

$\sigma_z = 0$
Дано: $\epsilon_{xx} = 32 \cdot 10^{-5}$ - микротензорезистор

$\rho = 100 \text{ МПа}$

$d = 0,02 \text{ м}$

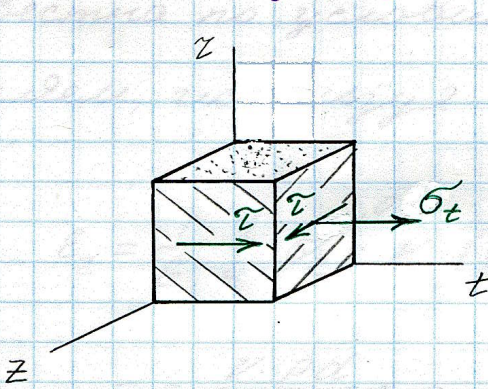
$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

$\nu = 0,3 ; h = 1 \text{ мм}$

Найти: $M = ?$

Решение

С одной стороны, н.с. в точке, на которую наклеен тензорезистор:



$\tau = \frac{M_{кр}}{W_p} = \frac{2 \cdot M}{\pi d^2 h}$

$W_p = \frac{\pi d^2 h}{2}$ - для тонкого кольца



$\sigma_x = \frac{\rho \cdot d}{2h}$ - котельная формула.

напряжённого состояния,

одна главная ось известна заранее: это ось z, ибо на перпендикулярной ей площадке нет касательных напряжений.

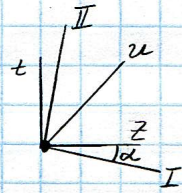
Две другие главные оси напряжённого состояния можно найти, повернув элементарный объём вокруг оси z на угол α :

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma_z - \sigma_x} = \frac{2\tau}{\sigma_x} = \frac{2 \cdot \frac{2M}{\pi \cdot d^2 h}}{\frac{\rho d}{2h}} = \frac{8M}{\rho \cdot \pi \cdot d^3}$$

0 по условию задачи

$$M = - \frac{\rho \pi d^3 \operatorname{tg} 2\alpha}{8} \quad (1)$$

С другой стороны (исследуем деформированное состояние в той же точке):



$$\begin{cases} \epsilon_z = \epsilon_I \cdot \cos^2 \alpha + \epsilon_{II} \cdot \sin^2 \alpha \\ \epsilon_u = \epsilon_I \cdot \cos^2 (\alpha + 45^\circ) + \epsilon_{II} \cdot \sin^2 (\alpha + 45^\circ) \\ \epsilon_t = \epsilon_I \cdot \cos^2 (\alpha + 90^\circ) + \epsilon_{II} \cdot \sin^2 (\alpha + 90^\circ) \end{cases} \quad (2)$$

Линейная деформация в точке по направлению u известна по условию $\epsilon_u = 32 \cdot 10^{-5}$; две другие величины, используя обобщенный закон Гука:

$$\begin{aligned} \epsilon_z &= \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_z + \sigma_t) \right] = -\nu \frac{\sigma_t}{E} = \\ &= - \frac{\nu \cdot \rho d}{2 E h} = - \frac{0,3 \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 0,02}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} = -1,5 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_t &= \frac{1}{E} \left[\sigma_t - \nu \cdot (\sigma_z + \sigma_z) \right] = \frac{\sigma_t}{E} = \frac{\rho d}{2 E h} = \\ &= \frac{100 \cdot 10^6 \cdot 0,02}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} = 5 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Подставим ϵ_z , ϵ_u и ϵ_t в систему (2), получим из неё ϵ_I , ϵ_{II} и α . Поскольку главные оси деформированного состояния совпадают с главными осями напряженного состояния, значит этот α - тот же самый, что и в формуле (1). Подставим его значение туда и получим M .