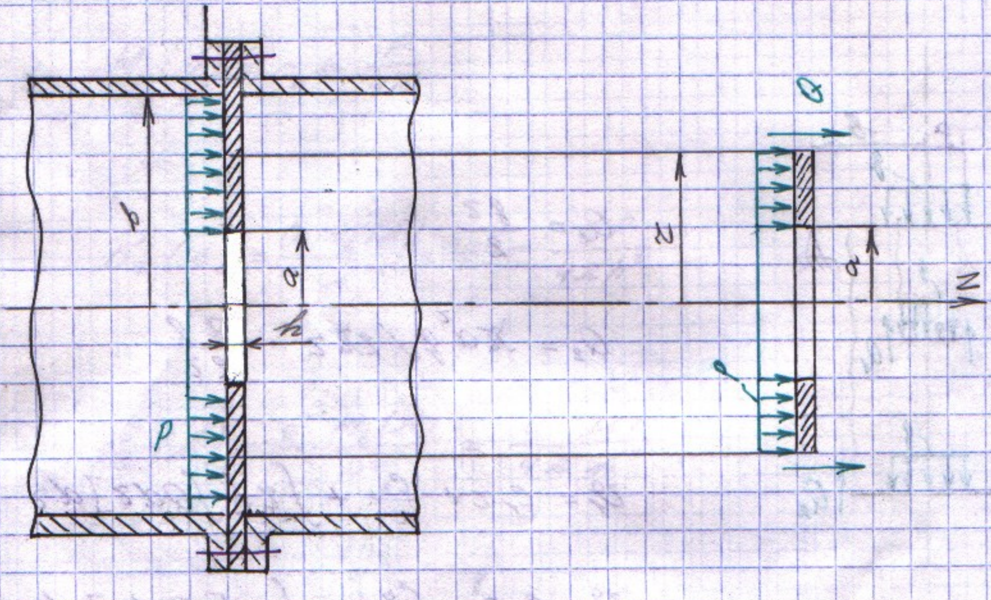
2

Определить напряжения и ~~деформации~~ (прогибы) в диафрагме, предназначенной для измерения расхода жидкости (по перепаду давления судят о расходе). Давление $p$ можно считать равномерно распределённым по площади диафрагмы:




$b = 3a$;

$h = \frac{a}{20}$; $\mu = 0{,}3$

$$\sum F_z = 0 = 2\pi r Q + p(r^2 - a^2)\pi$$

$$Q = -\frac{p(r^2 - a^2)}{2r}$$

Выражение для $Q$ подставим в формулу (1), при этом вместо неопределённого интеграла возьмём определённый интеграл с постоянным нижним пределом, равным внутреннему радиусу пластины и переменным верхним пределом, равным текущему радиусу $r$:

$$\vartheta = C_1 r + \frac{C_2}{r} + \frac{1}{D \cdot r}\int_a^r r\left\{\int_a^r -\frac{p(r^2 - a^2)}{2r}\,dr\right\}dr$$

$\Downarrow$

$$\vartheta = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{p}{16D}\left[\frac{r^4 - a^4}{r} - 4a^2 r \ln\frac{r}{a}\right]$$

Г.У:

1) $r=a$ : $M_r = 0 = D\left(\frac{d\vartheta}{dr} + \mu\frac{\vartheta}{r}\right)$

2) $r=b$ : $\vartheta = 0$

$$\Downarrow$$

$$C_1(1+\mu) - \frac{C_2}{a^2}(1-\mu) = 0$$

$$C_1 b + \frac{C_2}{b} - \frac{p}{16D}\left[\frac{b^4-a^4}{b} - 4a^2 b \ln\frac{b}{a}\right] = 0$$

Решив при $b=3a$ и $\mu=0,3$, получим:

$$C_1 = 0,233\,\frac{pa^2}{D}$$

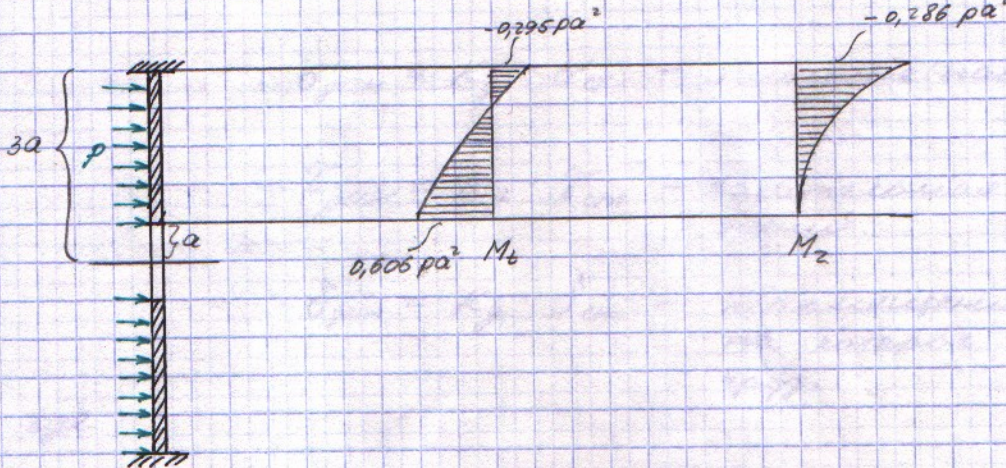
$$C_2 = 0,433\,\frac{pa^4}{D}$$

т.е.

$$\vartheta = \frac{pa^2 r}{D}\left[0,233 + 0,495\frac{a^2}{r^2} - 0,0625\frac{r^2}{a^2} + 0,25\ln\frac{r}{a}\right]$$

$$M_r = D\left(\frac{d\vartheta}{dr} + \mu\frac{\vartheta}{r}\right)$$

$$M_t = D\left(\frac{\vartheta}{r} + \mu\frac{d\vartheta}{dr}\right)$$




$$w_{max} = -\int_a^b \vartheta\, dr = 0,962\,\frac{pa^4}{D} = 16,8\cdot 10^5\,\frac{ph}{E}$$