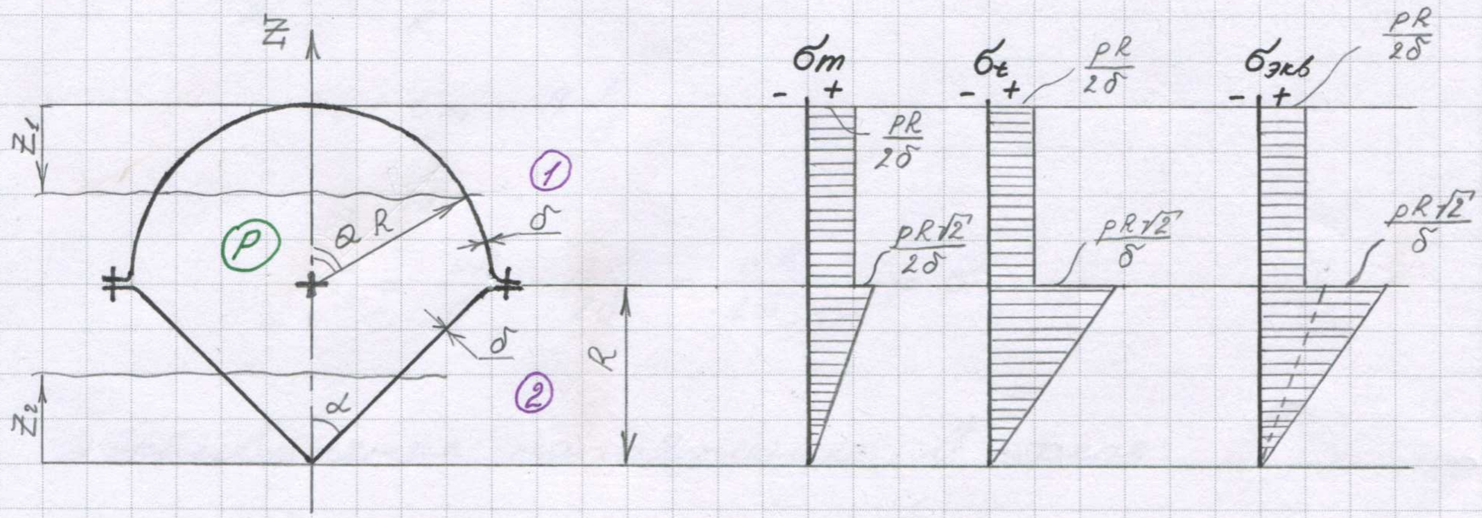
4

Комбинированная оболочка под действием постоянного внутреннего давления:



$\alpha = 45^\circ$

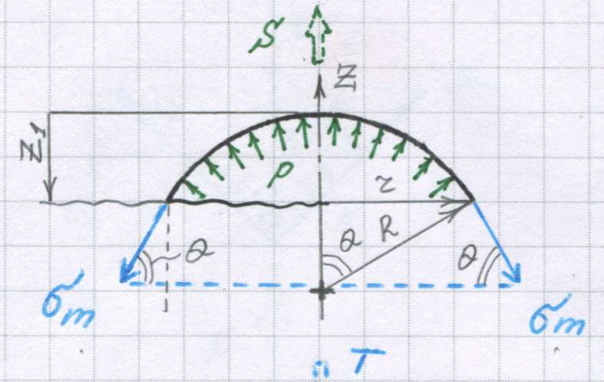
Дано: p, R, δ, $\sigma_{тс} = \sigma_{тр} = \sigma_т$

Найти: $\sigma_{экв}$

Решение

1 Сфера:

1) Рассекаем оболочку поперёк, записываем уравнение равновесия отсечённой части:



$S = p \cdot \pi \cdot r^2 = p \cdot \pi \cdot R^2 \sin\theta^2$

$T = \sigma_m \cdot (2 \cdot \pi \cdot r\delta) \cdot \sin\theta =$

$= 2\pi \sigma_m R \cdot \sin^2\theta \cdot \delta$

$\rho_m = \rho_t = R$;

$\theta = \arcsin \frac{R - z_1}{R}$;

$\sum F_{z_1} = 0 = T - S = 2\cancel{\pi}\sigma_m \cancel{R}\cancel{\sin^2\theta}\,\delta - p\cancel{\pi}R^{\cancel{2}}\cancel{\sin^2\theta}$

$\sigma_m = \frac{p \cdot R}{2\delta}$

2) Уравнение Лапласа:

$$\frac{\sigma_t}{\underset{R}{\underset{\parallel}{\rho_t}}} + \frac{\sigma_m}{\underset{R}{\underset{\parallel}{\rho_m}}} = \frac{p}{\delta}$$

$$\sigma_t + \underset{\frac{pR}{2\delta}}{\underset{\parallel}{\sigma_m}} = R\,\frac{p}{\delta}$$

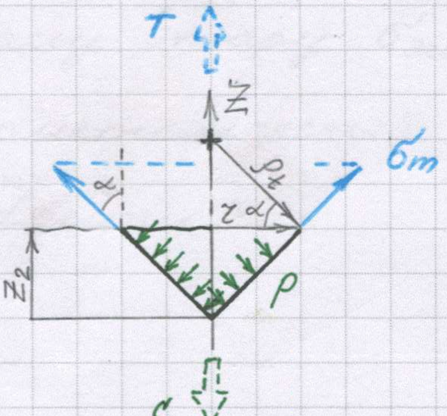
$$\sigma_t = \frac{pR}{\delta} - \frac{pR}{2\delta} = \frac{pR}{2\delta} = \sigma_m$$

Эквиваленое напряжение в сфере:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_m \\ \sigma_2 &= \sigma_m \\ \sigma_3 &= \sigma_r \approx 0 \end{aligned}\right\} \quad \sigma_{экв} = \sigma_1 - \overset{\overset{1}{\parallel}}{\underset{\frac{\sigma_{тр}}{\sigma_{тс}}}{\nu_T}} \cdot \overset{0}{\cancel{\sigma_3}} = \sigma_m = \frac{pR}{2\delta}$$

② Конус:

1) Рассекаем оболочку поперёк, записываем уравнение равновесия отсечённой части:



$$T = \sigma_m \cdot (2\pi r\delta)\cdot\cos\alpha = \sigma_m \cdot 2\pi\rho_t\cdot\cos\alpha\cdot\delta\cdot\cos\alpha = 2\pi\rho_t\delta\cdot\sigma_m\cdot\cos^2\alpha$$

$$S = p\cdot\pi r^2 = p\cdot\pi\cdot\rho_t^2\cdot\cos^2\alpha$$

$\alpha = 45°$

$\rho_m = \infty$;

$$\rho_t = \frac{Z_2\cdot\sin\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{Z_2\,\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{2}{4}} = Z_2\sqrt{2};$$

$$\sum F_{Z_2} = 0 = T - S = 2\cancel{\pi}\cancel{\rho_t}\delta\sigma_m\cancel{\cos^2\alpha} - p\cancel{\pi}\rho_t^{\cancel{2}}\cancel{\cos^2\alpha}$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma_m = \frac{p\cdot\rho_t}{2\delta} = \frac{pZ_2}{2\delta}\cdot\sqrt{2} \quad \begin{cases} Z_2 = 0: & \sigma_m = 0 \\ Z_2 = R: & \sigma_m = \frac{pR\sqrt{2}}{2\delta} \end{cases}$$

2) Уравнение Лапласа:

$$\frac{\sigma_t}{\rho_t} + \cancelto{0}{\frac{\sigma_m}{\rho_m}} = \frac{p}{\delta}, \qquad \rho_m = \infty$$

$$\sigma_t = \rho_t \frac{p}{\delta} = z_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{p}{\delta} = \frac{p \cdot z_2}{\delta}\sqrt{2} \qquad \begin{cases} z_2 = 0: \ \sigma_t = 0 \\ z_2 = R: \ \sigma_t = \frac{pR}{\delta}\sqrt{2} \end{cases}$$

Эквивалентное напряжение в конусе:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_t = \frac{pR}{\delta}\sqrt{2} \\ \sigma_2 &= \sigma_m = \frac{1}{2}\sigma_t = \frac{pR}{2 \cdot \delta}\sqrt{2} \\ \sigma_3 &= \sigma_r \approx 0 \end{aligned}\right\} \quad \sigma_{экв} = \sigma_1 - \nu_T \cdot \sigma_3 = \sigma_1 = \sigma_t = \frac{pR}{\delta}\sqrt{2};$$

И на сфере и на конусе эквивалентное напряжение $\sigma_{экв}$ равно большему из двух: σ_m и σ_t. Поэтому эпюру $\sigma_{экв}$ можно построить чисто геометрически: наложить эпюры σ_m и σ_t и обвести.