти одинаковых экспериментах

но в постепенном качественном изменении фронта разрушения по механизму, показанному на рис. 106. Читатель теперь вполне может себе представить, какие серьезнейшие математические трудности существуют в описании процесса ветвления.

Механизм ветвления

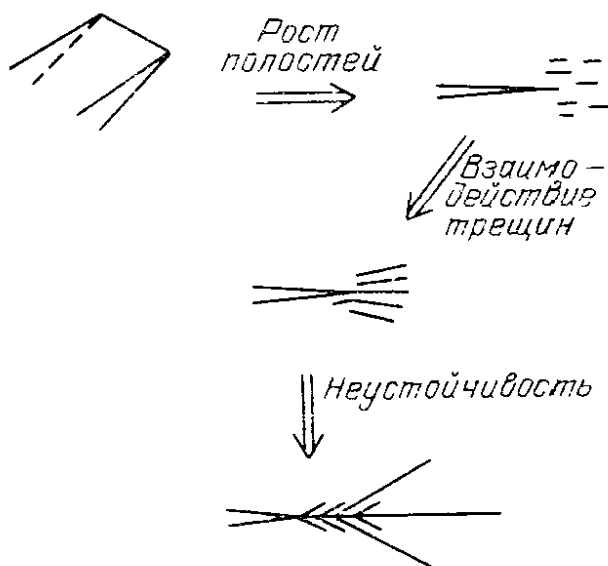


Рис. 106. Механизм ветвления

Еще одно подтверждение описанного микроструктурного механизма распространения разрушения дает анализ экспериментов по старту трещины.

Еще одно подтверждение описанного микроструктурного механизма распространения разрушения дает анализ экспериментов по старту трещины. Критерий начала разрушения, согласно идеализированной модели, заключается в следующем: рост трещины следует немедленно после достижения КИН критического значения. Из

полученной экспериментально зависимости между мгновенными КИН при старте и временем от момента приложения нагрузки до начала разрушения (рис. 107) следует, что такой простой критерий пригоден только при относительно низких скоростях нагружения. При времени на-

гружения больше, чем 40—60 мкс, разрушение происходит при постоянном КИН, который совпадает с найденным из статических экспериментов, тогда как при более коротком времени требуемый КИН резко возрастает. Качественное объяснение этого явления возможно с привлечением концепции опережающих микротрещин и заключается в том, что существует определенная скорость зарождения и роста микродефектов. Если она превышает скорость нагружения, то получаются квазистатические результаты. В противоположном случае оказывается, что микропроцессы не успевают развиться в достаточной степени, и это приходится компенсировать величиной нагрузки.

Была также проведена серия экспериментов, в которых систематически изменялась скорость нагружения и, соответственно, скорость трещины. Хотя зависимость КИН от времени была очень сложной, скорость трещины почти всегда была постоянной, а ее максимум имел порядок $0,45c_R$. Изменение скорости происходило только вследствие прихода в вершину отраженной от границы образца волны, после чего она вновь становилась постоянной. Такое поведение трещины также вполне укладывается в микроструктурную модель ее роста: впереди вершины создаются микроразрушения, и можно предположить, что размеры этой зоны процесса, равно как и размеры и ориентация микротрещин, определяются условиями при старте. Структура зоны сохраняется до тех пор, пока новая волна напряжений не изменит ее размер или ориентацию. Однако если скорость трещины выше некоторой величины (≈ 300 м/с), то приход волн в вершину не меняет ее скорости. Следовательно, зона процесса обладает определенной «инерцией», т. е. трещина «сопротивляется» изменению скорости.

Укажем еще, почему скорость трещины не достигает в хрупких материалах теоретического предела, равного скорости волн Рэлея. Дело в том, что ее скорость ограничивается скоростью распространения микроразрушений. Действительно, при разрушении кристаллических

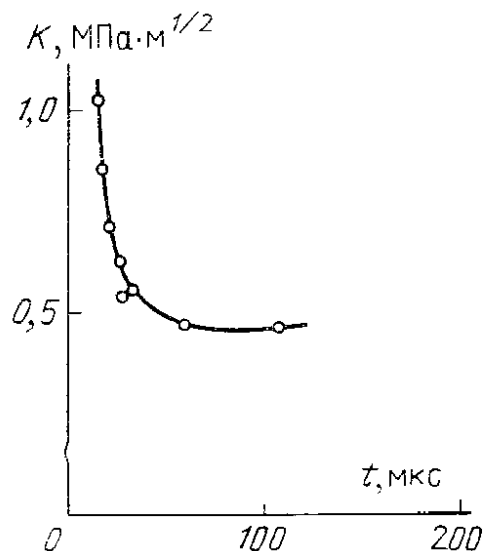


Рис. 107. Зависимость КИН старта от времени до разрушения

тел по типу чистого откола, а также в случае «залеченных» трещин, когда микроразрушения не образуются, скорость разрушения достигает $0,8—0,9c_R$.

Подведем итоги. Мы познакомились с основными положениями идеализированной модели динамической механики разрушения, проанализировали ее основные противоречия, вскрыли их причины. На этом наша экскурсия в динамическую механику разрушения заканчивается. Хочется надеяться, что нашлись читатели, которым она все же показалась увлекательной.

§ 27. Температурные задачи механики разрушения

Большинство лекторов, по моим наблюдениям, начиная рассказ о хрупких разрушениях в условиях неравномерного нагрева, приводят пример стакана, лопнувшего после того, как в него был налит горячий чай. Тела при нагревании, как всем известно, расширяются, и в стакане внутренние нагретые слои давят на еще холодные внешние, появляются растягивающие напряжения, которые могут стать критическими для небольшой царапины на внешней поверхности стакана. Подобные разрушения могут встретиться и в серьезной инженерной практике, как, например, в уже описанной нами аварии остывшего на сильном морозе резервуара, в который по небрежности обслуживающего персонала была налита горячая фосфорная кислота (рис. 6). Хрупкие разрушения от внутренних температурных напряжений могут происходить не только при быстром нагревании, но и при быстром охлаждении. Скажем, в лесу в сильный мороз довольно часто разрушаются стволы деревьев (особенно дубов), образование трещин — «морозобоин» сопровождается резким, похожим на выстрел звуком. Внезапное охлаждение возникает также и при аварии ядерного реактора, когда жидкость системы охлаждения попадает на нагретые элементы конструкции. Расчеты оптимальных характеристик, гарантирующих отсутствие разрушения в такой ситуации, являются обязательными при проектировании ядерных силовых установок.

Тепловой удар в результате неравномерного нагрева или охлаждения конструкций может вызвать распространение имеющихся в них трещин даже при полном отсутствии механических нагрузок. Иногда же, напротив, действие температурных напряжений оказывает благотворное действие, снимая полностью или частично кон-

центрацию напряжений у вершины дефекта, обусловленную внешними механическими нагрузками. Таким образом, в реальной практике могут встретиться самые разнообразные ситуации. Естественно, что и температурные задачи механики разрушения, адекватно описывающие эти явления, весьма сложны и многогранны. Поэтому мы ограничимся эскизным изложением некоторых интересных проблем.

Дополнительные температурные деформации, возникающие при нагревании от температуры T_0 до температуры T , обычно считают пропорциональными $\Delta T = T - T_0$. Тогда для учета тепловых воздействий, которым подвергается упругое изотропное тело, достаточно в обычном законе Гука деформации e_x , e_y и e_z изменить на величину $\alpha \cdot \Delta T$, а сдвиговые деформации оставить без изменений. Число α , называемое *коэффициентом температурного расширения* материала, является одной из важнейших физических постоянных. Различие этих коэффициентов для материалов деталей, жестко соединенных между собой, приводит при изменении температуры к возникновению значительных деформаций, например, к изгибу биметаллической пластины. Если же конструкция не имеет возможности свободно деформироваться, то могут возникнуть большие внутренние напряжения, приводящие к разрушению. Античные статуи, например, быстро разрушались из-за различия коэффициентов температурного расширения золота и слоновой кости или мрамора.

Учет температурных деформаций $\alpha \Delta T$, разумеется, изменит уравнения движения упругого тела (28), но изменения эти формально будут небольшими — они сведутся к появлению дополнительной объемной силы с составляющими

$$\beta \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \beta \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \beta \frac{\partial T}{\partial z}$$

(здесь $\beta = \frac{\alpha E}{1 - 2\nu}$), которые связаны с перепадом температур между данной частицей тела и соседними частицами. Если распределение температур известно, то расчет напряженно-деформированного состояния тела сведется к обычному расчету по теории упругости. Отсюда, в частности, следует, что при неравномерном нагреве поля напряжений и смещений в окрестности края трещины описываются уже известными формулами (40) — (45),

только коэффициенты интенсивности напряжений будут зависеть как от механических, так и от тепловых внешних воздействий.

Расчет температурных полей требует решения уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

(здесь k — коэффициент теплопроводности, ρ — плотность, c — теплоемкость при постоянной деформации) при известном начальном распределении температур и известных условиях на границе тела. На поверхности тела должна быть задана температура или поток тепла, поступающий из внешней среды, или же задается условие теплообмена (например, по закону Ньютона, когда потери тепла пропорциональны разности температур тела и окружающей среды). Заметим, что среди механиков шли оживленные дискуссии по поводу того, какие условия следует задавать на берегах трещины: те, что перечислены выше, или какие-то особые. Ответ не может быть однозначным, так как все зависит от условий контакта берегов трещины и от содержимого самой трещины (иногда приходится решать взаимосвязанные задачи механики разрушения, гидродинамики или газовой динамики для среды, заполняющей полость разрыва).

Решение задач о трещинах в неравномерно нагретых телах сопряжено с довольно большими математическими трудностями даже в простых, на первый взгляд, задачах. Приведем несколько известных, довольно любопытных результатов.

Каковы будут, например, коэффициенты интенсивности у вершин прямолинейной трещины длины $2l$ в неограниченном упругом теле под действием постоянного однородного теплового потока интенсивности q , перпендикулярного трещине? Предполагается, что трещина термоизолирована, а все тело находится в условиях плоской деформации (рис. 108). Оказывается, что в условиях таких термических напряжений развивается трещина поперечного сдвига *) $K_I = K_{III} = 0$ и

$$K_{II}(\pm l) = \mp \frac{\alpha E \sqrt{\pi}}{4(1-\nu)k} ql \sqrt{l}. \quad (93)$$

*) Напомним, что знаки \mp носят условный характер, они отражают факт, что сдвиги у противоположных вершин происходят в противоположных направлениях.

Представим теперь, что тепло поступает в тело из полости дефекта, например, дисковидной трещины радиуса R (рис. 109). Подобная задача может встретиться в геофизике при анализе поведения разрывов в глубоких горных породах. Расчет показывает, что у края трещины

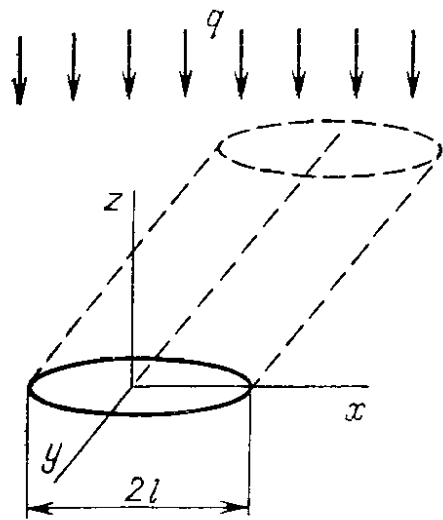


Рис. 108. Плоская трещина в пространстве при действии теплового потока

будут наблюдаться условия нормального разрыва ($K_{II} = K_{III} = 0$), а коэффициент интенсивности напряжений K_I выражается

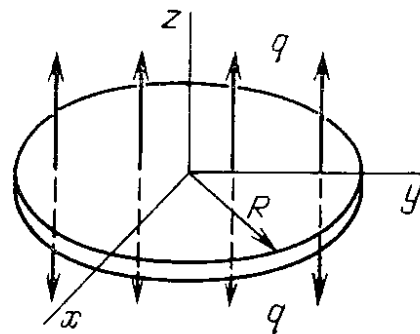


Рис. 109. Дискообразная трещина в пространстве при действии теплового потока через ее поверхность

через заданную интенсивность теплового потока q формулой, очень похожей на предыдущую (93):

$$K_I = \frac{\alpha E \sqrt{\pi}}{4(1-\nu)k} q R \sqrt{R}. \quad (94)$$

Если же полость дисковидной трещины нагрета до заданной температуры T_* и нагружена равномерным внутренним давлением p , то $K_{II} = K_{III} = 0$, а

$$K_I = \left(2p - \frac{\alpha E T_*}{1-\nu} \right) \sqrt{\frac{R}{\pi}}. \quad (95)$$

Это выражение показывает, что нагрев может способствовать устойчивому росту трещины, вызывая повышение уровня допустимых давлений p_c и увеличение допустимых размеров дефекта R_c :

$$R_c = \frac{\pi K_{Ic}^2}{\left(2p - \frac{\alpha E T_*}{1-\nu} \right)^2}, \quad p_c = \frac{K_{Ic} \sqrt{\pi}}{2 \sqrt{R}} + \frac{\alpha E T_*}{2(1-\nu)}.$$

Конечно же, решение (95) остается справедливым только тогда, когда правая часть неотрицательна. В противном случае выражение (95) дает бессмысленный резуль-

тат $K_I < 0$, который означает, что имеет место взаимное проникновение берегов трещины по крайней мере вблизи ее края. На самом же деле условие $K_I < 0$ приводит к необходимости учета контакта берегов в некоторой окрестности конца трещины. Любопытно, что верное в физическом смысле условие $K_I = 0$ используется в механике разрушения для определения положения неизвестной границы контакта берегов.

Итак, температурное поле по-разному влияет на трещину. Ну а, в свою очередь, какое влияние оказывает сама трещина на температурное поле?

Если трещина неподвижна, то она может лишь нарушить теплообмен между разделенными ею частями тела. Но движущаяся трещина является мощным источником тепла. В самом деле, за единицу времени в ее вершину стекает поток энергии $G \cdot l$, который за вычетом обратной поверхностной энергии $2\gamma l$ затрачивается на пластические деформации и разрушение материала в малой зоне около вершины трещины. Теплообмен с окружающим материалом происходит медленно, и поэтому концевая зона разогревается до весьма высоких температур. Картины изотерм у вершины трещины нормального разрыва, движущейся в стали со скоростью 1 м/с и 100 м/с (рис. 110, а и б), получены расчетным путем. Они говорят о крайне высоком разогреве в чрезвычайно малой зоне у вершины трещины (температура вдали от нее 0°C). Измерения с помощью термопар показывают повышение температуры на 1°C на расстоянии примерно в 1 мм и уже на 130°C на расстоянии 30 мкм от вершины трещины, бегущей в стали со скоростью 10 м/с. Ближе к вершине трещины измерения этим методом произвести не удастся. Оптические же методы свидетельствуют о разогреве на 230°C в оргстекле (ПММА), на 1900° в стекле и на 4400° в кварце, разумеется, на микроскопических расстояниях от вершины «летающей» трещины. Этот факт и является объяснением того, что столь сильный разогрев сам по себе не способен существенно оплавить окружающий вершину трещины материал и затормозить ее.

Во многих отраслях — в атомном машиностроении, в двигателестроении и др. необходимо учитывать напряжения, возникающие при внезапных изменениях температуры. Действие этих напряжений кратковременно, но они велики и могут привести к хрупкому разрушению или к термической усталости конструкций. Быстрые

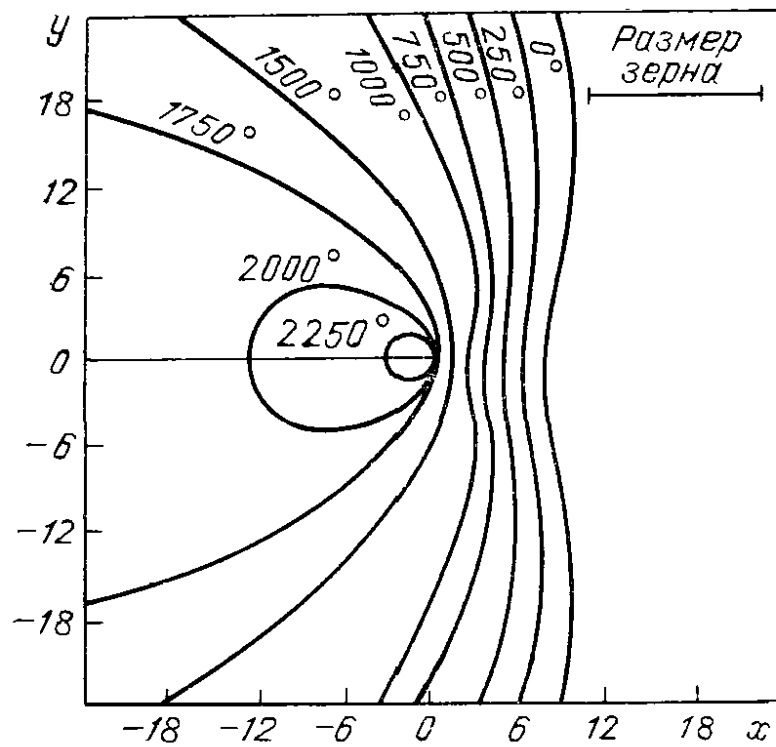
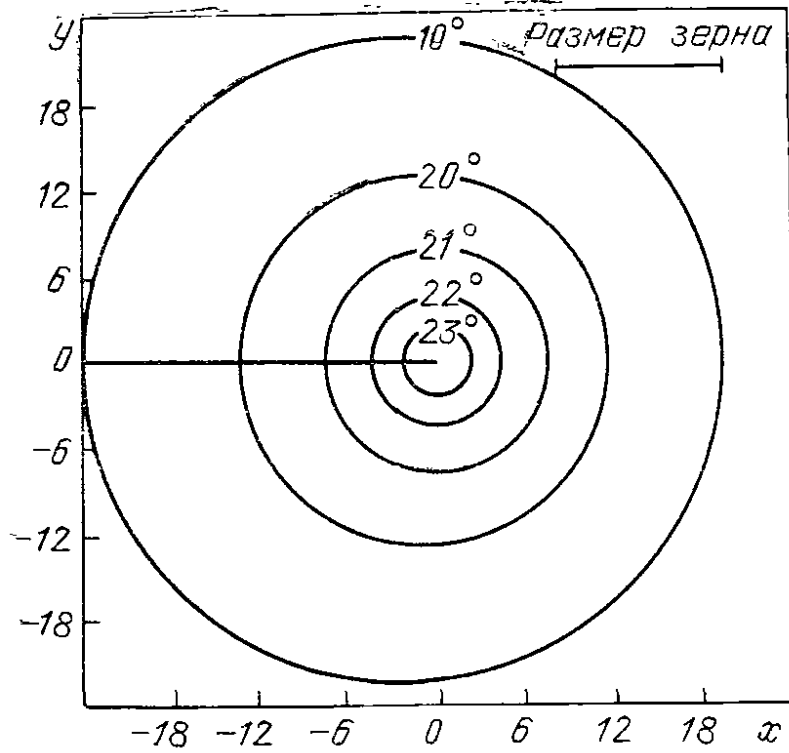


Рис. 110. Поля изотерм вблизи вершины трещины (точка $x = 0$, $y = 0$) при скоростях движения трещины 1 м/с (а) и 100 м/с (б). Масштаб изображения в 1 делении 1 микрон (10^{-6} м), для сравнения изображен типичный размер зерна для стали

изменения температуры возникают в аварийных ситуациях, например, при внезапной остановке ядерного реактора. Они также создаются при пусках и остановках агрегатов. Так, при запуске двигателя в стенках камеры сгорания возникают динамические термоупругие напряжения. Они максимальны при первой вспышке топлива, пока двигатель еще холодный. Время сгорания мало (порядка 10^{-5} с), поэтому возникает задача определения напряжений при кратковременном повышении (или понижении) температуры поверхности.

В качестве примера рассмотрим задачу о тепловом ударе в плоскости с разрезом. Пусть в начальный момент плоскость имеет нулевую температуру, а на разрезе мгновенно возникает и в дальнейшем поддерживается отрицательная температура $-T_0$. Тогда коэффициент интенсивности сдвиговых напряжений K_{II} тождественно равен нулю, а

$$K_I(t) = \frac{E\alpha T_0}{6(1-\nu)} \lambda^{1/2} t^{1/4} \cdot M\left(\frac{\lambda}{c_1 t^{1/2}}\right). \quad (96)$$

Здесь c_1 — скорость упругих волн расширения, а M — функция, график которой при $\nu = 0,3$ изображен на рис. 111. Из формулы (96) и критерия хрупкого разрушения $K_I = K_{Ic}$ следует, что при тепловом ударе время

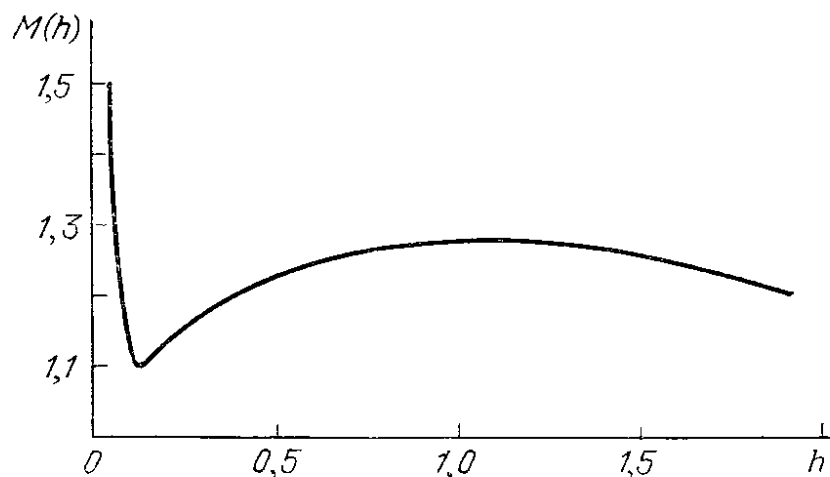


Рис. 111. График функции $M(h)$, фигурирующей в формуле (96)

до начала хрупкого разрушения зависит от отношения $(K_{Ic}/T_0)^m$, причем $2 < m < 4$. Можно показать, что подобные оценки справедливы для тела конечных размеров и любой формы. Заметим, что величина c_1 появилась в формуле (96) не случайно. При тепловом ударе та область (или точка), в которой резко изменялась температура,

является генератором распространяющихся (конечно же, со скоростью c_1) упругих волн расширения-сжатия. На рис. 112 показана такая волна расширения, идущая в глубь полупространства $x \geq 0$ от внезапно нагретой на

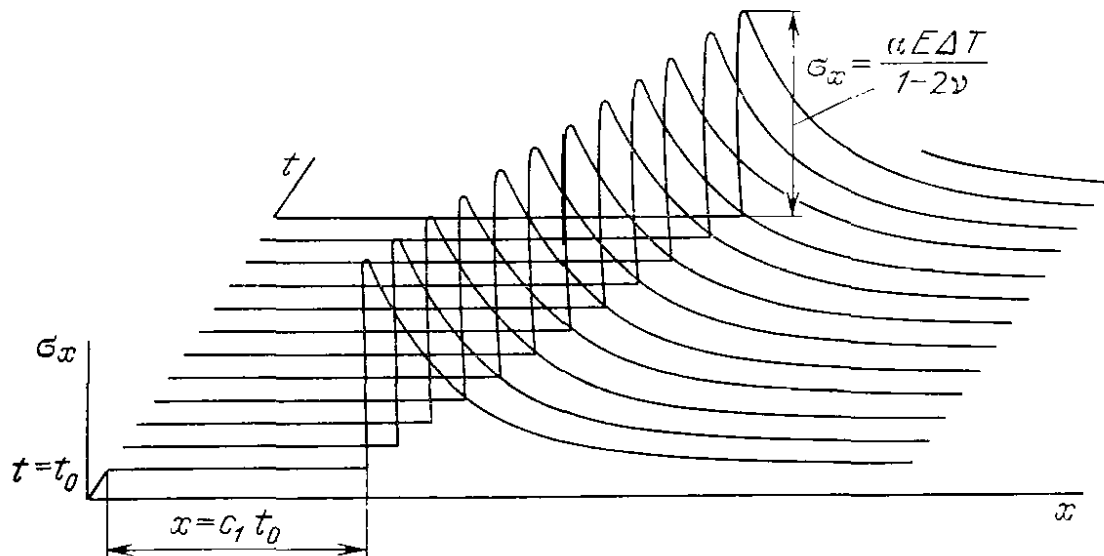
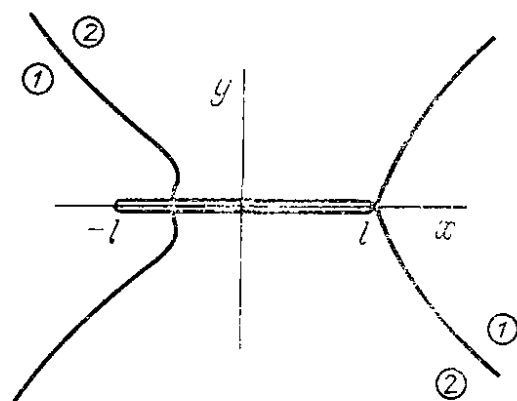


Рис. 112. Волна термоупругих напряжений при тепловом ударе (внезапный нагрев или охлаждение границы $x = 0$ в момент $t = 0$ на ΔT градусов) идет в глубь полупространства со скоростью упругой волны расширения-сжатия c_1

ΔT градусов поверхности $x = 0$. Максимальные динамические термоупругие напряжения при перепаде, допустим, в 100°C , имеют порядок сотен МПа и могут существенно влиять на прочность деталей.

Представим теперь, что в плоскости с разрезом мгновенно возник источник тепла. Как повлияет такая

Рис. 113. Если точечный источник тепла находится в областях 1, то у правого конца разреза $x = +l$ возникают растягивающие напряжения ($K_I > 0$), если же его поместить в область 2, то у правого конца напряжения станут сжимающими ($K_I < 0$)



вспышка на поведение трещины в наиболее опасные начальные моменты времени? Какое расположение места вспышки относительно вершины трещины приводит к положительным значениям K_I , а какое — к отрицательным? Иными словами, какое расположение дефекта относительно точки нагрева является опасным с точки зрения

склонности к хрупкому разрушению? Для тела с полубесконечным разрезом, например, положительные значения K_I возникают в тех случаях, когда источник тепла находится в секторе $-\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$, симметричном относительно линии продолжения разреза. Для аналогичной задачи о разрезе конечной длины $(-l, l)$ картина становится существенно сложнее. На рис. 113 показаны области, в которых появление источника тепла вызывает в правом конце разреза положительные и отрицательные значения K_I . Любопытно, что тепловой источник, близкий к одному из концов разреза, создавая вблизи него сжимающие напряжения, может вызвать в окрестности другого конца опасные растягивающие напряжения.

НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

§ 28. Как остановить движение трещины?

Мы уже разобрались в основных механизмах движения трещины, в том, откуда берется энергия, идущая на рост трещины, можем рассчитать уровень безопасных рабочих напряжений, а также долговечность реальных конструкций с дефектами. Поговорим немного об основных направлениях исследований, связанных с живучестью конструкций, и оценим эти усилия с точки зрения механики разрушения. Бесспорно, что в хорошо спроектированной конструкции должна быть организована глубоко эшелонированная оборона от наступления трещин, причем война должна вестись на каждом рубеже.

Вкратце уже говорилось о том, какие меры следует предпринимать, когда медленно растущие безопасные дефекты начинают приближаться к критическим состояниям. Но попробуем разобраться в том, что делать с конструкцией, содержащей опасный дефект. В статическом случае можно подумать о ремонте конструкции (что иногда оказывается тоже сложной в инженерном и в теоретическом плане задачей), а вот в динамическом случае проблема намного усложняется, ведь речь идет о торможении (в течение микросекунд) рванувшейся с огромной скоростью трещины в условиях, быть может, ударных нагрузок. Сложилось даже представление о принципиальной невозможности торможения начавшегося быстрого лавинообразного распространения трещины. Однако положение здесь не совсем безнадежное. Во-первых, для развивающихся трещин можно устроить ловушки, которые поймают бегущую трещину, а, во-вторых, на современном этапе развития электроники можно говорить о сенсорных системах, которые способны вовремя заметить такую трещину, включить вычислительные устройства прогнозирования ее движения, а затем некото-

рый механизм торможения разрушения. Конечно же, построенные простые ловушки, останавливающие разрушение, проще и дешевле, но создание надежных противоаварийных, пусть и дорогостоящих, систем, представляет собой жизненно важную задачу, особенно тогда, когда речь идет об уникальных сооружениях и (или) о безопасности людей.

Остановимся на некоторых проблемах ремонта. В этой области одним из наиболее широко распространенных методов является установка дополнительных ребер жесткости, называемых в ряде случаев *стрингерами*. Помимо повышения устойчивости, они могут обеспечить безопасность дефектной конструкции (мы уже говорили об этом в § 13). Конечно же, стрингеры часто устанавливают заранее, создавая препятствия на возможном пути распространения трещин в «уязвимых» местах конструкции. Особенно любят стрингеры авиационные инженеры, которым необходимо обеспечить целостность летательного аппарата даже со значительным числом повреждений, причем в условиях минимально возможного веса, включая подкрепляющие элементы. Вы, конечно же, обращали внимание на ряды заклепок, покрывающих поверхность фюзеляжа и крыльев, — ими к широким металлическим листам основной конструкции прикрепляются многочисленные стрингеры в виде тонких полос.

Наряду с обычными стрингерами могут применяться и так называемые *заплаты-дублиеры* или *ремонтные заплаты*, приваренные, приклеенные или приклепанные к конструкции. Во многих случаях они, помимо торможения трещин, могут обеспечивать также герметичность, местную прочность конструкции, защиту от коррозии и т. п., т. е. выполнять сразу несколько полезных функций, восстанавливая поврежденную конструкцию. Особенно перспективными в этом отношении представляются заплаты из армированных пластиков.

Об эффективности ремонтной заплаты можно судить по результатам численного расчета коэффициента интенсивности напряжений K у вершины сквозной трещины длины $2l$ в тонком листе с приклепанной прямоугольной заплатой шириной $2b$ и высотой $2H$ (рис. 114). На рис. 115 представлены безразмерные зависимости коэффициента интенсивности напряжений K ($K_0 = \sigma\sqrt{\pi l}$ — коэффициент интенсивности в неподкрепленном листе) от длины трещины. Они показывают, что только заплата, целиком закрывающая трещину, может существенно

снизить коэффициент интенсивности, причем в таком соединении лучшие результаты получаются для относительно более жестких заплат и заклепок. Заметим еще, что лучше устанавливать заплаты симметрично с обеих сторон листа, иначе появляются изгибные напряжения, которые могут снизить или ликвидировать совсем подкрепляющий эффект заплаты.

К положительным результатам могут привести и противоположные действия — не усиление дефектной конструкции, а ее «ослабление» — высверливание дополнительных разгружающих отверстий в вершинах трещины. Никому не придет в голову мысль дырять без надобности конструкцию до появления трещины, ведь наблюдательным людям известно, что при под-

ходе к отверстию трещина значительно ускоряет свой бег. Иначе дело обстоит, если разгружающее отверстие просверлено в кончике трещины после ее обнаружения. Эффективность такого известного на практике приема определяется различного рода факторами: устранением сингулярности напряжений и наиболее поврежденного материала в кончике трещины; появлением остаточных сжимающих напряжений в процессе холодной обработки и уменьшением чувствительности материала к концентрации напряжений и т. п.

Известно, что коэффициент концентрации напряжений определяется в основном длиной концентратора и радиусом кривизны его контура в точке действия максимальных напряжений. Это позволяет в ряде случаев при определении концентрации напряжений изучаемый концентратор заменить на эквивалентный, решение для которого известно. Можно ввести понятие «эквивалентного эллипса» (эквивалентный эллиптический вырез), позволяющее определить максимальный коэффициент концентрации напряжений для концентратора в виде тре-

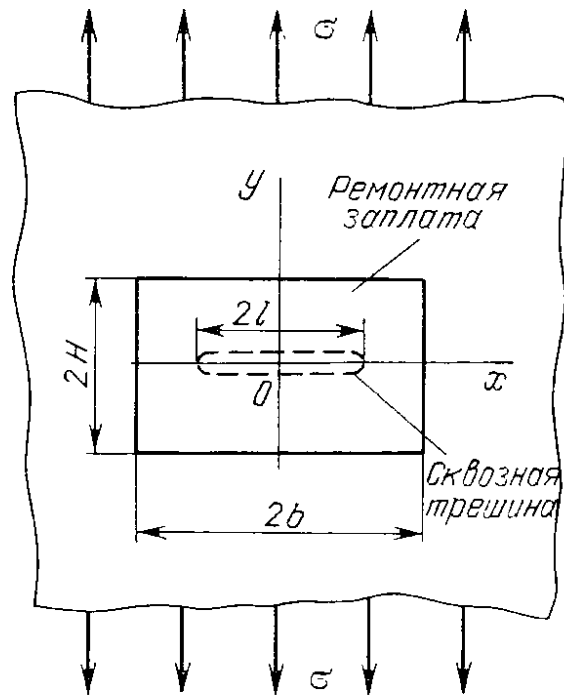


Рис. 114. На лист со сквозной трещиной приклепана ремонтная заплата

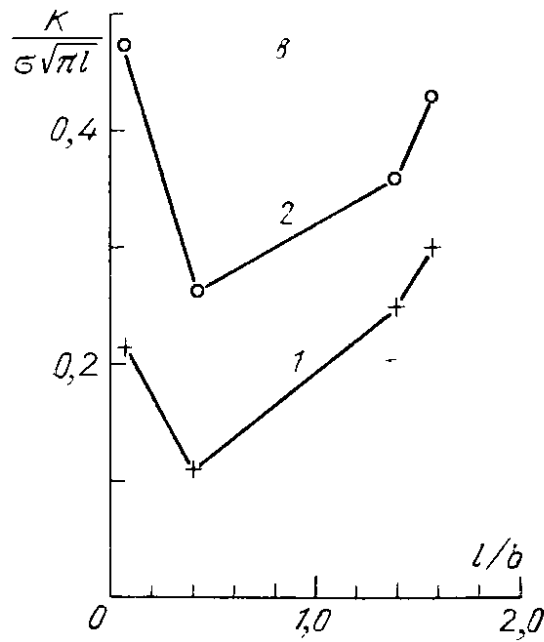
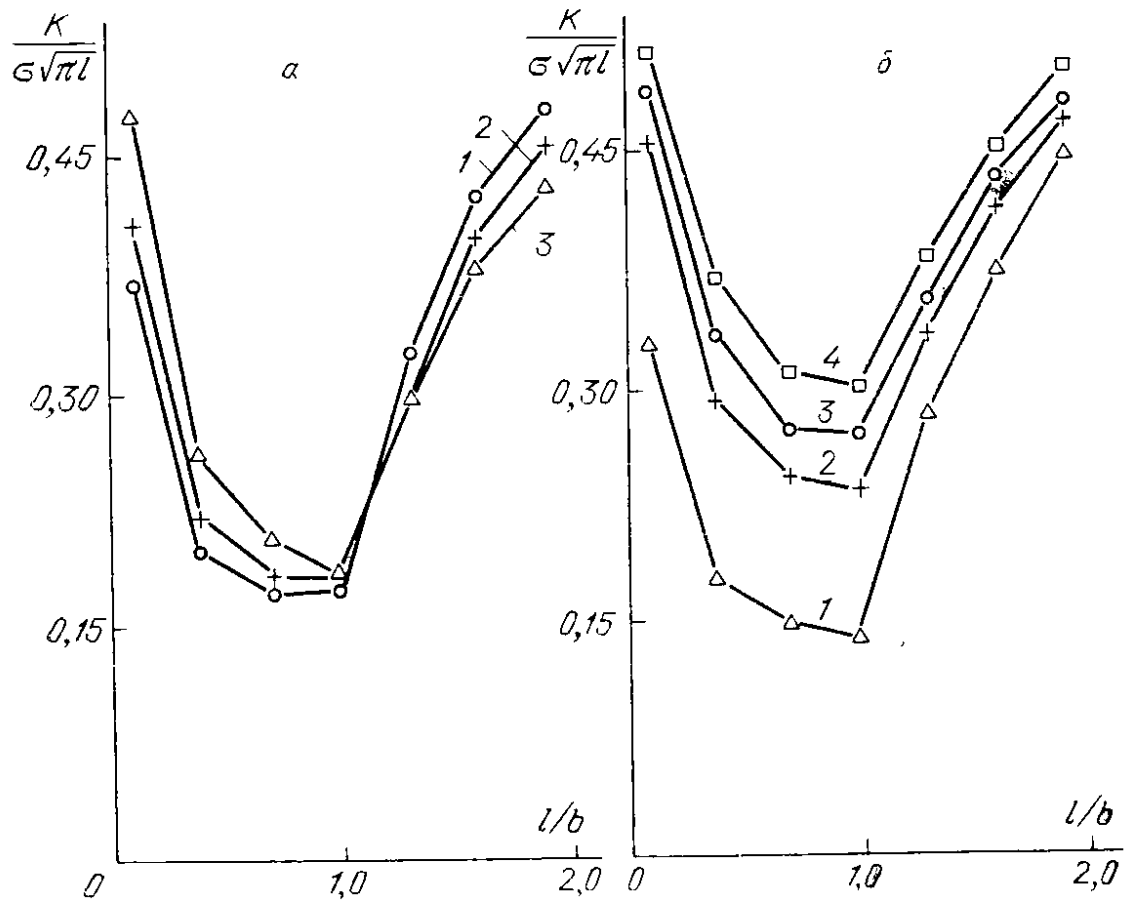


Рис. 115. Коэффициенты интенсивности напряжений в листе с трещиной и ремонтной заплатой: а) влияние размеров заплата; 1 — $H/b = 0,6$; 2 — $H/b = 1$; 3 — $H/b = 2$, б) влияние жесткости заклепок (заплата квадратная); 1 — абсолютно жесткие; 2, 3, 4 — податливость заклепок растет, в) влияние жесткости заплата (заплата квадратная); 1 — более жесткая; 2 — менее жесткая

щины с отверстиями в ее концах в бесконечной (полу-бесконечной) пластине при растяжении. Около концентратора описывается эллипс (полуэллипс) с большой

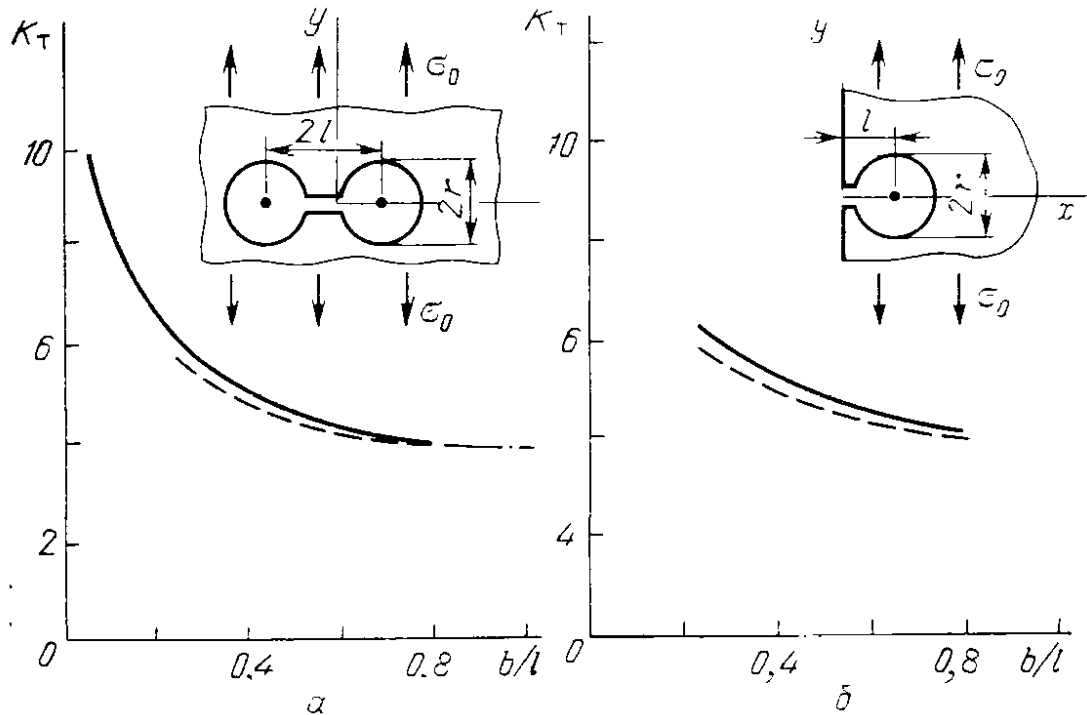


Рис. 116. Коэффициенты концентрации напряжений у разгружающих отверстий: а) внутренняя трещина, б) краевая трещина. Здесь сплошная линия — расчет по методам теории упругости; пунктирная — по методу эквивалентного эллипса

осью (полуосью), равной длине концентратора, и минимальным радиусом кривизны в вершине трещины, равным радиусу отверстия. На рис. 116 приведены коэффициенты концентрации напряжений на контуре разгружающего отверстия, полученные при решении соответствующих задач методами теории упругости и по формуле «эквивалентного эллипса», имеющей согласно (39) следующий вид:

$$K_T = \frac{\sigma_y}{\sigma_0} = 1 + 2 \sqrt{\frac{l}{r} + 4}. \quad (97)$$

Представленные графики указывают на приемлемую в практических расчетах аппроксимацию K_T по формуле (97).

Для усиления разгружающего действия отверстия иногда в них с натягом вставляют шайбы, заклепки или болты, вызывающие сжатие в окружающем материале. Дело в том, что один из наиболее эффективных методов

борьбы с образованием и движением трещин — создание в материале сжимающих напряжений, которые препятствуют подводу энергии к вершинам трещины. Этой идее уже больше ста лет, причем начало использования сжимающих напряжений датировано 1861 г. и связано с именем русского инженера Гадолина и с его «технологией скрепления артиллерийских орудий». Основа ее — создание предварительного сжатия в стволе орудия за счет насадки горячих колец. После остывания растягивающие напряжения сосредоточивались в кольцах, а в основной конструкции, и в том числе у поверхностей нарезного ствола орудия, создавалось сжатие. Этот принцип повторяется в множестве вариантов, растягиваемым элементом может служить и высокопрочная проволока, намотанная на поверхность сосуда давления, арматура в предварительно напряженном железобетоне, внутренние слои стекла в закаленном стеклянном стакане или же уже знакомая нам накладка-стрингер. Попав в зону сжимающих напряжений возле стрингера, неустойчивая трещина может стать устойчивой (см. § 13).

Другим известным методом торможения и, может быть, остановки трещины, лежащим в основе многих технических решений, является создание на пути движения трещины границы раздела. На такой границе связи между частицами тела ослаблены, а именно эта «слабишка» увеличивает вязкость материала, его сопротивления распространению трещин. Мы, рассматривая концентрацию напряжения около эллиптического отверстия, видели, что, помимо максимума напряжений нормального разрыва в вершине трещины, на некотором расстоянии перед ее концом наблюдается пик растягивающих напряжений в направлении, параллельном линии трещины. Этот пик в несколько раз меньше (в изотропном материале примерно в 5 раз), но этих напряжений может быть достаточно для того, чтобы вызвать поперечный разрыв на границе раздела, который поймает основную трещину и, затушив ее, затормозит. Возможная последовательность событий изображена схематически на рис. 117. Такой механизм торможения трещин назван по имени ученых, объяснивших его, *механизмом торможения по Куку — Гордону*. Правда, изобрела этот механизм сама Природа. В биологических материалах, например, в кости или в древесине может быть множество внутренних поверхностей раздела, которые не ослабляют материал в целом, а упрочняют его,

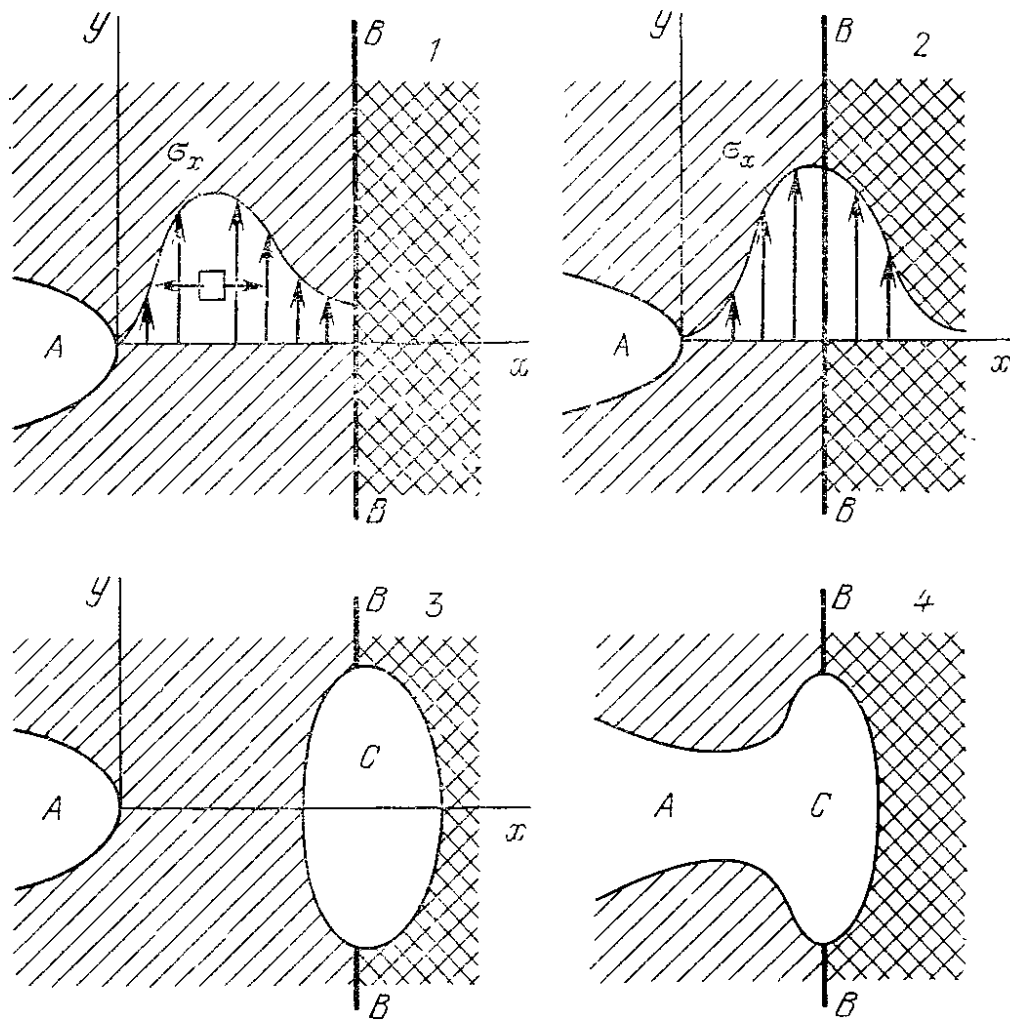


Рис. 117. Механизм торможения трещины на границе раздела по Куку — Гордону: 1 — пик напряжений перед вершиной трещины еще не подошел к поверхности раздела; 2 — пиковые напряжения отрывают материал на части поверхности раздела; 3 — образуется поперечная трещина; 4 — основная трещина дорастает до поперечной, образуется затупленная Т-образная трещина. А — основная трещина, В — поверхность раздела, С — вторичная трещина

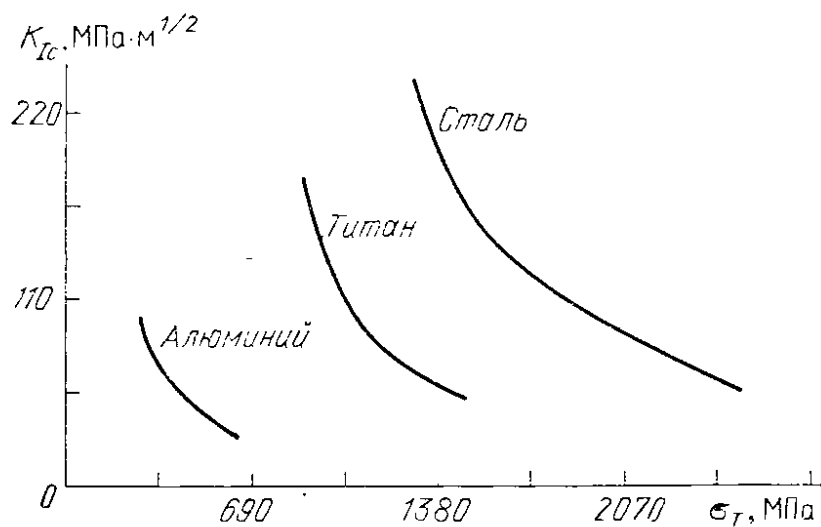


Рис. 118. Зависимость между вязкостью разрушения и пределом текучести для типичных металлических материалов

делая вязким. К счастью, в таких материалах отсутствует известное экспериментаторам отрицательное явление, которое заставляет в металлах за увеличение предела текучести σ_T платить уменьшением трещиностойкости K_{Ic} (рис. 118).

Механизм торможения, заимствованный у природы, обеспечивает и рекордную трещиностойкость искусственных композитов. Даже если такой композит состоит

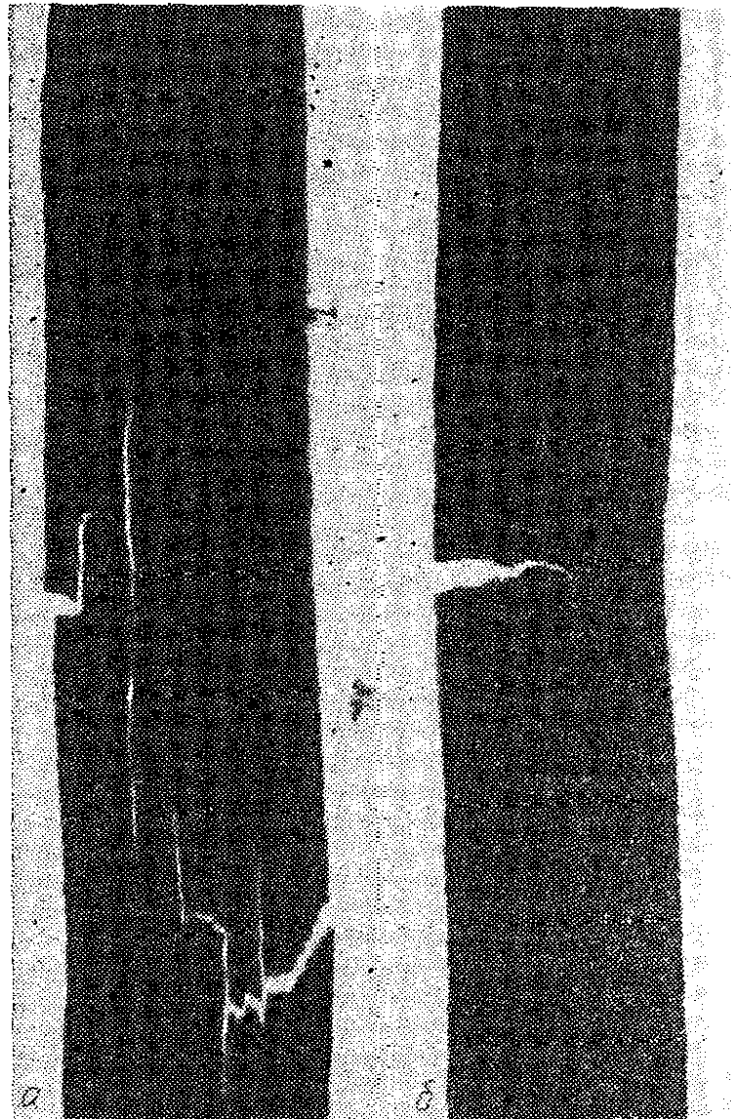


Рис. 119. Типичная картина разрушения: (а) — для материалов, обладающих слабыми поверхностями (композит, древесина) и (б) — для однородных материалов (металл, стекло)

из хрупких стеклянных волокон, погруженных в хрупкую эпоксидную смолу, он обладает большой вязкостью разрушения за счет множественных торможений магистральной трещины на поверхностях раздела волокон и связующего (рис. 119). Расчет напряженного состояния

у вершины вторичной трещины расщепления показывает, что постепенно растущее расщепление превращается из трещины нормального разрыва (K_I) в трещину поперечного сдвига (K_{II}). Обычно вязкость разрушения сдвигом K_{IIc} больше, чем вязкость разрушения отрывом K_{Ic} , а значит, на расщепление расходуется больше энергии. Расщепление вызывает концентрацию напряжений на соседних волокнах, и когда расщепление распространится до места, в котором прочность волокна понижена, оно разорвет волокно и разрушение отрывом пойдет дальше, пока не затормозится другой поверхностью раздела (рис. 119).

Своеобразно проявляется роль поверхностей раздела в строительстве асфальтобетонных дорожных покрытий. Вы наверняка обращали внимание на сетку трещин, покрывающую полотно дороги. Трещины эти образуются, как правило, весной или осенью, когда еще или уже достаточно холодно, а значит, покрытие более хрупко, и в то же время грунт, на котором лежит дорога, насыщен водой и обладает повышенной податливостью. Далее, под колесами автомобилей полотно выкрашивается, а что такое плохие дороги, мне Вам объяснять, наверное, не надо. Вот решают дорожники сложную инженерно-экономическую задачу. Наложить ли слой свежего асфальта просто сверху или, может быть, снять потрескавшийся слой (или его часть) и сколько дорога после ремонта прослужит? При этом необходимо учесть нехватку рабочей силы, удорожание асфальта (из-за взвинчивания цен на нефть), помноженное на тысячи километров дорог и т. д. и т. п. Стоит ошибиться в расчетах, и значительно быстрее, чем хотелось бы, знакомый узор появится на поверхности дорог: сетка трещин в точности повторит старую (у дорожников также трещины называются *отраженными*). Этот феномен легко объясним с позиций механики разрушения, ведь каждая оставшаяся под слоем нового асфальта трещина — это концентратор напряжений. У старательных строителей итогом работы обычно бывает слишком сильное сцепление между слоями, что приведет по Куку — Гордону к преждевременному появлению отраженных трещин. У халтурщиков, положивших асфальт в лужу, результат будет также плачевным. Истина лежит, наверное, посередине, и, действительно, очень хорошие результаты дает использование тонкой резинобитумной прослойки, обладающей невысокой прочностью, но большой вязкостью.

В § 1 мы много говорили о разрушении судов. Так вот, кораблестроители в послевоенные годы стали бороться с проблемой разламывания судового корпуса, создавая стыки с накладками. Эти заклепочные или сварные соединения, называемые обычно *барьерными швами*, также являются хорошими ловушками опасных трещин.

Проблема торможения быстрых трещин активным воздействием по команде датчиков, обнаруживших ее лавинообразный полет, — дело недалекого будущего. Уже сегодня в этом направлении ведутся интенсивные исследования. Во-первых, трещину можно останавливать тепловыми источниками; оказывается, она, подобно мотыльку, летящему на свет, поворачивает в нагретую, а значит, более вязкую, область. Во-вторых, используя то свойство трещины, что вершина ее является концентратором не только механических напряжений, но и электрического тока, можно затормозить трещину импульсом тока. Дело в том, что последний вызывает разогрев и даже оплавление материала в окрестности вершины трещины. В-третьих, действуя на быструю трещину упругими волнами, можно заставить ее ветвиться, а каждое ветвление — это снижение скорости иногда на несколько километров в секунду, вплоть до полной остановки. В арсенале ученых мощные электрические и магнитные поля, другие более экзотические средства воздействия. Работа по спасению «агонизирующей» конструкции продолжается...

§ 29. Механика разрушения и проблемы энергетики

Наша экскурсия по практическим приложениям достижений современной механики разрушения может показаться несколько пестрой — наряду с очень масштабными и важными проблемами встретятся и не столь важные, но, с моей точки зрения, крайне любопытные и поучительные. В популярной книге, наверное, вообще невозможно отразить все многообразие прикладных вопросов механики разрушения, да еще и расположив их по степени значимости. Поэтому я решил остановиться прежде всего на тех, с которыми мне пришлось столкнуться лично.

Длительное время я участвую в разработке крайне важного раздела механики разрушения — прикладной механикой разрушения элементов энергооборудования

тепловых электростанций (ТЭС)*). Быть может, я буду несколько пристрастен, но не удержусь от утверждения, что эта проблема и масштабна, и важна, и весьма поучительна.

Значительную часть электрической энергии дают ТЭС, мощности энергоустановок постоянно растут, и в наши дни турбина ТЭС — это громадное сооружение весом от 10 до 60 т, длиной от 3 до 6 м, имеющее массивный корпус толщиной от 10 до 40 см и цельнокованный ротор толщиной 20—30 см. *Проектный ресурс***) многих существующих турбин составляет 100 тыс. ч (примерно 11,5 лет), однако решение национальной энергетической программы требует увеличения *предельного ресурса***) до 200 тыс. ч и более. При этом необходимо как можно реже останавливать турбины для ремонта, ведь к затратам на сам ремонт добавляются огромные убытки от простоев. Необходимо также использовать существующие энергоустановки в процессе регулирования постоянно меняющейся нагрузки энергосистем, хотя большинство из них создано без учета возможности работы при малоцикловом нагружении, которое всегда сопряжено с переменным режимом работы.

Традиционные методы обеспечения прочности роторов и корпусов турбин оказались совершенно недостаточными из-за того, что им приходится работать длительное время при интенсивных переменных термомеханических воздействиях, которые в процессе эксплуатации приводят к развитию исходных макродефектов. Надежное определение времени безопасной эксплуатации и остаточного ресурса**) роторов или корпусных элементов возможно только при использовании теоретических методов механики разрушения в сочетании с экспериментальными и, в частности, с диагностическими методами.

*) Автор книги за работу «Разработка и внедрение научных основ расчета и повышения прочности энергооборудования по критериям трещиностойкости» удостоен премии Совета Министров СССР. (Примеч. ред.)

**) Мы употребляем принятый в энергетике термин «ресурс» в значении «периода безопасной эксплуатации» или «способность к безопасной эксплуатации в течение данного периода», хотя инженеры часто вкладывают в него различные дополнительные оттенки. *Предельный* или *проектный ресурс* — это расчетное время эксплуатации нового элемента конструкции, по прошествии которого он подлежит списанию или восстановлению. *Межремонтный ресурс* — это расчетное время между плановыми остановками на ремонт, *остаточный ресурс* — расчетное время до полного разрушения.

В роторах и корпусах турбин перепады напряжений у поверхности концентраторов напряжений могут достигать $0,5 \sigma_t$. Поэтому важнейшей составной частью решения проблемы расчета их ресурса является создание набора надежных программ, по которым на ЭВМ с приемлемой для инженера точностью (скажем, не менее 10 %) можно определять напряжения, деформации и, конечно же, коэффициенты интенсивности напряжений в элементе конструкции с растущей трещиной. Расчет напряженно-деформированного состояния с учетом пластичности и температурных эффектов очень сложен, но его можно успешно провести, например, методом конечных элементов, который мы кратко обсудили в § 15. Этот метод лежал и в основе наших расчетов ресурса деталей турбин. Конечноэлементная схема расчета ротора паровой турбины ТЭС очень похожа на вышеприведенную схему расчета ротора газовой турбины (рис. 58 и 59). На рис. 120, изображающем часть корпуса стопорного клапана турбины, можно увидеть, что здесь используются те же принципы встраивания фрагментов сетки, содержащих трещину, в сетку конечных элементов, моделирующую бездефектный объект.

Конечноэлементные расчеты ротора позволяют нам получить зависимости жесткостных (или электрических) характеристик и коэффициента интенсивности напряжений от относительных размеров трещины, геометрии и схемы нагружения. Эти зависимости позволяют оценить допустимое число циклов нагружения до возникновения макротрещины и допустимое число циклов нагружения на стадии ее медленного развития до момента хрупкого разрушения, с одной стороны, и организовать эксплуатационную диагностику ротора, с другой. Для диагностики очень удобен, например, так называемый метод *вибродиагностики*, позволяющий по измерениям собственных частот и форм колебаний контролировать рост скрытых трещин.

Математический эксперимент по определению межремонтного ресурса корпусных элементов дополняется натурным экспериментом. В том месте, где корпус имеет минимальный запас прочности, перпендикулярно линии действия максимального растягивающего напряжения делается искусственный надрез. Глубина его имеет порядок размера пластической зоны, длина в 2—10 раз больше глубины, радиус основания надреза не превышает 0,1 мм. Деталь с таким искусственным надрезом эксплуа-

тируется в условиях реальной ТЭС, разумеется, при постоянном контроле размеров трещины дефектоскопическими методами. Ресурс считается исчерпанным, если глубина трещины достигнет величины примерно в 45—65 % толщины стенки. Этот критический размер определен опытным путем, причем установлено, что удаление

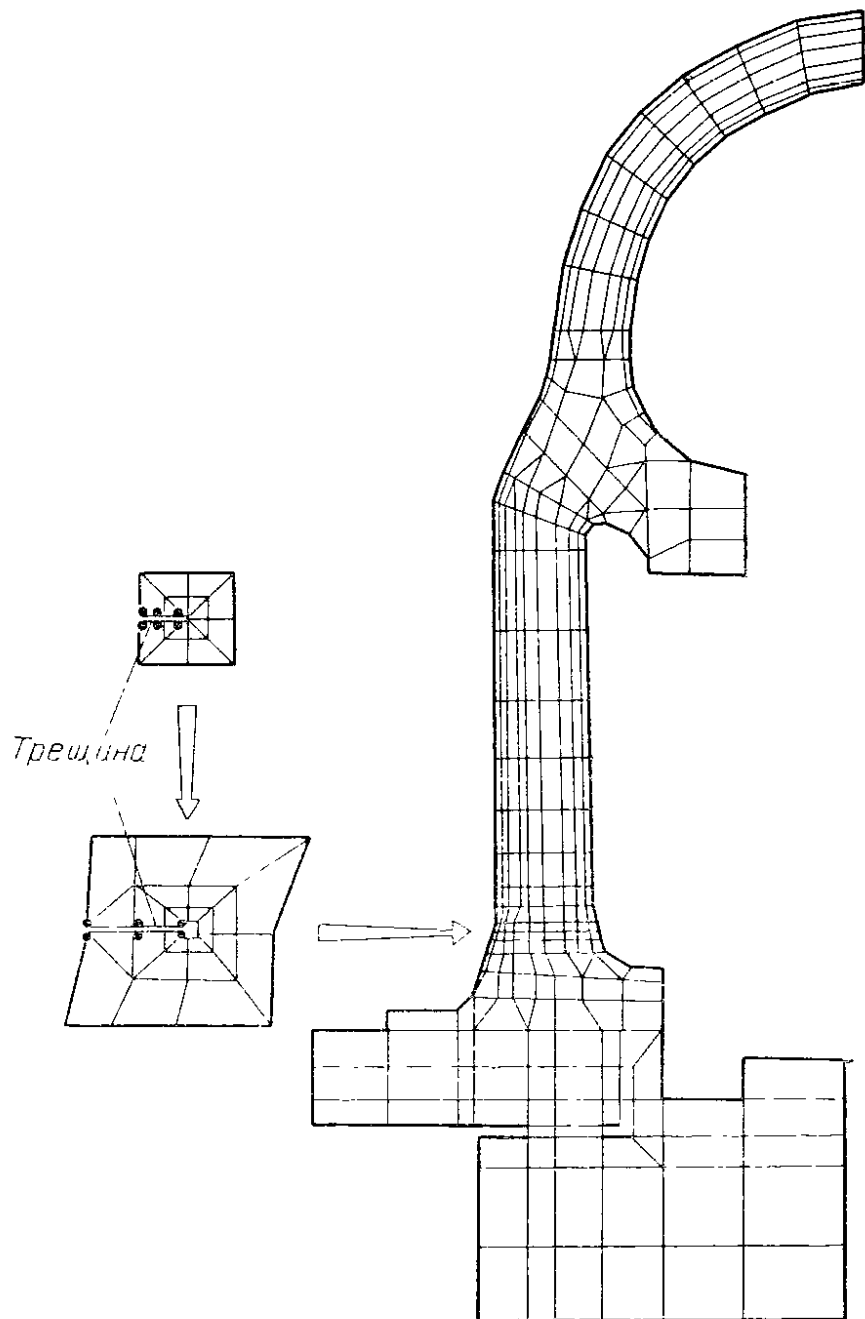


Рис. 120. Конечноэлементная модель корпуса стопорного клапана, содержащая трещину

трещины такого размера даже с последующей заваркой не гарантирует от возможности хрупкого разрушения детали. В результате синтеза результатов натурного и математического эксперимента возникает более надежная методика определения ресурса реальных массивных де-

талей с макродефектами, работающих в сложных условиях.

Параметры, описывающие процесс устойчивого развития трещины (например, константы в законе Париса), могут определяться в полунатурных термомеханических испытаниях специальных образцов, а вот параметры тре-

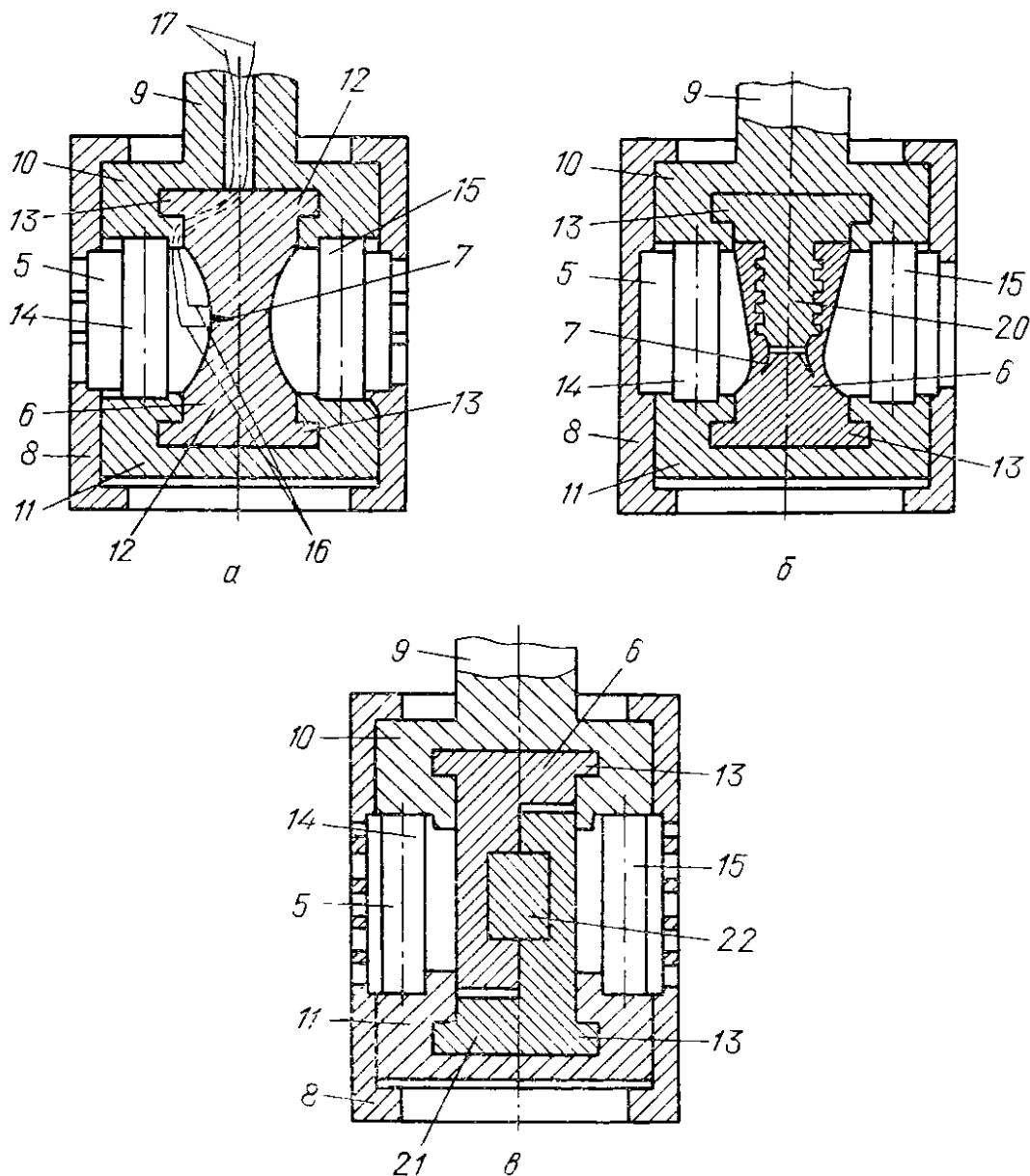


Рис. 121. Образец-свидетель для уточнения скорости развития коррозионных повреждений элементов ротора. *а* — образец из металла эксплуатировавшегося ротора, содержащий коррозионные повреждения; *б* — образец, моделирующий соединение хвостика лопатки с диском ротора; *в* — образец, моделирующий шпоночное соединение диска с валом. 5 — датчик повреждения, 6 — образец-свидетель; 7 — дефект; 8 — перфорированный кожух; 9 — съемный установочный шток, закрепленный в корпусе; 10, 11 — захваты; 12, 13 — выступы на образце; 14, 15 — распорные стойки; 16, 17 — электроды и провода для контроля за развитием дефекта методом электропотенциала, соединенные с источником тока и потенциометром; 20 — модель хвостика лопатки; 21 — модель зоны посадки шпопки в вал ротора; 22 — модель шпопки

щипстойкости оказывается удобнее и надежнее определять не на стандартных образцах, а расчетом, исходя из размеров наиболее опасных дефектов, обнаруженных при ремонте энергоустановок. Такой метод обследования натурных конструкций позволяет получить более обоснованную оценку*) трещиностойкости, учитывающую наличие ремонтных заварок, агрессивных сред, особенностей реального цикла нагружения и т. д.

Для определения трещиностойкости роторов паровых турбин весьма перспективной оказалась установка образцов-свидетелей (рис. 121). Такие образцы содержат усталостную трещину, ориентированную в наиболее опасном направлении. Конструкция образца, устанавливаемого в исследуемую зону ротора (например, в центральную полость), должна обеспечивать в нем те же термомеханические нагрузки, что в исследуемой зоне. Специальные датчики выполняют постоянный контроль состояния образца-свидетеля в ходе эксплуатации турбины. Полное разрушение образца не сказывается на надежности работы энергоустановки.

Достижения механики разрушения помогают не только в прогнозе ресурса турбин, но и в разработке способов восстановления ресурса роторов в ходе капитального

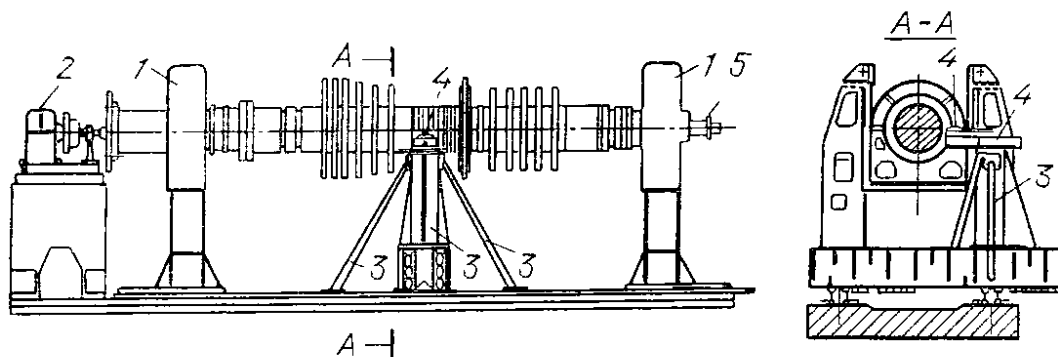


Рис. 122. Устройство для восстановления ресурса роторов: 1 — опоры ротора; 2 — тихоходный (4 об/мин) привод для механической обработки ротора; 3 — стойка для установки суппорта и шлифовального устройства; 4 — суппорт; 5 — фиксатор осевого положения ротора

ремонта после каждых 60—100 тысяч часов эксплуатации, а также конструктивных мер увеличения остаточного ресурса роторов и корпусов турбин. Без теоретических расчетов и дефектоскопических исследований нельзя обоснованно определить, например, толщину повреж-

*) Как правило, метод дает пинжную оценку, ведь обследуются не окончательно разрушенные детали турбин.

денного поверхностного слоя, подлежащего снятию на специальном устройстве (рис. 122). Теоретические расчеты позволили предложить устройство специальных Т-образных разгружающих полостей для снижения осевых температурных напряжений в наиболее опасных зонах или систему оптимального регулирования таких напряжений путем обогрева фланцевых соединений корпуса.

Успеха в решении сложной проблемы увеличения безопасной эксплуатации роторов и корпусных элементов турбин ТЭС удалось достичь только в результате комплексного использования методов механики разрушения в сочетании с натурными и полунатурными испытаниями, диагностическими методами и рядом схемных и конструктивных решений.

§ 30. Механика разрушения и неразрушающие испытания

В январе 1986 г. практически сразу после старта трагически погиб американский космический корабль «Челленджер» с семью астронавтами на борту. Картина взрыва потрясла всех, кто смотрел телевизионный репортаж, совпавший для меня еще с одним обстоятельством — случившееся показалось ужасной иллюстрацией к докладу, который мы буквально накануне обсуждали на научном семинаре. В нем речь шла о разрушении тела с трещинообразной полостью, внутри которой в результате горения повышается давление газа. Решение подобных задач связано с моделированием повышения давления и даже внезапным разрушением твердого топлива в ракетном двигателе. Твёрдотопливные двигатели, а именно такие ускорители работали на «Челленджере», могли выйти на нерасчетный режим и даже взорваться*), если в твердом топливе были трещиноподобные дефекты недопустимых размеров. В процессе прогара топлива фронт горения пламени достигает края дефекта и горение быстро охватывает всю полость дефекта. Так как выход продуктов сгорания через узкое входное отверстие (конец трещины) затруднен, то в полости повышается давление. Суммирование таких же эффектов, имеющих место в других трещинах, может привести к резкому повышению давления в твердом топливе, потере устой-

*) Сейчас наиболее распространенная версия катастрофы — наличие низкой температуры, потеря упругости и быстрый прогар уплотнителя.

чивости горящих трещин и взрыву с отрывом оболочки, содержащей твердое топливо. Язык пламени может перекинуться на соседние баки твердотопливных ускорителей, и произойдет непоправимое.

Для получения безопасных оценок в этой сложной проблеме приходится уравнения теории трещин комбинировать с уравнениями газовой динамики, преодолевать всевозможные математические трудности, но результат получается примечательным: для каждого конкретного вида твердого топлива можно указать предельный допустимый размер технологического дефекта, превышение которого может привести к взрыву. Контролем твердого ракетного топлива на отсутствие опасного дефекта должны заниматься специалисты по дефектоскопии или неразрушающему контролю. О трудностях, стоящих перед ними не в техническом, а прежде всего в принципиальном плане, мы и поговорим ниже.

Развитие современной техники и технологии немислимо без самого широкого использования неразрушающих испытаний. В неразрушающих испытаниях пользуются физическими методами, которые не наносят материалу дополнительных повреждений. Таких методов существует очень много, но самый старый из них, один из лучших и простейших — это визуальный метод. Им пользуются в обувном магазине, когда рассматривают пару ботинок перед покупкой, и если освещение достаточно, то можно успешно обнаружить поверхностные дефекты. Этот метод незаменим для авиатехников — при подготовке самолета они должны тщательно осматривать шасси, поскольку острые камешки, вылетающие из-под колес, могут повредить поверхность стоек. Последствия развития коррозионных трещин в условиях сильной влажности, больших перепадов температур и ударных нагрузок нетрудно себе представить. Если же необходимо обследовать недоступные для непосредственного наблюдения те или иные области изучаемого тела, то в наше время широко используется электронная микроскопия и волоконная оптика.

В арсенале специалистов по неразрушающему контролю есть и более изощренные методы: тепловые, радиоактивные, акустические, электромагнитные, голографические и т. д. Современная дефектоскопия дает возможность достаточно надежно и быстро обнаруживать дефекты материала, в том числе и внутренние, определять их вид, размеры, расположение. Большое значение имеют не

только разрешающая способность приборов и квалификация персонала, но и знание технологии изготовления, а также условий эксплуатации элемента конструкции. Дефекты могут быть собственными (включения в металле, расслоения в композите), появиться при изготовлении (непровары и трещины в сварных швах), а могут образоваться в процессе эксплуатации изделия (усталостные и коррозионные трещины). Для успешного выявления дефектов, конечно же, необходимо представлять, что нужно искать и где следует искать.

Однако при всем его могуществе у неразрушающего контроля есть слабое место. Дефект обнаружен, и что же дальше: оставить его без внимания, продолжить рабочий процесс, но периодически повторять контроль, остановить процесс и начать ремонт конструкции, а может быть, списать ее? С выдачей таких рекомендаций у специалистов по неразрушающему контролю возникают затруднения, хотя вопросами целостности конструкции они озабочены чрезвычайно. Почему, например, поверхностные механические надсечки для стальной детали не существенны, но катастрофичны для детали из бериллия? Вы, уважаемый читатель, уже можете подсказать, кто же мог бы помочь в данном вопросе, — конечно же, специалисты по механике разрушения. Они в силах установить, опасен ли обнаруженный дефект для заданного уровня рабочих нагрузок, как скоро дефект может вырасти до опасного размера, какие меры следует принять для предотвращения катастрофического разрушения, на каком уровне нагрузок безопасна эксплуатация дефектного элемента конструкции.

Попробуем на простейших примерах пояснить возможности взаимодействия неразрушающего контроля и механики разрушения. Ограничимся линейной механикой разрушения, широко используемой в инженерной практике. Методы неразрушающего контроля конкретизировать не будем, считая, что используемые средства дефектоскопии позволяют достоверно обнаружить и установить размеры имеющихся трещин, если они превышают некоторый предельный размер, определяемый разрешающей способностью приборов.

Анализ целостности элемента конструкции предполагает проведение расчета его напряженного состояния и установление связи между внешними нагрузками и максимальными внутренними напряжениями. Традиционный прочностной расчет, как нам известно, признает конструк-

цию приемлемой, если эти максимальные напряжения не превосходят предела прочности материала или предела текучести с учетом подходящего коэффициента запаса.

В простейшей конструкции, вроде рассматривавшейся еще Галилеем (рис. 123), жестко заделанная одним концом в стену консольная балка удерживает груз P ,

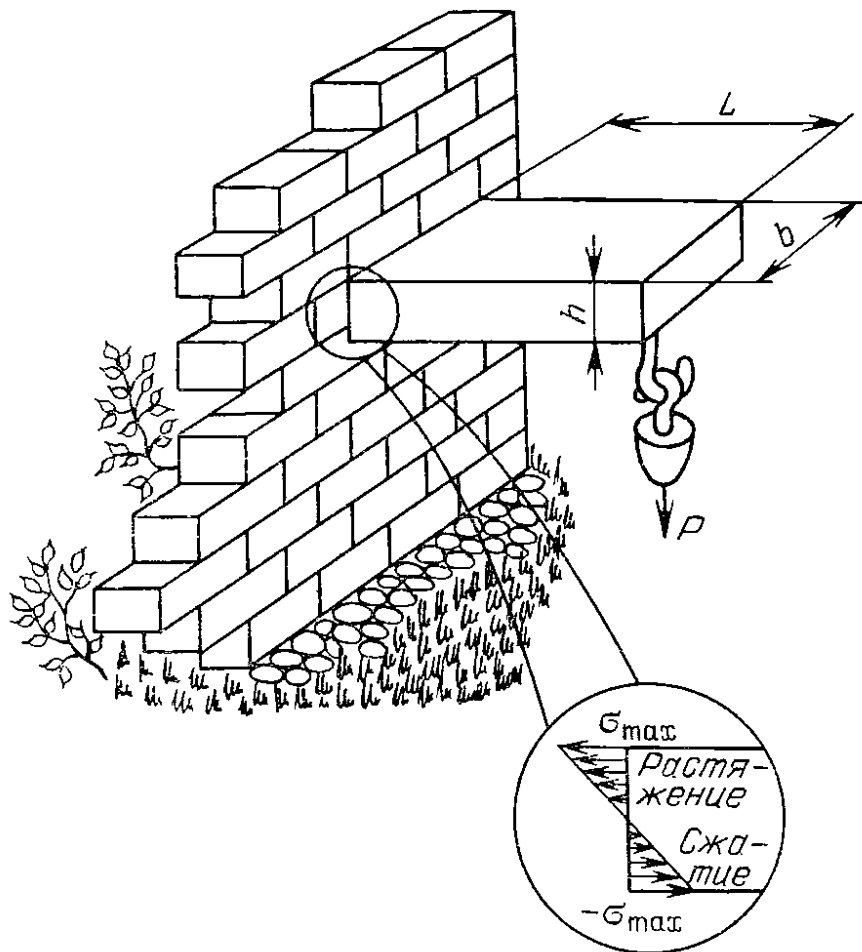


Рис. 123. Жестко заделанная консольная балка, удерживающая груз P . Показаны напряжения в наиболее опасном сечении у места заделки

подвешенный на свободном конце. Самые большие растягивающие напряжения будут действовать на верхней стороне балки у ее заделанного конца. Согласно технической теории изгиба, описанной в любом учебнике по сопротивлению материалов,

$$\sigma_{\max} = \frac{6PL}{bh^2}, \quad (98)$$

если L , b и h — соответственно длина, ширина и высота балки прямоугольного сечения. Считается, что балке при данной нагрузке P ничего не угрожает, если

$$\sigma_{\max} < \sigma_T/n, \quad (99)$$

где σ_T — предел текучести материала (для хрупких материалов, вроде камня, берется предел прочности), n — коэффициент запаса, который учитывает неточность изготовления, разброс свойств материала и т. д. Коэффициент запаса узаконен отраслевыми нормами (в строительных металлоконструкциях, например $n \approx 1,5$) и отражает практический опыт эксплуатации конструкций.

Итак, классическая теория сопротивления материалов ограничивает сверху несущую способность балки следующим пределом:

$$P < \sigma_T \cdot \frac{bh^2}{6Ln}. \quad (100)$$

Реальная конструкция всегда содержит дефекты (как уже говорилось, дефекты самого материала и дефекты, возникшие при изготовлении и эксплуатации), и только

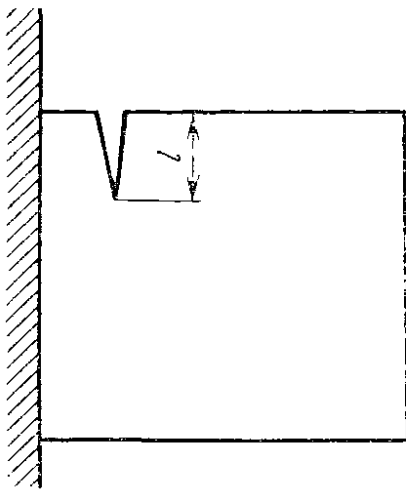


Рис. 124. Трещина длины l в наиболее опасном сечении балки

что полученные оценки в принципе должны быть дополнены расчетом на безопасность от возможного хрупкого разрушения. Здесь мы обязаны вести себя как разумные консерваторы, а поэтому следует предположить, что наиболее опасный дефект — трещина длины l появилась в наиболее опасном месте — на поверхности балки у места ее заделки в стену, т. е. там, где растягивающие напряжения максимальны (рис. 124). Величина l определяется по-разному: если речь идет об ана-

лизе конкретной дефектной конструкции, то l — длина, измеренная дефектоскопическими приборами, если же мы хотим установить технические требования к методам неразрушающего контроля ответственного изделия, то l определяется разрешающей способностью прибора.

При определении коэффициента интенсивности напряжений для трещины малой глубины мы можем воспользоваться соответствующей формулой (табл. 2)

$$K_I = 1,12 \sigma_{\max} \sqrt{\pi l}. \quad (101)$$

По критерию Ирвина эксплуатация конструкции будет безопасной, если

$$K_I < \frac{1}{m} K_{Ic}, \quad (102)$$

где K_{Ic} — вязкость разрушения, а m — еще один коэффициент запаса. Оценку безопасной (с позиций линейной механики разрушения) эксплуатационной нагрузки мы получим, подставив (98) и (101) в формулу (102):

$$P < \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi l}} \frac{bh^2}{6,72mL}. \quad (103)$$

Отметим, что геометрические размеры балки присутствуют в формулах (100) и (103) совершенно идентичным образом, то же можно сказать и о прочностных характеристиках материала σ_x и K_{Ic} . Однако в (103) содержится новый физический параметр — размер трещиноподобного дефекта. Это как раз та ниточка, которая связывает механику разрушения и дефектоскопию. Она-то и выводит специалистов по неразрушающему контролю из леса полуэмпирических заключений на упомянутую в предисловии к книге тропу, по которой можно выйти на

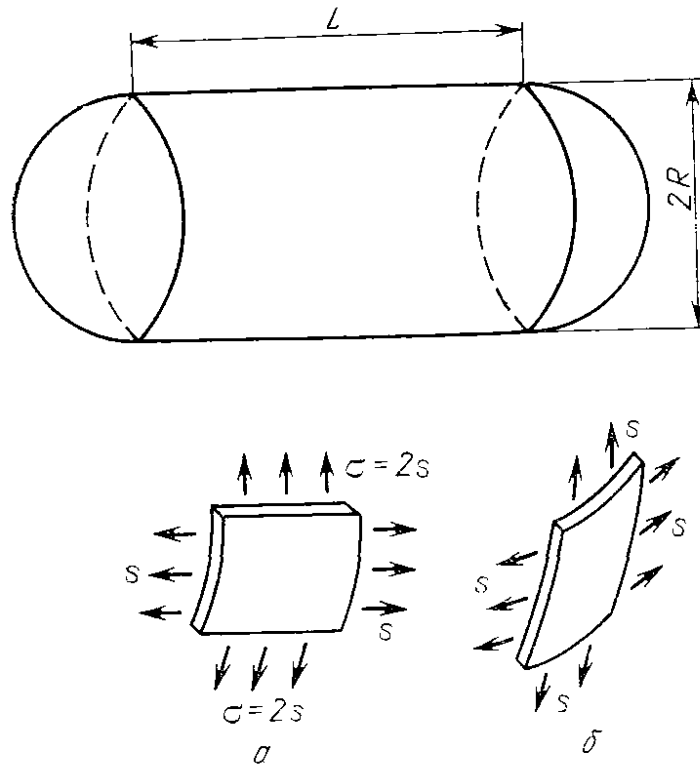


Рис. 125. Расчет напряженного состояния тонкостенного цилиндрического сосуда с полусферическими доньями; а) — элемент цилиндрической стенки, б) элемент полусферического донья

гребень и увидеть справа гору — диктуемое практикой требование безопасности и надежности.

В качестве другого примера приложения механики разрушения для анализа результатов дефектоскопии можно назвать сосуды давления. Рассмотрим тонкостенный цилиндрический сосуд с полусферическими доньями (рис. 125), заполненный газом или жидкостью под дав-

лением p . Пусть длина его цилиндрической части L , радиус цилиндра и доньев R , толщина стенок сосуда h (h мала по сравнению с R). С помощью простого расчета методами сопромата устанавливаем, что напряжения в стенках сосуда распределены равномерно, причем напряжения в сферических доньях и осевые напряжения в стенках цилиндра $s = pR/2h$, а окружные напряжения в стенках цилиндра вдвое больше $\sigma = 2s = pR/h$. Это — максимальные напряжения, и разрушится наш сосуд, очевидно, лопнув вдоль осевой линии. В подтверждение этого все лекторы обязательно приводят пример с сосисками, у которых при варке разбухает содержимое и шкурка всегда лопается в продольном, а не в поперечном направлении.

Условие прочности (99) приводит к следующему ограничению безопасных рабочих давлений:

$$p < \frac{h}{nR} \sigma_T. \quad (104)$$

Наиболее опасными для данного сосуда будут, разумеется, поверхностные трещины, расположенные вдоль оси цилиндра. Коэффициент интенсивности напряжений для длинной, но неглубокой трещины можно получить из формулы (101), подставив туда $\sigma_{\max} = pR/h$:

$$K_I = 1,12 \frac{pR}{h} \sqrt{\pi l}. \quad (105)$$

Безопасное рабочее давление для сосуда с таким дефектом определяется критерием Ирвина (102):

$$p < \frac{h}{mR} \cdot \frac{K_{Ic}}{1,12 \sqrt{\pi l}}. \quad (106)$$

Заметим, что поверхностные трещины образуются, как правило, на внутренней поверхности трубы под действием усталости или коррозии. Иногда пытаются несколько уточнить расчет, приняв во внимание непосредственное давление газа или жидкости на берегах трещины, для этого в (101) нужно подставлять не pR/h , а $p(1 + R/h)$. Существенно ли это — зависит от величины R/h , но обычно для тонкостенных сосудов она превышает 10, и данная поправка не принципиальна.

Для выбора того или иного дефектоскопического метода существенен вопрос об определении l_c — критического размера дефекта, исходя из известных условий эксплуатации элемента конструкции. В случае рассматри-

ваемого цилиндрического сосуда l_c определяется из условия достижения равенства в формуле (106):

$$l_c = 0,254 \left(\frac{hK_{Ic}}{m\rho R} \right)^2. \quad (107)$$

Если сосуд находится под давлением, определенным по классической теории прочности, т. е. при $\sigma_{\max} = \sigma_T/n$, то

$$l_c = 0,254 \left(\frac{n}{m} \right)^2 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2. \quad (108)$$

Этот критический размер пропорционален параметру $(K_{Ic}/\sigma_T)^2$, имеющему размерность длины. Как Вы, наверное, помните, он связан с размером похожей на собачью кость пластической зоны у вершины трещины.

Для обеспечения надежности конструкции важно иметь возможность с большой вероятностью обнаруживать трещины прежде, чем они достигнут критического размера. Условия (107) и (108) необходимо учитывать при выработке технических требований, предъявляемых к неразрушающему контролю. Насколько критические длины разнятся в различных материалах, можно представить, сопоставляя значения $(K_{Ic}/\sigma_T)^2$. Например, для типичной стали, используемой в сосудах давления ядерных силовых установок, эта величина составляет примерно 140 мм, а для высокопрочной авиационной стали имеет порядок 1 мм. Приблизительно так соотносятся критические длины трещин, следовательно, и к выбору метода контроля подход будет различный.

От неразрушающего контроля мы ждем не только надежного определения размера, но и места расположения дефектов. Сравним критические размеры краевой и внутренней трещины в растягиваемой толстой пластинке (рис. 126). Для краевой трещины

$$K_I = 1,12 \sigma \sqrt{\pi l},$$

для внутренней же

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi \frac{l}{2}}.$$

Будем считать, что критическая длина трещины определяется условием $K_I = K_{Ic}$, а вязкость разрушения одинакова и в середине пластинки, и на ее краях, поэтому,

$$K_{Ic} = 1,12\sigma \sqrt{\pi l_c^{\text{краев}}} \quad \text{и} \quad K_{Ic} = \sigma \sqrt{\pi \frac{l_c^{\text{внутр}}}{2}},$$

откуда

$$l_c^{\text{внутр}} = 2,51l_c^{\text{краев}}.$$

Более опасным всегда будет появление краевой трещины.

От неразрушающего контроля конструкторы требуют не только сведений о размере и расположении, но и о форме дефекта. Поясним важность такого требования примером сосуда давления, в котором имеется несквозная трещина на внутренней поверхности

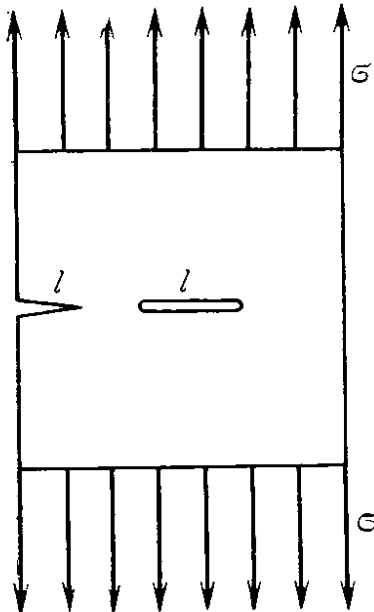


Рис. 126. К сравнению критических размеров для краевой и внутренней трещин в растягиваемой пластинке

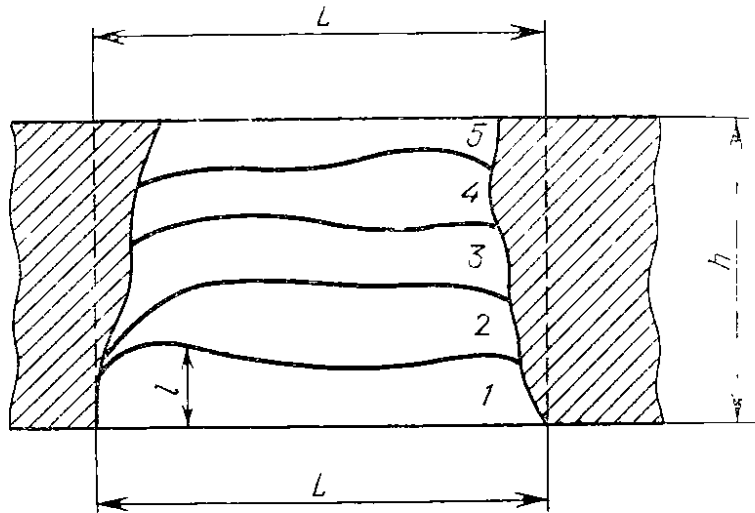


Рис. 127. Последовательные стадии прорастания (1—2—3—4—5) начальной трещины (1) на внутренней стороне сосуда и превращение ее в сквозную трещину (5) длины L (схема)

стенки (рис. 127). За счет циклических процессов или коррозии под напряжением эта трещина может расти и достичь внешней поверхности сосуда. Начнется утечка содержимого через образовавшуюся сквозную трещину, что дает возможность ее обнаружить. Этой возможностью мы сумеем воспользоваться, если размер сквозной трещины ниже критического, и пока она дорастет до опасного состояния, будет время приостановить эксплуатацию и принять меры для ремонта. Сосуд, спроектированный таким образом, удовлетворяет требованию *утечки перед разрушением*, что является обязательным, например, при проектировании сосудов в ядерных установках. Критическое состояние исходной внутренней несквозной трещины можно грубо оценить по формуле (107). Если длина образовавшейся затем сквозной трещины имеет порядок длины исходного дефекта L , то условие ее

устойчивости (течи перед разрушением) записывается так:

$$\sigma \sqrt{\pi \frac{L}{2}} = \frac{pR}{h} \sqrt{\pi \frac{L}{2}} < K_c, \quad (109)$$

т. е.

$$L < L_c = \frac{2}{\pi} \left(\frac{h}{pR} \right)^2 K_c^2.$$

Если в (107) взято критическое значение K_{Ic} для плоской деформации, то в (109) лучше брать K_c для плоского напряженного состояния, ведь сосуд тонкостенный.

Вообразим себе дисплей, на котором отображается форма трещины, находящейся в поле зрения дефектоскопа (рис. 128). Совместив ее изображение с критическим прямоугольником $l_c \times L_c$, мы увидим, что трещина

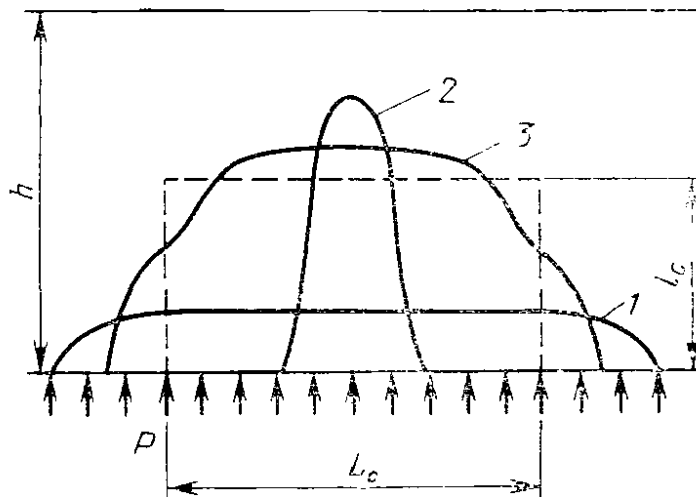


Рис. 128. Трещина (1) устойчива, трещина (2) неустойчива, но она превращается в сквозную устойчивую трещину, трещина (3) абсолютно неустойчива

1 устойчива, ее глубина меньше критической l_c , трещина 2 неустойчива — она проскочит на внешнюю поверхность, но там остановится, и мы успеем вызвать ремонтную бригаду. И только дефект 3 абсолютно опасен. Сосуд с таким дефектом ни в коем случае нельзя ставить под рабочую нагрузку. С подобным анализом могут столкнуться не только специалисты по неразрушающему контролю, но и специалисты, изучающие по виду поверхностей излома причины аварий, по об этом речь пойдет в следующем параграфе. Мы же в заключение приведем более реальный пример использования механики разрушения для обоснования процедуры дефектоскопического контроля.

Допустим, что требуется установить периодичность дефектоскопического контроля плоской растягиваемой детали, имеющей форму широкой полосы с центрально расположенной трещиной. Материал детали — сталь А588 ($\sigma_T = 350 \text{ Н/мм}^2$, $\sigma_B = 490 \text{ Н/мм}^2$), толщина детали $t = 38 \text{ мм}$. Вязкость разрушения принимаем равной $K_c = 6400 \text{ Н/мм}^{3/2}$ (при заданной толщине), вязкость разрушения при плоской деформации $K_{Tc} = 3900 \text{ Н/мм}^{3/2}$. Пусть нагрузка циклически изменяется с периодом, равным одному часу. Максимальное напряжение цикла прием равным $\sigma_{\max} = 0,8\sigma_T = 280 \text{ Н/мм}^2$, а минимальное — $\sigma_{\min} = 0$.

Для ориентировочной оценки длины начальной трещины можно принять, что если наличие трещины контролируется при изготовлении детали, то $2l_0 = 3 \text{ мм}$; если во время эксплуатации — неразрушающими методами, то

Т а б л и ц а 4

Результаты испытания детали на долговечность *)

l , мм	Δl , мм	Число циклов	Время, сут
6	—	—	—
12	6	9600	400
24	12	6800	283
48	24	4800	200
l , мм	Δl , мм	Число циклов	Время, сут
96	48	3400	142
166	70	1900	81
Итого		$2,65 \cdot 10^4$	1106

*) В колонках таблицы 4 указаны: текущая длина усталостной трещины l , очередное приращение ее длины Δl (как правило, равное предшествующей длине), а также число циклов или число суток, за которое длина трещины получает указанное приращение.

$2l_0 = 8 \text{ мм}$; если во время эксплуатации визуально, то $2l_0 = 12 \text{ мм}$. Будем в нашем примере считать, что трещина контролируется визуально и, следовательно, $2l_0 = 12 \text{ мм}$ на поверхности детали.

Определим критические размеры трещины для сквозной трещины длиной $2l$. В этом случае $K = \sigma\sqrt{\pi l}$ и со-

ответственно критическая полудлина трещины, определенная из условия $K_{\max} = K_c$, будет

$$l_c = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_c}{\sigma_{\max}} \right)^2 \approx 166 \text{ мм.} \quad (110)$$

Найдем число циклов и время, необходимые для подрастания сквозной трещины от начального размера до критического, интегрируя полученную из эксперимента зависимость для скорости распространения трещины

$$\frac{dl}{dN} = 2,06 \cdot 10^{-13} (\Delta K)^3, \quad \Delta K = K_{\max} = \sigma_{\max} \sqrt{\pi l}. \quad (111)$$

Результаты приведены в табл. 4, откуда следует, что долговечность рассматриваемой детали составляет 1106 суток (при длительности одного цикла нагружения, равной одному часу) и что трещина удваивает свою длину (по отношению к начальной) за время, равное примерно одной трети долговечности. Поэтому имеет смысл назначить шестикратный запас по долговечности для осмотра конструкции и проводить дефектоскопический контроль два раза в год ($1106 : 6 = 184$ суток).

§ 31. Механика разрушения и судебная экспертиза

Существовал ли в конструкции дефект? Явился ли он причиной аварии? Как развивалось разрушение? Кто несет ответственность за дефект? На эти и на другие подобные вопросы должны уметь отвечать специалисты по механике разрушения. Но такие же вопросы интересуют следователя, прокурора и других участников судебного разбирательства дел об авариях. Поэтому-то механики часто привлекаются истцом или ответчиком в качестве судебных экспертов. Ждут от них обоснованных ответов и, как правило, ожидания эти оправдываются. Проблемы, которые приходится решать при этом, несколько похожи на проблемы дефектоскопии, только в отличие от неразрушающего контроля необходимо заглянуть не вперед по времени, а назад. Проиллюстрируем это двумя случаями из судебной практики.

Дело о лопнувшем колесе мотоцикла.

Из протокола с места происшествия:

«Водитель с пассажиром ехал на мотоцикле со скоростью около 80 км/час по прямому участку автострады. Внезапно раздался низкий звук, напоминающий ружейный выстрел, после чего забуксовало заднее колесо. Пас-

сажир упал направо, водителя отбросило также направо. Колесо, проскользнув на правом боку по шоссе, остановилось в 35 метрах от места аварии».

Из результатов обследования разрушенного колеса:

«Из прилагаемой к делу фотографии колеса, сделанной после снятия шины (рис. 129), видно отделение обода от остальной части колеса. Стрелкой на ободу указано

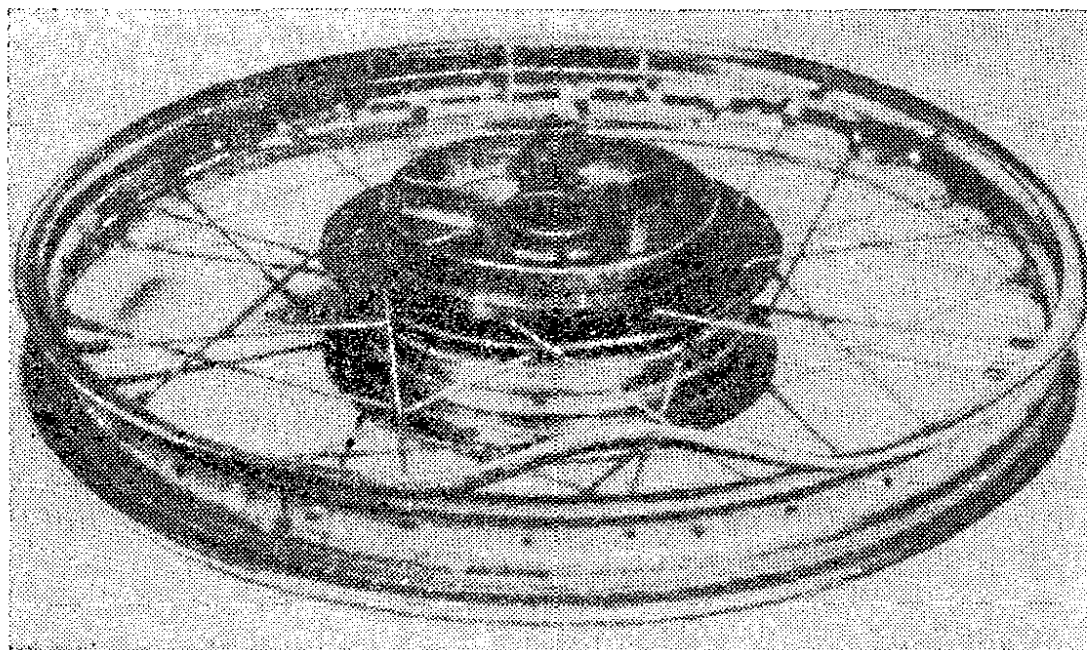


Рис. 129. Общий вид левой стороны колеса мотоцикла. Видно отделение обода от остальной части колеса. Стрелкой указано положение сварного шва

положение сварного шва... Визуальное обследование участка отделения кромки обода от основания наводит на предположение об усталостном разрушении, но оно не может быть признано окончательным, поскольку участок разрушения частично покрыт ржавчиной». «Колесо... было изготовлено формовкой полосы, изгибом ее по окружности и сваркой концов друг с другом. Окалина со шва, вероятно, удалялась шлифованием. После механической обработки и сварки было проведено хромирование». «Микрофотографии (рис. 130, а и б) показывают поперечное сечение обода на месте сварного шва с левой (ведущей) и с правой стороны колеса».

О реконструкции разрушения:

«Разрушение обода развивалось у основания кромки обода из-за усталости, начавшись у сварного шва, к тому же толщина стальной полосы, из которой штамповался обод, уменьшилась приблизительно на 40% (начальная

толщина 1,25 мм, конечная около 0,75 мм), без сомнения, из-за шлифовки, проведенной при удалении окалины. Фото (рис. 130) показывает плохое качество сварки

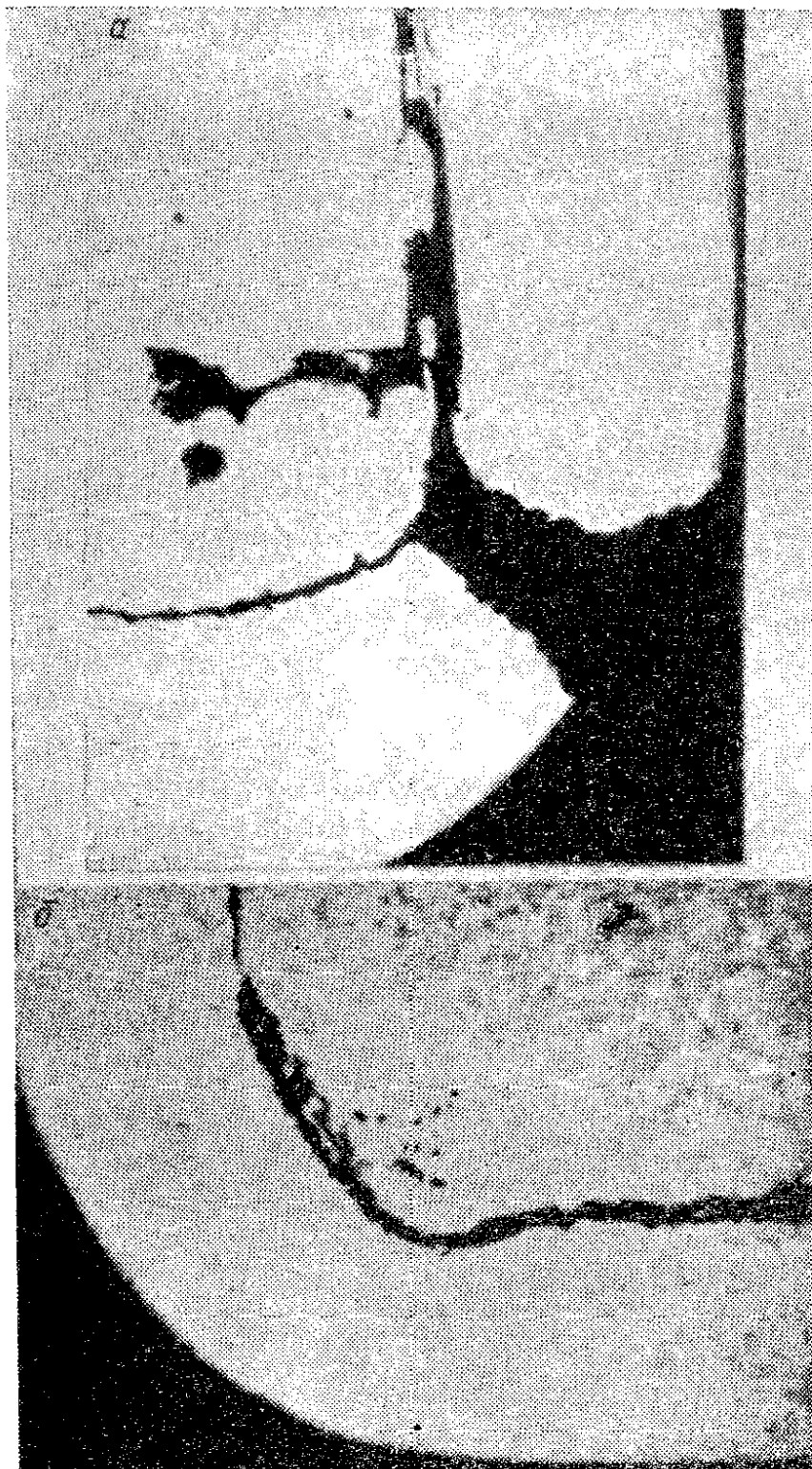


Рис. 130. Поперечное сечение обода на месте сварного шва с левой (а) и с правой (б) стороны, глядя на мотоцикл спереди

и уменьшение толщины металла. Раз стартовав от основания сварного шва, трещина распространялась в окружающем направлении по тонкому металлу, тем более что рез-

кое внутреннее закругление вызвало существенную концентрацию напряжений. Когда обод был значительно ослаблен, кромка отогнулась наружу и была оторвана от основания обода из-за давления воздуха в шине на кромку обода. Край шины больше не удерживался кромкой обода и был вытолкнут наружу. Боковая стенка шины выпятилась, задела при вращении за конструкцию мотоцикла. Из дыры, образовавшейся при этом, в шине выпятилась часть внутренней камеры. Эта часть была сразу же сорвана, и камера взорвалась, что привело к «мгновенному» спуску шины».

Из заключения эксперта:

«Непосредственной причиной разрушения, а следовательно, и аварии несомненно является производственный дефект».

Данный случай был улажен в суде выплатой нескольких тысяч долларов пострадавшим. Не входя в юридические аспекты дела, отмечу, что здесь налицо был грубый дефект изготовления, приведший к скорой аварии (мотоцикл прошел в нормальных условиях не более 4000 км). Если бы причина усталостного разрушения была не столь очевидна (специалисту!), то потребовался бы более тщательный расчет по теориям усталостного роста трещины и сравнение расчетной долговечности и сроков эксплуатации до плановой проверки и ремонта.

Дело об аварии бензовоза.

Из протокола:

«Колесный трактор тянул полуприцеп и цистерну с бензином. Покидая автостраду по закруглению с радиусом около 100 м, водитель притормозил перед указателем остановки, но в этот момент состав перевернулся и загорелся. Пожар полностью уничтожил бензовоз и прицеп, водитель не пострадал».

В результате осмотра на месте происшествия обнаружено, что сломалось прицепное приспособление, а вот тросы безопасности остались невредимыми. Владельцем было возбуждено дело о возмещении ущерба на том основании, что тяговый брус был дефектным и после девяти месяцев эксплуатации вызвал аварию. Главный вопрос, который надо было выяснить в суде, состоял в том, была ли авария вызвана разрушением тягового бруса или же он сам сломался в ходе аварии. Ответить на него предстояло экспертам-специалистам по разрушению, которых наняли истец и ответчик.

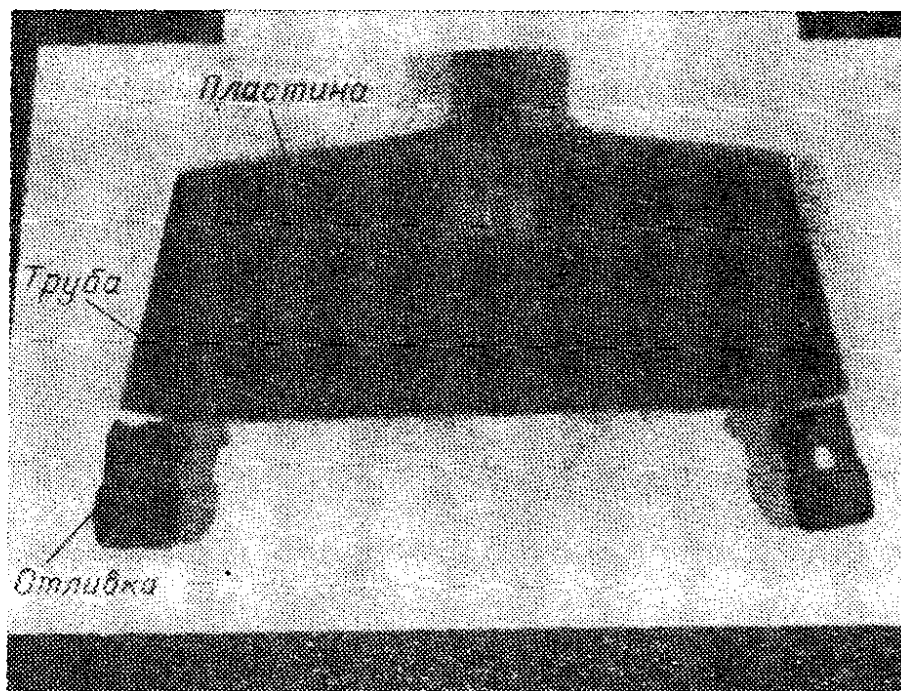


Рис. 131. Общий вид тягового приспособления (примерно в 1/13 величины)

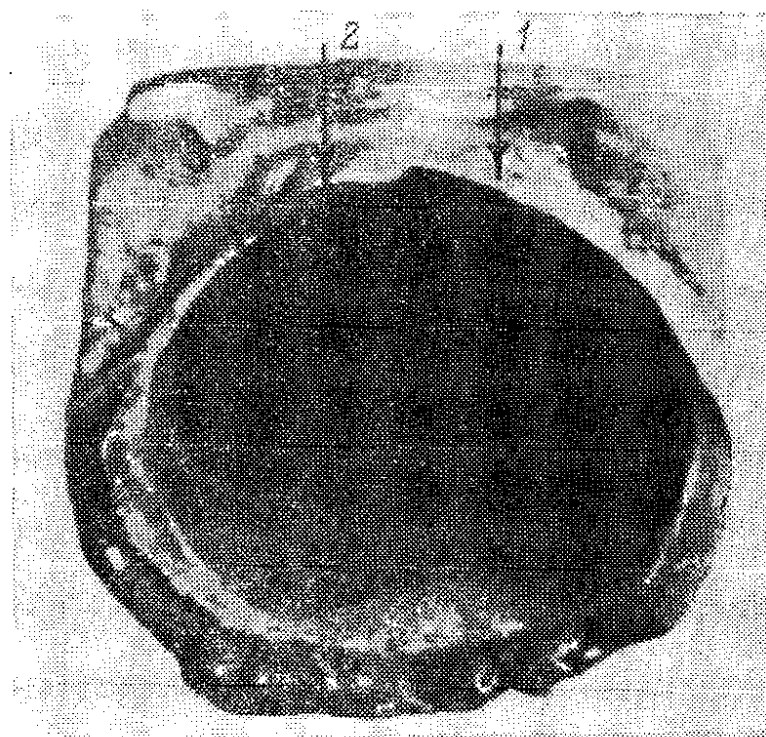


Рис. 132. Поверхность разрушения правой отливки (см. рис. 131). Сварной шов сверху, интенсивное порообразование снизу (примерно в 1/2 величины)

Было выдвинуто две противоположных версии. Версия истца состояла в том, что первой от усталости разрушилась проушина с правой стороны, передняя ось прицепа резко повернулась вправо, ее в этот момент тянул один трос безопасности и левая проушина. Но от увеличившейся нагрузки она разрушилась, и далее прицеп ударил по полуприцепу, перевернул его и за ним опрокинулся и сам.

Прицепное приспособление было сварено из труб, пластин и стальных отливок (рис. 131). Разрыв произошел по месту сварки трубы с отливкой (рис. 132 сверху) и по самой отливке (рис. 132 снизу). Видно, что качество отливки плохое, на рис. 132 внизу видим достаточно крупные поры. В сварном шве (рис. 133) видны

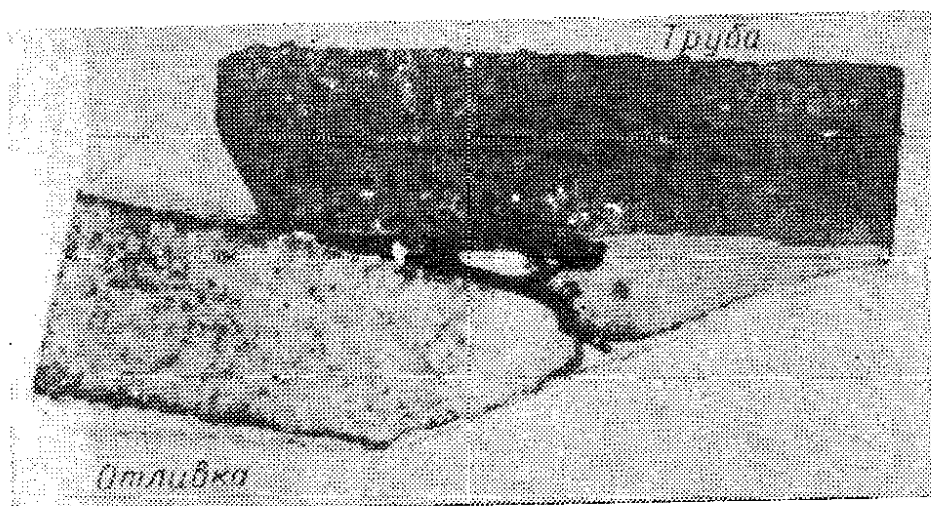


Рис. 133. В сечении сварного шва, соединяющего трубу с правой отливкой, видны непровары (примерно в 1/3 величины)

непровары. По результатам анализа было сделано заключение о том, что низкое качество отливки и сварки послужило причиной разрушения прицепного приспособления.

Эксперт ответчика признал полностью плохое качество отливок и отчасти недостатки сварки. Но он утверждал, что запасы, заложенные в конструкцию тягового приспособления, компенсируют любое снижение эффективной площади несущего сечения. Микроструктурное исследование не выявило изменений в форме зерен, что привело к мысли о разрушении под действием внезапно приложенной нагрузки. По мнению эксперта ответчика, бензовоз был в абсолютно рабочем состоянии в момент съезда с автомагистрали. Он полагал, что водитель двигался

слишком быстро, тем более, что дорожная полиция указывала на возможное превышение скорости, и торможение было слишком резким. Другими словами, опрокидывающие силы, возникшие из-за неспособности водителя вписаться в кривую, с последующей потерей управления при внезапном включении тормозов, уже действовали до того, как разрушалось прицепное приспособление.

Для разрешения противоречий в позициях экспертов было проведено дополнительное изучение. Методами электронной микроскопии была исследована большая часть поверхности разрушения в месте сварки: на рис. 134 дано увеличенное изображение части рис. 132, отмеченной



Рис. 134. Область поверхности разрушения сварного шва, отмеченная стрелкой 1 на рис. 132. Видны усталостные бороздки, образовавшиеся при продвижении фронта усталостной трещины. Увеличение 20 тыс. раз

стрелкой 1. Ясно видны параллельные бороздки усталости, показывающие продвижение фронта трещины за цикл нагружения. На рис. 135 показан другой участок рис. 132, отмеченный стрелкой 2. Черные точки — это продукты коррозии, что говорит о разрушении, начавшемся задолго до аварии. И, наконец, на рис. 136 изображе-

на часть поверхности разрушения левой отливки, разрушившейся вслед за правой. Это типичное разрушение отрывом без каких-либо признаков усталости или коррозии.

Дополнительная экспертиза подтвердила позицию истца, который после трех дней судебных заседаний выиграл процесс и получил компенсацию, хотя и примерно

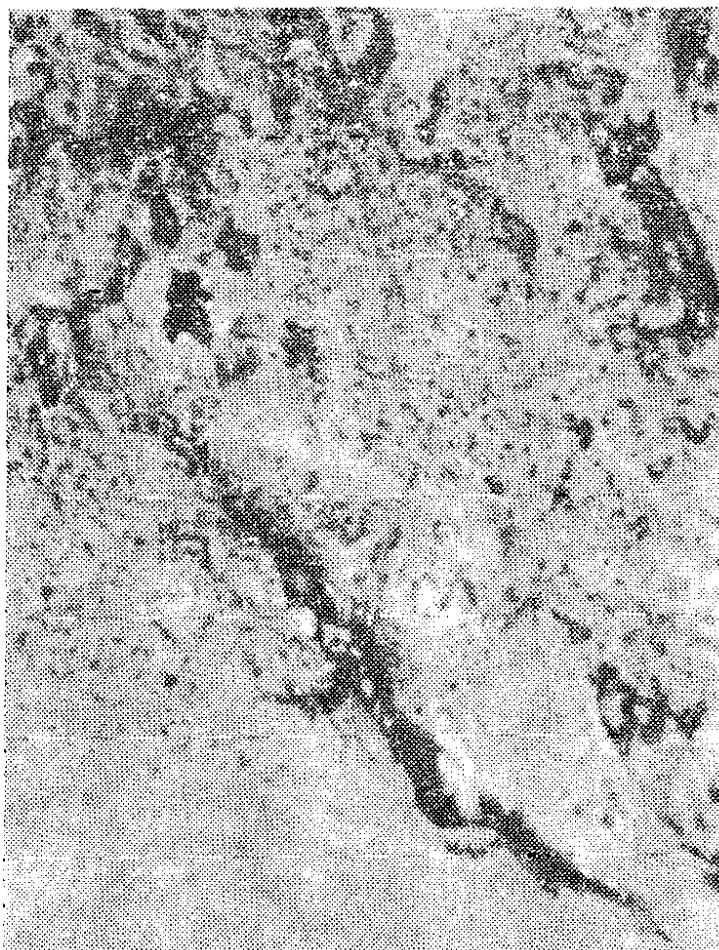


Рис. 135. Область поверхности разрушения сварного шва, отмеченная стрелкой 2 на рис. 132. Черные точки — продукты коррозии — говорят о том, что разрушение началось задолго до аварии. Увеличение 6 тыс. раз

две трети из того, что требовал вначале, но это заслуга адвокатов ответчика, а не вина экспертов.

Отмечу, что и в данном деле экспертиза ограничилась только фрактографическим анализом разрушенных деталей. Безусловно, следы усталостного разрушения — это веский аргумент против изготовителя дефектного прицепа, но следовало бы экспертизу дополнить расчетом критических размеров трещины, что могло бы представить дело несколько в другом свете. Допустим, могло обнару-

житься, что усталостная трещина при обычном уровне нагрузок еще долго росла бы, не достигая опасного состояния, и была бы обнаружена при очередном ремонте, а в рассмотренной аварии произошел хрупкий долом от резкого повышения нагрузок. Так что для ффрактографии,

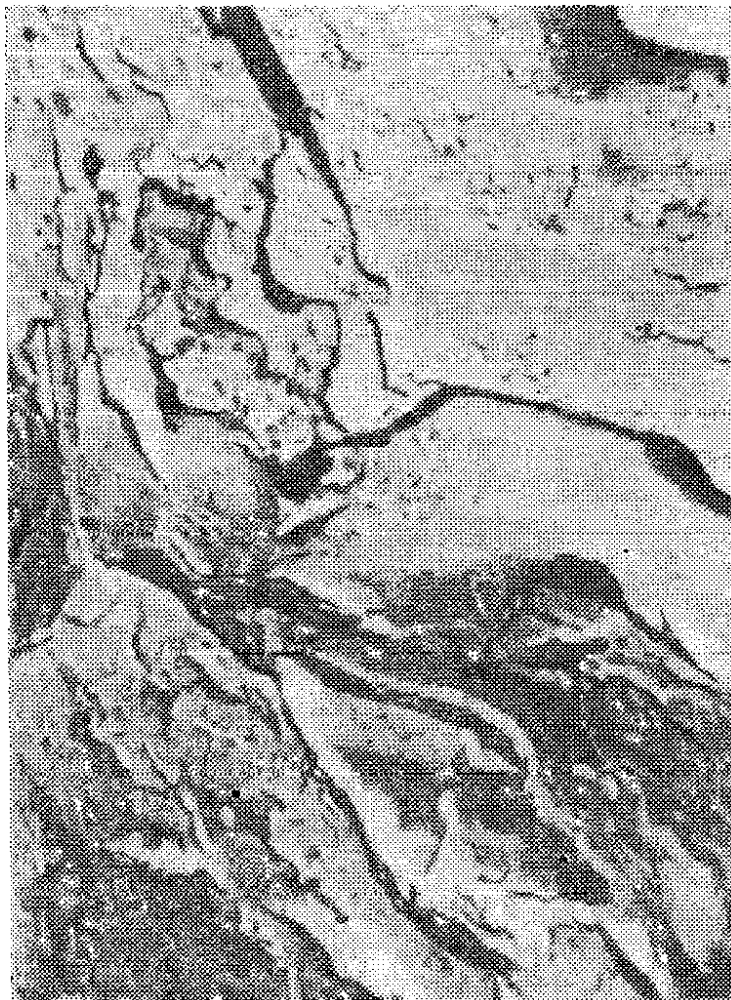


Рис. 136. Поверхности разрушения левой отливки представляют собой типичную поверхность хрупкого разрушения отрывом без признаков усталости или коррозии. Увеличение 6 тыс. раз

как и для неразрушающего контроля, механика разрушения может служить основой не только качественных, но и количественных суждений.

В разобранных примерах причиной разрушений были производственные дефекты, но виноваты в авариях и реклама продукции, и обывательские представления о современной технологии, и масса других ффакторов. Однако гарантией может служить только изготовление и продажа хорошо сконструированных, обоснованно рассчитанных и тщательно изготовленных изделий при условии разумной

эксплуатации, контроля и ремонта. А такие безопасные изделия не только реже ломаются и при авариях влекут за собой меньший ущерб, но и могут быть успешно защищены в зале суда.

§ 32. О полезных для механики аналогиях. Механика разрушения и пробой диэлектриков

Прежде чем познакомить читателя еще с одним сравнительно новым аспектом применения методов механики разрушения, указанном в заглавии, расскажем о некоторых аналогиях, возникающих при моделировании явлений природы. Различные по своему физическому содержанию явления окружающего нас мира при их математической идеализации во многих случаях описываются уравнениями тождественной структуры. Это обстоятельство позволяет установить соответствие между величинами, характеризующими различные физические процессы. Обратимся к примерам. Чтобы сделать рассуждения более краткими, нам придется использовать некоторые дифференциальные уравнения, характеризующие процесс, однако менее подготовленный читатель может не вникать

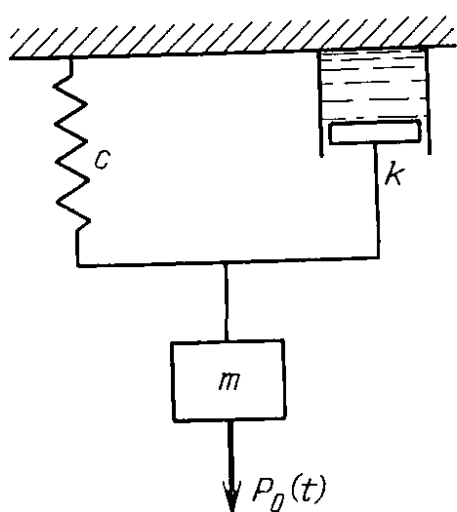


Рис. 137. Механическая колебательная система

в суть формул, так как основное содержание аналогий будет понятно и так. На рис. 137 изображена механическая колебательная система, которая

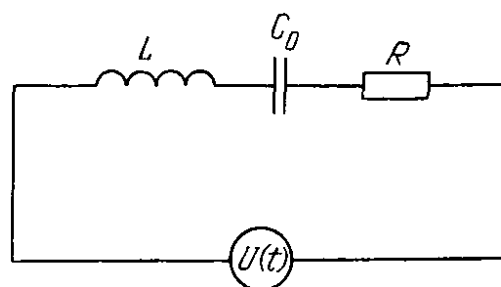


Рис. 138. Электрическая цепь, поведение тока в которой аналогично поведению груза в механической системе, изображенной на рис. 137

состоит из груза массы m , невесомой пружины жесткости c , а также вязкого элемента с коэффициентом трения k . Под действием гармонической силы $P_0(t)$ она совершает вблизи положения равновесия малые колебания. Дифференциальное уравнение колебаний этой системы, записанное для скорости v движения массы m , имеет

ВИД

$$m \frac{dv}{dt} + kv + c \int v dt = P_0 \sin \omega t, \quad (112)$$

где ω — частота колебаний.

На рис. 138 изображена электрическая цепь, состоящая из последовательно включенной катушки индуктивности L , конденсатора емкости C_0 и сопротивления R . При подаче напряжения $U(t) = U_0 \sin \omega t$ колебания в цепи тока i описываются уравнением

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C_0} \int i dt = U_0 \sin \omega t. \quad (113)$$

Сравнивая уравнения (112) и (113), видим их полную аналогию. Это означает, что в рамках принятой идеализации реальных физических процессов различной природы мы можем составить некий «словарь» (см. таблицу 5), с помощью которого описание электрических колебаний можно свести к описанию механических колебаний и наоборот. Отмеченные аналоги носят название

Т а б л и ц а 5

Механические колебания	Электрические колебания
Масса тела m	Индуктивность катушки L
Упругость пружины c	Величина, обратная емкости конденсатора $1/C_0$
Коэффициент трения k	Сопротивление R
Скорость тела v	Сила тока i

электромеханических аналогий и находят широкое применение при изучении колебаний сложных механических систем различных устройств, поскольку позволяют заменить изучение зачастую дорогостоящих механических систем электрическими цепями с дешевым набором конденсаторов, сопротивлений, катушек и провести при помощи доступных физических приборов типа осциллографов, вольтметров и т. п. анализ соответствующей эквивалентной электрической цепи.

Подобные обстоятельства побуждают исследователей устанавливать все новые и новые аналогии между явлениями, которые, на первый взгляд, ничего общего между собой не имеют. Например, что общего между валом, передающим вращательный момент от двигателя совре-

менного морского судна к его гребному винту, и мыльной пленкой? Более тщательный анализ этих различных объектов показывает, что в определенных условиях мыльная пленка может оказать инженеру неоценимую помощь при проектировании не только вала современного морского судна, но и многих других конструкций, которые в процессе эксплуатации подвергаются действию скручивающих нагрузок. Предложенная в 1904 г. знаменитым немецким механиком Л. Прандтлем так называемая *мембранная аналогия*, крайне полезная при изучении проблемы кручения призматических стержней сложного профиля, основана на тождественности математических уравнений, описывающих разные явления.

Представим себе мембрану из однородного материала, натянутую на жесткий контур того же очертания, что и поперечное сечение скручиваемого стержня, и подвергнутую затем равномерному поперечному давлению интенсивности p , малому по сравнению с натяжением мембраны q . Прогиб w мембраны удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = - \frac{p}{q}. \quad (114)$$

Касательные же напряжения, возникающие при кручении стержня, определяются через так называемую *функцию напряжения* U , удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = - 2. \quad (115)$$

Если теперь положить

$$w = \frac{p}{2q} U, \quad (116)$$

то уравнение (114) преобразуется в уравнение (115) и, таким образом, соотношение (116) устанавливает аналогию между мембраной и скручиваемым стержнем и является «ключевым» при составлении «словаря», подобного вышеприведенному. Таким образом, в тех случаях, когда теоретическое определение функции напряжения U для стержня со сложной формой поперечного сечения затруднительно, мембранная аналогия позволяет при помощи экспериментов определить прогибы и по ним судить о функции напряжений и напряжениях, возникающих в стержнях. В качестве совершенной мембраны может быть взята мыльная пленка, в которой постоянная величина натяжения q обеспечивается силами поверхностного

натяжения. Мембранная аналогия с мыльными пленками неоднократно применялась для экспериментального решения многих практически важных задач кручения, а в технику постановки этих экспериментов были внесены некоторые усовершенствования с целью повышения точности определения прогибов. Так, известная каждому с детства мыльная пленка из забавы превращается в руках инженера в изящный экспериментальный метод.

Заметим, что, кроме мембранной аналогии, в теории кручения стержней известны гидродинамические аналогии, а также электродинамическая аналогия. Последняя является следствием той аналогии, которая присуща уравнениям теории упругости и уравнениям стационарных электрических полей в диэлектрических или токопроводящих линейных средах.

В общем случае составить «словарь», позволяющий по решениям электростатических задач получать решение задач теории упругости, затруднительно, однако в ряде частных случаев составление такого «словаря» не представляет труда. Один из таких случаев упомянут выше, а другой связан с антиплоской задачей (см. § 7). Интересно, что с некоторыми оговорками уравнения антиплоской задачи могут быть применены к расчету на сдвиг клевого соединения двух тел. Одним из важнейших примеров применения клеевых соединений являются многослойные конструкции, сочетающие в себе высокую удельную прочность, хорошие теплоизоляционные свойства и находящие применение в авиационной и ракетной технике, судостроении, энергомашиностроении, химической промышленности. При изготовлении многослойных конструкций из-за несовершенства технологических операций или по другим причинам в клеевом соединении возможно появление различных трещиноподобных дефектов.

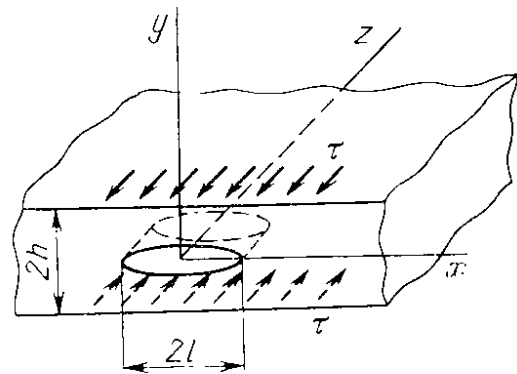


Рис. 139. Трещиноподобный дефект в клеевом соединении

Рассмотрим трещиноподобный дефект, например, пузырь воздуха в толще клея, смоделировав его разрезом (рис. 139). Будем полагать для простоты, что дефект расположен в срединной поверхности клевого слоя толщины $2h$ и имеет бесконечную протяженность вдоль оси z

На поверхностях $x = \pm h$ слоя заданы касательные напряжения, а поверхность дефекта свободна от напряжений. Решение этой задачи также сводится к решению системы уравнений (26), (27). Асимптотические выражения для напряжений τ_{xz} , τ_{yz} и смещения w в малой окрестности у края трещины определяются формулами (44), (45).

Рассмотрим теперь тонкую металлическую пластину, форма которой совпадает с поперечным сечением рассмотренного выше призматического тела (рис. 140, а), предположим, что на двух противоположных ее сторонах

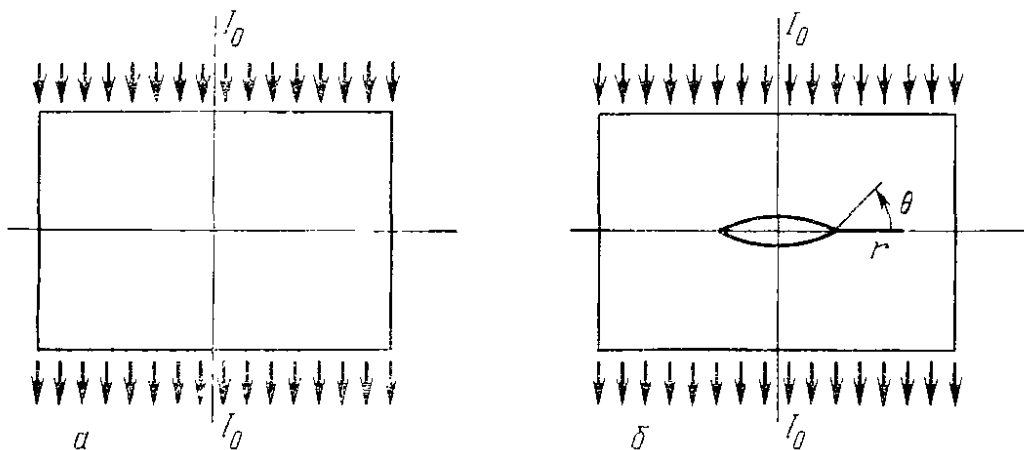


Рис. 140. Пропускание электрического тока через тонкую металлическую пластинку, сплошную (а) или содержащую трещину (б)

задан электрический ток I_0 , причем нас интересует распределение токов в пластине. «Словарь», позволяющий из решений механической задачи получить решение задачи о распределении токов, представлен таблицей 6.

Эта таблица позволяет решение системы (26), (27) преобразовать в решение задачи о распределении токов в пластине без дефектов. А как поведет себя такая же пластинка, но с трещиноподобным дефектом (рис. 140, б)? Читатель, руководствуясь аналогией, ответит, что распределение токов в окрестности края дефекта будет аналогичным распределению напряжений (44), которое возникает в подобной механической задаче (26), (27) с заменой обозначений в соответствии с таблицей.

Таким образом, дефект в токопроводящем листе приводит к концентрации электрических токов, распределение которых у края трещины имеет характерную особенность и пропорционально некоторому коэффициенту K_i , который можно назвать *коэффициентом интенсивности токов*.

Эффект концентрации токов в окрестности края трещиноподобного дефекта используется для торможения

ния трещин в токопроводящих средах. Так, если токопроводящую пластинку с трещиной нагрузить механическими усилиями, перпендикулярными трещине, и пропускать ток, то критическая нагрузка, приводящая к росту

Т а б л и ц а 6

Переменные для механической задачи	Переменные для задачи о токах
<p>Смещение w</p> <p>Напряжения τ_{xz}, τ_{yz}</p> <p>Закон Гука: устанавливает соответствие между деформациями e_{xz}, e_{yz} и напряжениями τ_{xz}, τ_{yz} соответственно; коэффициент пропорциональности 2μ</p> <p>Деформации e_{xz}, e_{yz}</p> <p>При условии, что тело не закреплено, внешние нагрузки должны быть самоуравновешенными</p>	<p>Потенциал электрического поля φ</p> <p>Токи I_x, I_y</p> <p>Закон Ома: устанавливает соответствие между напряженностью электрического поля E_x, E_y и компонентами вектора электрического тока I_x, I_y соответственно; коэффициент пропорциональности σ</p> <p>Компоненты вектора напряженности электрического поля E_x, E_y</p> <p>При условии, что на границе пластинки заданы только токи, имеется дополнительное условие, в соответствии с которым суммарный ток, проходящий через контур пластинки, равен нулю («самоуравновешенность» токов)</p>

трещины, будет большей, чем для такой же пластинки, но при отсутствии токов. Повышение критической нагрузки можно объяснить, если вспомнить, что в токопроводящих пластинках в соответствии с законом Джоуля появляются источники тепла. Так как окрестность трещины является зоной концентрации токов, то плотность джоулевых источников тепла в ней выше, чем вдали. Это приводит к тому, что указанная зона будет нагрета до высокой температуры (вплоть до точки плавления), и, кроме того, в ней возникнут сжимающие напряжения, препятствующие росту трещины.

Близкой к только что рассмотренной задаче о пластинке с током является задача о распределении электростатического поля в плоском конденсаторе (рис. 141). Установить аналогию между этими двумя задачами не

представляет труда, несмотря на очевидное различие между токонесущей и диэлектрической пластинками. В частности, в диэлектрических пластинах осуществляется такое явление, как пробой, т. е. потеря диэлектрических свойств или нарушение электрической прочности.

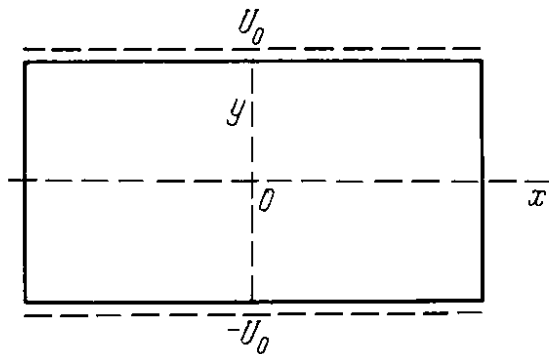


Рис. 141. Плоский конденсатор

С явлением пробоя диэлектриков каждый сталкивается в повседневной жизни. Кто не расстраивался, когда в предвкушении встречи с хорошей телепередачей обнаруживал «безжизненный» телевизор. Одной из возможных причин неисправностей

мог явиться пробой какого-нибудь конденсатора при включении телевизора в электросеть, когда напряжение на его обкладках резко возрастает.

Что же такое пробой диэлектрика или, по-другому, потеря электрической прочности диэлектриком? Ответить на этот вопрос просто и сложно. Просто потому, что каждый из нас имеет интуитивное представление о пробое, а сложно потому, что в литературе по пробое диэлектриков имеется несколько определений этого явления и множество различных физических теорий, объясняющих его. Одно из возможных определений этого явления мы сейчас попытаемся дать.

Известно, что в природе идеальных изоляторов, т. е. сред, которые вообще не проводят токи, не существует. Даже хорошие изоляторы в большей или меньшей степени проводят ток, однако по сравнению с проводниками эти токи в сотни раз меньше. Поэтому применительно к диэлектрикам есть смысл говорить о токах, и, следовательно, для любого диэлектрика или конденсатора мы можем составить, в принципе, его вольт-амперную характеристику. Для простоты ограничимся плоским конденсатором (рис. 141), когда суммарный ток, протекающий через конденсатор, можно сравнительно просто измерить, включив чувствительный амперметр последовательно с конденсатором (рис. 142). Плавно увеличивая напряжение U на клеммах цепи и измеряя ток i и напряжение ΔU на обкладках конденсатора, мы можем построить зависимость тока от напряжения. Качественно такая зависимость представлена на рис. 143. Сначала при напряжении $\Delta U < \Delta U_{пр}$ (участок 1 кривой на рис. 143) ток в

цепи весьма мал и конденсатор сохраняет свои диэлектрические свойства. Дальнейшее увеличение напряжения на обкладках конденсатора приведет к тому, что при $\Delta U > \Delta U_{\text{пр}}$ малое увеличение напряжения будет приводить к значительному увеличению тока (участок 2 на

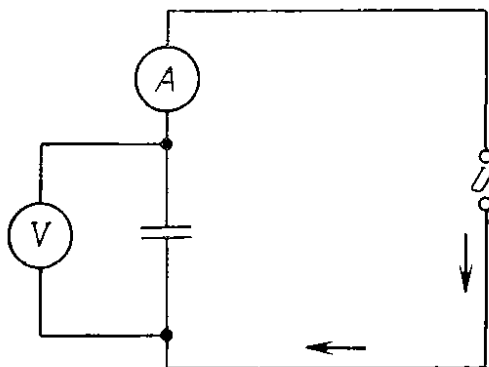


Рис. 142. Электрическая схема, позволяющая измерять суммарный ток, протекающий через конденсатор

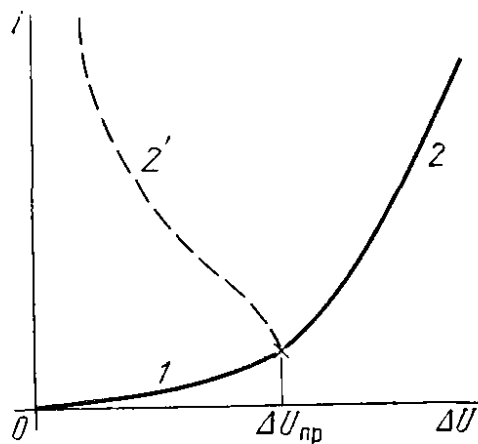


Рис. 143. Вольт-амперная характеристика диэлектрика

кривой рис. 143). Другая ситуация, возникающая при незначительном увеличении напряжения ΔU при достижении предельного значения $\Delta U_{\text{пр}}$, качественно характеризуется кривой 2' на рис. 143. Отметим, что в обоих случаях имеет место резкое увеличение тока, проходящего через диэлектрик.

Если бы электрическое поле в конденсаторе было однородным, а диэлектрик между обкладками идеально однородным, то нарушение электрической прочности происходило бы одновременно во всем объеме диэлектрика. В действительности же ввиду микронеоднородности материала, неидеальности электродов пробой (даже в однородном электрическом поле) наступит в одном, наиболее слабом месте и в диэлектрике образуется токопроводящий канал, соединяющий разноименно заряженные обкладки конденсатора. Следовательно, можно трактовать пробой как «прорастание» токопроводящих поверхностей от одного электрода к другому, не вдаваясь при этом в сам механизм их образования. Такое представление явления пробоя весьма созвучно механике разрушения, где распространение трещины трактуется как увеличение начальной поверхности под действием внешней нагрузки.

Основываясь на этих рассуждениях и учитывая существующую аналогию между задачами механики и электро-

статике диэлектриков, можно ввести понятие коэффициентов интенсивности, характеризующих электростатическое поле у краев электродов, а также в диэлектрике в окрестности концов тонких раскрытых трещин. Так, например, если диэлектрик, помещенный между двумя разноименно заряженными электродами, содержит трещиноподобный дефект, то электростатическое поле вблизи его краев описывается уравнениями вида (44), (45), которые с учетом аналогии можно записать так:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{K_q}{\varepsilon} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2}, \\ D_x &= -\frac{K_q}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2}, \quad D_y = \frac{K_q}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2}. \end{aligned} \quad (117)$$

Коэффициент K_q , зависящий от геометрических размеров задачи и значения потенциала на границе, будем называть *коэффициентом интенсивности плотности зарядов*. Двигаясь по дорожке, проложенной механикой разрушения, будем предполагать, что именно коэффициент интенсивности плотности зарядов ответствен за пробой диэлектрика, т. е. за образование проводящих поверхностей между электродами. Отметим, что так же как и в механике разрушения, введенный коэффициент K_q связан с потоком энергии через произвольный контур, охватывающий край дефекта или электрода, которая затрачивается на образование проводящей поверхности или канала. Пользуясь этой аналогией, будем говорить, что пробой диэлектрика паступает тогда, когда величина K_q достигает критического значения, т. е. запишем критерий пробоя в виде

$$K_q = K_c, \quad (118)$$

где K_c — *критический коэффициент интенсивности плотности зарядов*, являющийся характеристикой диэлектрика.

Конечно, предлагаемый критерий пробоя диэлектриков в виде (118), по-видимому, не в состоянии описать все многообразие явлений пробоя и применительно к различным средам нуждается в усовершенствовании. В частности, приведенные выше соображения, следствием которых явилась формула (118), никак не учитывают возможность создания между обкладками конденсатора объемного заряда, который может образоваться вследствие «вырывания» электронов с поверхности электродов

при больших напряженностях электрического поля или в результате ионизации некоторых объемов диэлектрика. Вместе с тем критерий (118) применительно к вакуумной изоляции находит довольно хорошее экспериментальное подтверждение. Для иллюстрации сравним значения пробивных напряжений, вычисленных согласно критерию (118) и измеренных экспериментально: 350 и 384 кВ (вакуум $1,33 \cdot 10^{-2}$ Па), 290 и 300 кВ (вакуум $1,33 \cdot 10^{-4}$ Па), 130 и 125 кВ (вакуум $0,66 \cdot 10^{-6}$ Па). Electroдами служили диски радиуса a , расположенные на расстоянии h (приведены данные для случая $h = 0,2a$).

Аналогия между электростатикой и теорией упругости помогает не только в моделировании электрического пробоя диэлектрика. Используя ее, можно описать влияние электрического поля на распространение трещины под действием механических нагрузок. В электрическом поле к потоку освобождающейся упругой энергии, идущему в вершину трещины, добавляется и поток электрической энергии. Подсчет суммарного потока G , затрачиваемого на образование новой поверхности разрыва, и в данном случае проводится по схеме Ирвина (§ 14), только к интегралу от произведения нормального напряжения σ_y на перемещение берега трещины v следует приплюсовать интеграл от произведения электрического смещения D_y на разность потенциалов φ между берегами трещины. Именно отмеченная аналогия — сравните формулы (44), (45) и (117) — и подсказывает вид условия распространения трещины в диэлектрике. Подобные условия, названные ПК-критериями, были установлены в 1975 г. проф. Б. А. Кудрявцевым и автором этих строк.

§ 33. Что же хорошего в разрушении?

Попробуем, обладая известной степенью воображения, представить себе фантастический мир без разрушения. Ну, конечно же, прекратились катастрофические землетрясения, связанные с разломами земной коры, не рушатся здания, не разваливаются пополам суда, не ломаются руки, пальцы, зубы. Прекрасный мир. Однако птицы (и крокодилы тоже) исчезли бы в таком мире, ведь из яйца птенец не мог бы вылупиться. Небьющиеся яйца привели бы к закату кулинарного искусства, даже от яичницы остались бы одни воспоминания. И, вообще,

нельзя было бы резать колбасу, жевать хлеб. Грустный небритый (бритва стала бесполезной) человек мог бы только сосать и облизывать, используя в пище только вещества, растворимые в воде. Было бы холодно, лед бы не разрушался до тех пор, пока его полностью не растопит солнце, не работали бы тепловые электростанции, поскольку добыча полезных ископаемых связана с разрушением. Даже костер пришлось бы разводить из целых стволов деревьев. Если дальше эту картину продолжали бы писать профессионалы, то по их сценарию можно было бы снять леденящий душу фильм ужасов.

Мы же, уяснив всю важность и полезность явления разрушения, вернемся в наш реальный мир и обсудим кратко полезные аспекты применения разрушения. В повседневной жизни мы заинтересованы не только в достаточно легком, но и в надежно контролируемом разрушении. Примерами такого разрушения являются аккуратное вскрытие без помощи ножа банок с пивом или сардинами из-за наличия ослабленных участков упаковок, отрыв почтовых марок точно по перфорациям или вскрытие стирального порошка надавливанием пальца на окруженное просечками место на коробке. Хозяйки очень сердятся, если просечки эти недостаточно глубокие или их нет вовсе, а участок с надписью «Вскрывать здесь» окружен нарисованным на поверхности красивым пунктиром. Еще один широко известный пример предсказуемого разрушения дают подвергнутые специальной обработке автомобильные ветровые стекла, которые рассыпаются при аварии на легкие безопасные кусочки, а не разбиваются на характерные для обычного стекла крупные вытянутые осколки, похожие на острые ножи. Мы сознательно ведем разрушение, затачивая грифели карандашей, растирая в ступке душистые или красящие вещества перед изготовлением кулинарных или косметических препаратов, а также шлифуя, обрабатывая напильником и т. д. и т. п.

Мы используем контролируемое разрушение в искусстве при измельчении красителей для составления красок, при огранке драгоценных камней, а также при создании скульптур из мрамора, дерева, гранита. Неконтролируемое разрушение только случайно приводит к эстетически привлекательным результатам. Спекулируя на том, что людям может нравиться сетка трещин на глазурованной керамике или на поверхности картин старых мастеров, «умельцы» (для создания эффекта

подлинности) обрабатывают вазы и картины специальным образом *).

В промышленности разрушение полезно при дроблении, перемалывании, бурении. Высокая степень измельчения компонент способствует полноте растворения, увеличивает скорость химических реакций, повышает прочность цемента. Мы уже говорили о том, что затраты на возмещение ущерба от катастрофических разрушений, а также на предотвращение разрушения оцениваются в США в огромную сумму порядка 4 % валового национального продукта. Так вот, еще в большую сумму, примерно 5 % валового национального продукта, оценивается стоимость проведения операций, связанных с контролируемым разрушением в машиностроительных отраслях промышленности (разрезка, шлифовка, полировка, токарная обработка металлов и неметаллов и т. п.).

Сложилась довольно странная ситуация. С одной стороны, предприняты значительные усилия и достигнут значительный прогресс в понимании явления разрушения, в создании научно-обоснованных методов выбора материалов и конструктивных параметров, гарантирующих безопасность конструкции в течение расчетного срока ее эксплуатации. С другой же стороны, было предпринято гораздо меньше попыток исследования факторов, облегчающих разрушение в технологических процессах, создания методов оптимизации формы инструмента, режимов обработки, выбора активных сред и т. д. Это направление не вызывает должного интереса у специалистов по механике и физике разрушения, а поэтому инженеры-практики здесь пока идут вперед в эмпирических потемках. А ведь экономические итоги, связанные с повышением эффективности дробления, резания, перемешивания, перемалывания или металлообработки, составляют миллиарды рублей.

Рассмотрим возможности повышения эффективности некоторых важных производственных процессов за счет оптимизации использования разрушения. Всем известно, что взрыв успешно служит человеку при извлечении угля, руды и прочих полезных ископаемых. Однако плохо рассчитанный взрыв приводит к тому, что взрывная порода летит куда попало, размеры разлетевшихся опасных осколков самые различные, что неудобно для последую-

*) Вспомните, например, известную детективную киноленту «Возвращение «Святого Луки».

щей обработки (рис. 144, а). Напротив, если взрыв подготовлен хорошо, то он происходит без разлета породы с хорошей фрагментацией осколков и аккуратным отвалом породы (рис. 144, б). При таком взрыве колебания окружающей земной поверхности минимальны, что уменьшает негативное действие на человека, природу, здания и сооружения.

Основные теоретические схемы, используемые для описания взрыва в твердом теле, сводятся к моделированию: 1) растрескивания породы при распространении

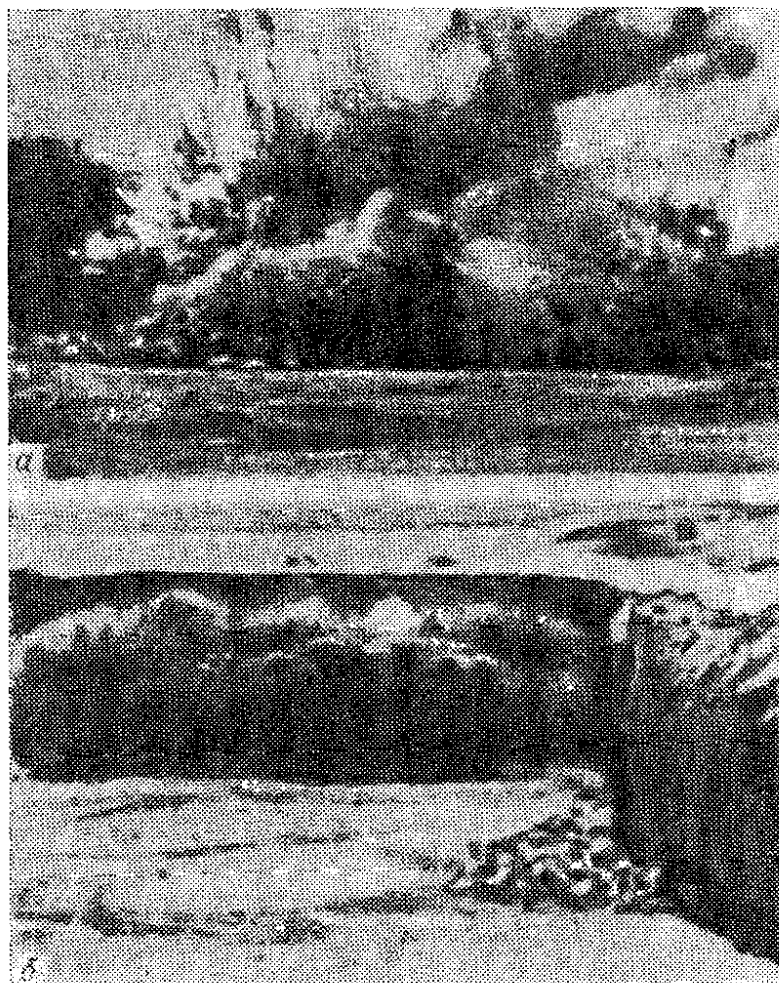


Рис. 144. а) плохо рассчитанный взрыв, б) хорошо рассчитанный взрыв

трещин нормального разрыва (расходящихся во все стороны от заряда взрывчатого вещества), разрываемых внутренним давлением газов, образовавшихся при взрыве; 2) откола кусков породы при отражении от свободной поверхности волн сжатия, приходящих из центра взрыва, и 3) растрескивания за счет образования трещин поперечного сдвига при взаимодействии волн сжатия с границами раздела в самой породе. Высокоскоростная

киносъемка показывает, что в течение нескольких сотен микросекунд массив успевают прорезать радиальные трещины (через которые газы выходят на поверхность), взаимодействующие со свободными поверхностями, поверхностями раздела и неоднородностями, что волны напряжений приводят к зарождению, распространению и пересечению отрывных и сдвиговых трещин. В результате этого взаимодействия и происходит фрагментация породы, причем отделившиеся куски продолжают разрушаться сохранившимися в них волнами напряжений.

С самого начала теоретическая модель позволяет поновому подойти к определению положения зарядов, их мощности и времени детонации. По американским данным, новая схема организации взрывных работ может обеспечить уменьшение стоимости горнодобычи примерно на 10 % и в масштабах страны дать экономию более чем в 250 млн. долларов в год. Точные количественные оценки требуют углубленного исследования динамической прочности и трещиностойкости горных пород при высокоскоростном нагружении, решения сложных нелинейных динамических задач о распространении нестационарных волн большой амплитуды. Однако огромные выгоды, которые сулит математическая теория оптимального взрыва твердых тел, безусловно, стимулируют работу ученых-механиков в этом направлении.

Другой известный метод добычи полезных руд и минералов связан с бурением горных пород. Наиболее распространено ротационное бурение, характер которого сильно зависит от вида породы: в очень жесткой скалывание происходит почти непрерывно и долговечность бура определяется его абразивным износом, в менее жесткой бурение становится скачкообразным и на долговечность инструмента влияет также ударная усталость. Любопытно сопоставить энергетические затраты на выемку единицы объема материала. Если затраты рудокопа, дробящего породу киркой, принять за единицу, то затраты на обычное сверление составят примерно 63 единицы, при взрыве и бурении они почти одинаковы — около 76 единиц, плавление же является чемпионом — более 1800 единиц. Простор для работы изобретателей огромный, однако реальная стоимость добычи определяется в основном иными факторами. Например, при глубинном бурении энергетические затраты не превышают 1 % общих затрат и не идут ни в какое сравнение, допустим, с убытками от простоев при заменах бурильного инструмента.

Крайне плодотворным должно быть направление, связанное с использованием хемомеханически активных жидкостей (см. § 24), когда благодаря эффекту Ребиндера (открытому еще в 1928 г. акад. П. А. Ребиндером и носящему его имя) достигается минимальный коэффициент трения между буром и горной породой. Срок службы бура в условиях применения тщательно подобранных поверхностно-активных растворов может возрасти в 3 — 4 раза, а стоимость бурения скважины (900 м) понижена почти вдвое. Оптимизация процесса бурения с использованием хемомеханически активных жидкостей требует решения сложной математической задачи с учетом уравнений динамики адсорбции. Из-за неправильного выбора параметров бура и режима бурения адсорбционный эффект может не проявиться по той причине, что молекулы поверхностно-активного вещества не успевают достигать свежих поверхностей разрушения и хемосорбироваться на них до следующего прохода режущей кромки инструмента.

Теоретическое обоснование крайне важно и для обеспечения эффективности принципиально других способов бурения. Рассмотрим, например, так называемое огневое бурение, которое осуществляется посредством воздействия на породу высокотемпературной струи газа (рис. 145).

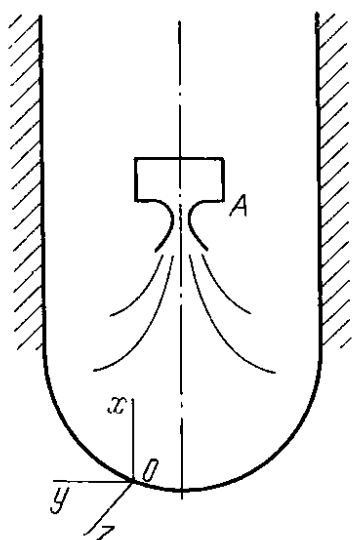


Рис. 145. Огневое бурение (разрушение хрупкой породы высокотемпературной струей газа)

Теория этого метода была развита Г. П. Черепановым в 1966 г. Расчет показывает, что наиболее эффективным режимом огневого бурения является тот, при котором порода не оплавляется, а хрупко дробится на мелкие куски под действием температурных напряжений в зоне интенсивного нагрева. Для расчета необходимо совместное решение задачи о течении газа и задачи хрупкого разрушения породы.

Вопросы долговечности инструмента и экономической эффективности играют в бурении центральную роль. Например, в «Литературной газете» (№ 10 от 4.03.87) была описана поучительная история виброэлектробура:

«В центре киноэкрана возникла белая точка, она стала расти, и из нее вылупилась цифра 140 000 000. Голос

за кадром торжественно прокомментировал, что такой выигрыш в денежном исчислении получит страна, если хотя бы треть бурильных станков снабдить виброспарядами.

А вот и сам чудо-бур в действии. Будто раскаленный нож в сливочное масло, он вонзается в землю. И это не кинотрюк. Очевидцы утверждают, что наяву это зрелище еще более завораживающее. Сначала демонстрировался вчерашний день: обычный бур, вооруженный так называемыми шарошками, вяло крошил гранит. Но вот на сцену вступал день завтрашний — электровибробур, придуманный изобретателем В. О. Мальченком. Считанные минуты — и двухметровый гранит прошит насквозь».

К сожалению пикто в 1972 г. после демонстрации вибробура не заглянул за обратную сторону чудесной декорации. Оказывается, на машину подавалась сверхпредельная мощность и короткое время она могла показывать в этом режиме сумасшедшую производительность. Но вскоре нагревалась и теряла свои полезные свойства. Две дырки могла просверлить, а на третьей выдыхалась. Впрочем, до третьей дело пикогда и не доходило, присутствующим уже было ясно: в бурении грядет революция.

При испытаниях вибробура в горном карьере главным тоже стал демонстрационный эффект. Делалось все, чтобы подчеркнуть привлекательные стороны новой машины. Десятки людей, масса техники обеспечивали ее работу.

Пробный образец бура объявили годным для повсеместного применения. На основе демонстрационных эффектов высчитывался эффект экономический, который выражался астрономическими цифрами. На этом основании и было признано, что электровибробуру, принадлежит будущее. Приступили к проектированию завода...

Когда комиссии — одна за другой — разбирались в истории создания электровибробура, их поражало прежде всего отсутствие серьезной и обоснованной конструкторской проработки. Они обнаружили случайный набор инженерных идей.

На создание электробура затрачено 20 000 000 рублей. Изготовление одного виброспаряда обходится почти в 35—40 тысяч рублей. Между тем работает вибробур всего 500 ч, после чего выбрасывается, поскольку ремонту не подлежит. Такие затраты окупило бы добываемое в карьере золото, но никак не железная руда. Сравните: комп-

лект применяемых сегодня бурильных штанг с приблизительно таким же сроком службы стоит 2700 рублей...

Американцы в свое время заинтересовались электро-вибробурами. Затратив около 10 миллионов долларов, поняли: метод бурения чрезвычайно дорог, неэффективен. И свернули изыскания.

Заметим в заключение, что многих неприятностей, связанных с конструированием вибробура, можно было бы избежать, проведя предварительный расчет усталостной долговечности. Из расчета по методике, похожей на описанную в § 23, можно получить зависимость долговечности рабочего инструмента от подаваемой на него мощности. Приближенные оценки показывают, что работа виброэлектробура станет экономически выгодной только в будущем после получения принципиально новых высокопрочных материалов.

Примером рационального применения представлений, основанных на механике разрушения, является решение проф. С. С. Григорьяном и его коллегами из Института механики МГУ одной важной прикладной народнохозяйственной задачи. Она посвящена разработке эффективного способа ликвидации так называемого *прихвата* бурильного инструмента — весьма неприятной и связанной с большими потерями средств и времени аварии, часто возникающей при бурении глубоких нефтяных и газовых скважин. Проявляется прихват в том, что в какой-то момент при выполнении операций бурения колонна бурильных труб в скважине теряет подвижность — невозможно ни повернуть ее, ни сместить в осевом направлении в скважине, т. е. колонна, действительно, оказывается на какой-то глубине «прихваченной».

Причины и факторы, приводящие к прихвату, многочисленны и разнообразны, общим же для всех типов прихватов является то, что колонна на некотором своем протяжении оказывается достаточно прочно связанной со стенкой скважины. Роль «клея», связывающего трубу со стенкой, выполняют глинистые корки, образующиеся из глинистого раствора, циркулирующего в скважине в процессе бурения, частицы разбуренной или осыпавшейся со стенок скважины горной породы. И несмотря на то, что удельная прочность материала этой связи невелика, из-за большой длины участка прихвата извлечь колонну бурильных труб оказывается практически невозможным: прочность самой колонны становится ограничивающим фактором, поскольку приложение больших усилий

приведет сначала к обрыву колонны, а освобождающее прихват усилие так и не будет достигнуто.

Это обстоятельство и есть главная причина трудностей борьбы с прихватом, причем до недавнего времени высокоэффективных средств ликвидации прихвата не существовало. Прихват возникает довольно часто, и после безуспешных попыток его ликвидации обычно отрезают свободную часть колонны (над участком прихвата) и забуривают с этого места параллельный ствол, так что все, что было ниже начала участка прихвата, остается навечно в земле. Необходимо отметить, что метр пробуренной скважины стоит сотни рублей, а объемы бурения весьма велики, в связи с чем результирующие потери, связанные с прихватом, выражаются внушительными числами.

Исходная идея ученых состояла в следующем. Если оторвать колонну от стенки скважины единовременным приложением статической силы невозможно, то можно попробовать разрушать связь колошны с породой по частям путем последовательного приложения к зоне прихвата серии динамических силовых воздействий, отправляя по колошне труб интесивные упругие волны. Практическая реализация этой идеи очень изящна и состоит в следующем. При натяжении прихваченной колонны значительными осевыми усилиями вся свободная от прихвата часть колошны, растягиваясь, накапливает значительную энергию упругих деформаций. Достаточно резко освободить колонну от действия осевого усилия, как при таком ее «обрыве» упругая энергия перейдет в кинетическую энергию движения элементов колонны в возникающих упругих волнах: таким образом, сама бурильная колонна становится аккумулятором энергии для генерирования мощных упругих волн, которые, приходя к месту прихвата, будут разрушать связь колонны со стенкой скважины.

Для осуществления этой схемы требовалось лишь разработать устройство, которое могло бы быть введено в компоновку колонны бурильных труб и осуществляло бы быстрое расцепление соединенных этим устройством частей колонны при достижении осевого усилия заданной величины. Критическая величина осевого усилия определяется из решения динамической задачи механики разрушения для стальной трубы, жестко соединенной на некотором участке с окружающей хрупкой породой, содержащей, разумеется, трещинообразные дефекты. Описанное устройство, названное возбудителем упругих коле-

баний (ВУК), было разработано, изготовлено, испытано и передано в промышленность.

Конструкция ВУКа предельно проста и не содержит ни смазки, ни прецизионных деталей, она не требует особых условий ухода при эксплуатации. Эффективность ВУКа оказалась поразительно высокой; уже первые образцы устройства позволили ликвидировать ряд прихватов высшей категории сложности, из-за которых бурение аварийных скважин было прервано на многие месяцы.

Крайне важной в экономическом отношении сложной комплексной научно-технической проблемой является промышленное дробление и измельчение. Успешное осуществление программы исследований в этой области связано не только с решением задач о хрупком разрушении при сжатии частиц вещества, но и с проблемой поступления выбранного материала в зону нагружения, а также удаления оттуда раздробленных и измельченных частиц. Многие существующие методы перемалывания чрезвычайно неэффективны, поскольку лишь малая часть затрачиваемой энергии идет на измельчение, т. е. на создание новых поверхностей. Наибольшие трудности при моделировании связаны с механизмом разрушения, реализующимся при взаимодействии полей сжимающих напряжений, начальных механических или тепловых напряжений, а также окружающих сред. Существующие теории измельчения базируются на том, что для получения мелких частиц требуется затратить больше энергии, чем для получения крупных частиц. Качественно это следует из того, что мелкие частицы получают при дроблении из более крупных, а ведь способность частиц поглощать упругую энергию, идущую на распространение трещин, линейно уменьшается с уменьшением объема частиц. Уменьшается при этом, разумеется, и размер характерного дефекта. Остаточные напряжения вызывают разрушение при разгрузке, а это увеличивает склонность к образованию относительно более крупных частиц (рис. 146). Передача сжимающих усилий от нагружающих приспособлений к частицам происходит крайне неэффективно, например, на измельчение частиц в шаровой мельнице идет только десятая часть потребляемой энергии.

Мало изучены возможности использования химически активных веществ для более эффективного измельчения. Такие вещества позволяют успешно бороться со «спеканием» измельченных частиц, которое мешает не только транспортировке, но и просто разгрузке бункера мель-

ницы. Есть данные и о влиянии поверхностно-активных веществ на сам процесс разрушения частиц. Особенно важно решение всего комплекса химико-физикомеханических проблем для развития новой порошковой металлургии сплавов с очень высокой прочностью и коррозионной стойкостью.

Не менее сложной является и проблема повышения эффективности металлообработки режущим инструментом. Здесь в игру вступает множество факторов: свойства

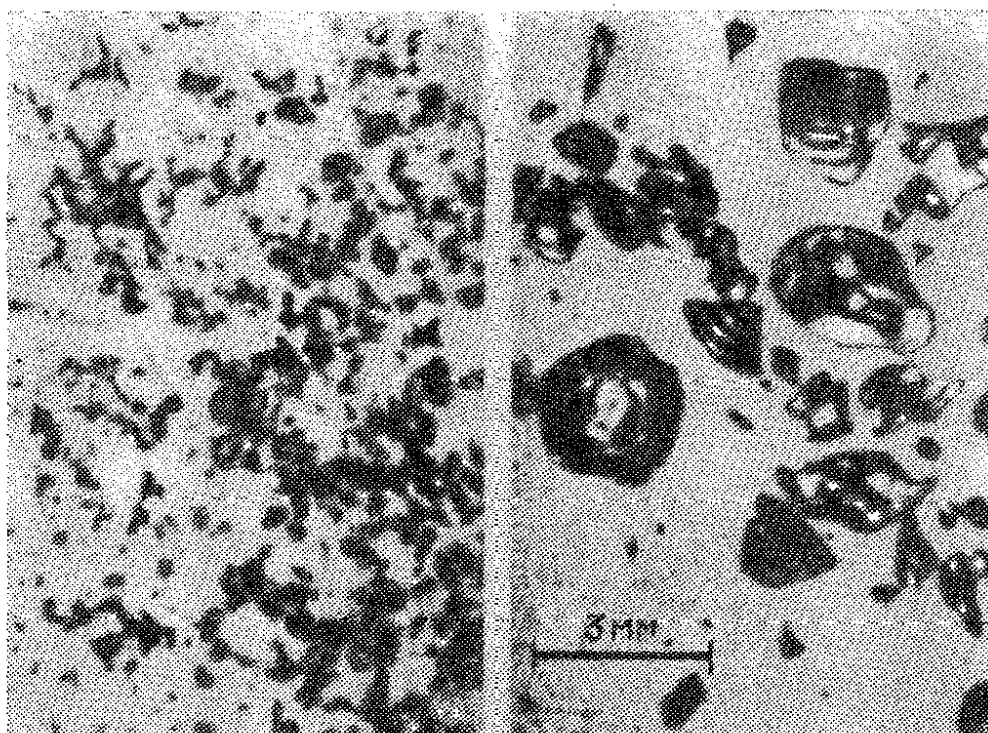


Рис. 146. Разрушение при разгрузке увеличивает склопность к образованию более крупных частиц

материалов заготовки и резца, геометрия резца, скорость резания. Вводя в сталь добавки, например, свинца, или серы, можно существенно улучшить ее металлообрабатываемость. Нуждается в развитии и теория высокоскоростного резания. По-видимому, из-за сильного локального разогрева при резании со скоростями порядка 80—90 об/с не только улучшаются условия металлообработки, но и просто становится возможной эффективная обработка некоторых металлов, которые очень трудно обрабатывать при обычных скоростях.

Перспективным способом увеличения скоростей металлообработки является использование активных жидких металлов. Достаточно взглянуть на график скоростей погружения сверла в нержавеющую сталь на воздухе и

в жидкой эвтектике Sn — Zn при 200 °С, чтобы понять заманчивость такой металлообработки, ведь скорости растут примерно в 8 раз (рис. 147). Для сверления

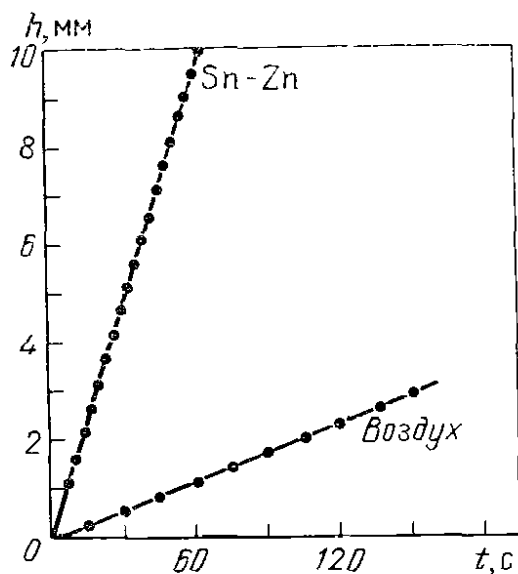


Рис. 147. Погружение сверла в нержавеющую сталь в зависимости от времени сверления на воздухе и в жидкой эвтектике Sn — Zn

меди и алюминия использование эвтектики In — Ga — Sn сулит увеличение скорости сверления уже в 100 раз! Разумеется, и здесь ученые и инженеры должны обойти много подводных камней. Нужно, например, обеспечить, чтобы при использовании жидких металлов охрупчивалась поверхность заготовки, но никак ни инструмента. Сама эвтектика должна тщательно удаляться из конечного изделия, иначе оно может разрушиться от жидкометаллического охрупчивания в процессе эксплуатации. Очень интересным здесь может оказаться предложенный

Е. Д. Щукиным с сотрудниками новый подход, который состоит во введении частиц активных низкоплавких сплавов непосредственно в стандартную смазочную среду, используемую при металлообработке. В области контакта инструмента и заготовки эти частицы расплавляются и способствуют резанию, что заметно увеличивает долговечность и скорость обработки без ухудшения прочности и надежности изделия.

Итак, разрушение — это чрезвычайно полезное явление, которым мы просто еще не научились как следует управлять. И совершенно недостаточны те усилия ученых, инженеров и техников, которые направлены не на борьбу с разрушением, а на использование его положительных аспектов.

Молодая наука «Механика разрушения» крепнет и развивается от теории к практике, внедряясь в конструкционные расчеты и технологические схемы. Обогащаясь важными практическими результатами и новыми идеями, она неуклонно движется вперед. И мне показалось неуместным писать заключение к этой книге. Вместо этого я решил назвать некоторые монографии и статьи (от простого к сложному), которые могли бы быть полезны-

ми для дальнейшего знакомства с механикой разрушения и получения самостоятельных результатов.

Финкель В. М. Портрет трещины.— М.: Металлургия, 1981.— 160 с.

Зацаринный В. П., Акопов А. И. Атласы держат небо.— М.: Знание, 1979.— 176 с.

Партон В. З. Механика разрушения // Наука и жизнь.— 1974.— № 12.— С. 51—59.

Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения.— М.: Наука, 1987.— 80 с.

Потт Дж. Ф. Основы механики разрушения: Пер. с англ.— М.: Металлургия, 1978.— 256 с.

Броск Д. Основы механики разрушения: Пер. с англ.— М.: Высшая школа, 1980.— 368 с.

Партон В. З., Морозов Е. М. Механика упругопластического разрушения.— М.: Наука, 1985.— 504 с.

Никишков Г. П., Морозов Е. М. Метод конечных элементов в механике разрушения.— М.: Наука, 1980.— 256 с.

Сиратори М., Миёси Т., Мацусита Х. Вычислительная механика разрушения: Пер. с японск.— М.: Мир, 1986.— 334 с.

Черепанов Г. П. Механика разрушения композиционных материалов.— М.: Наука, 1983.— 296 с.

Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения.— М.: Наука, 1974.— 640 с.

Если и эта новая книга поможет Вам, дорогой читатель, ознакомиться с основными идеями современной механики разрушения, ее практическими приложениями и возможностями, а также станет стимулом для дальнейшей работы в этой увлекательной области знаний,— то поставленная автором цель достигнута.