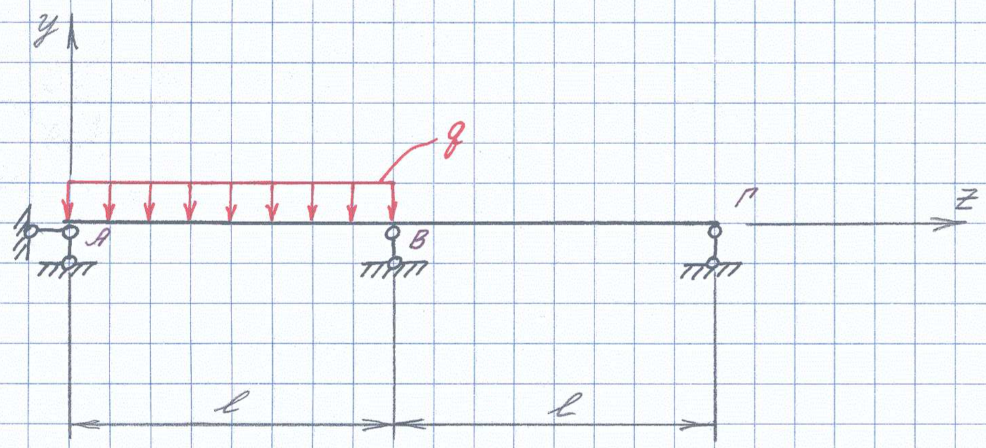
Пример $\boxed{VII.3}$

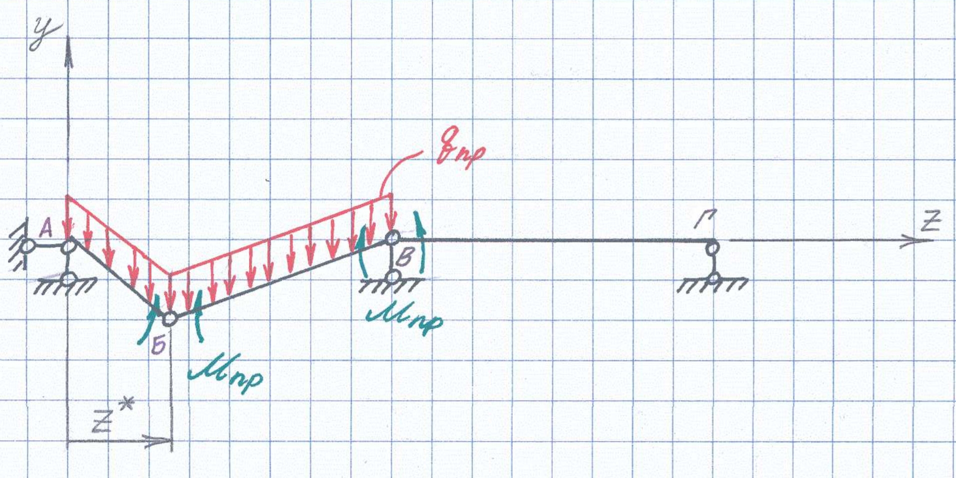


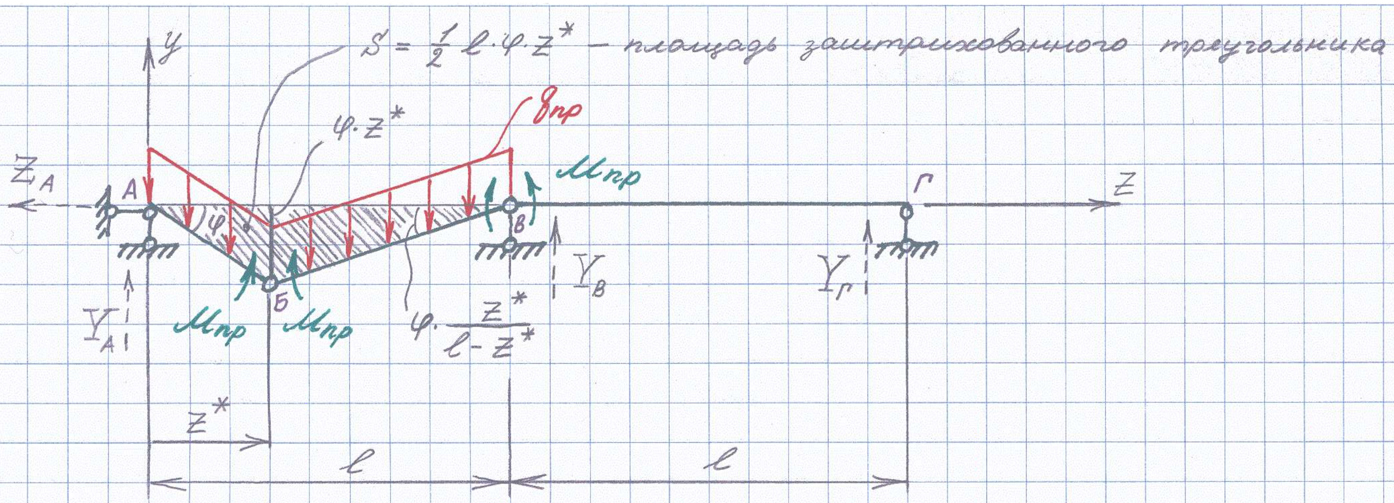
Решение

1) $\ldots \ M_{пр} \ \ldots$

2) $n = 1 \Rightarrow$ 2 шарнира.

Единственный возможный вариант появления пластических шарниров в данном случае – т. В и т. Б под распределённой нагрузкой.





а) Из уравнений равновесия:

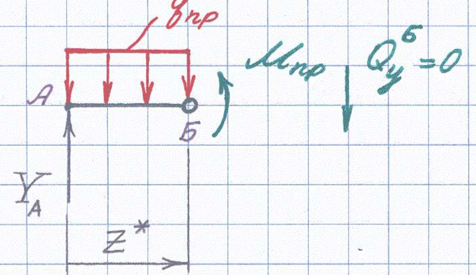
Для всей балки:

$$\sum M_В = 0 = -Y_A \cdot l + Y_Г \cdot l + \frac{q_{пр} \cdot l^2}{2} \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0 = Y_A + Y_В + Y_Г - q_{пр} \cdot l \qquad (2)$$

$$\sum F_z = 0 = -Z_A \qquad (3)$$

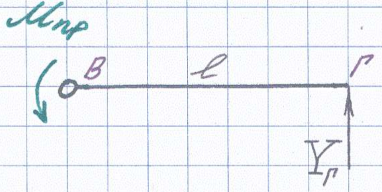
Для крайних участков, опирающихся на шарниры:



Перерезывающая сила Q_y в пластическом шарнире равна нулю, т.к образуется он в точке, где M_x принимает экстремальное значение, а его производная Q_y – нулевое.

$$\sum M_Б = 0 = M_{пр} - Y_A \cdot z^* + \frac{q_{пр} \cdot {z^*}^2}{2} \qquad (4)$$

$$\sum F_y = 0 = Y_A - q_{пр} \cdot z^* \qquad (5)$$



$$\sum M_В = 0 = M_{пр} + Y_Г \cdot l \qquad (6)$$

Решая совместно систему уравнений (1)...(6) находим Y_A, $Y_Г$, Y_B, Z_A, $q_{пр}$ и z^*:

$$\boxed{\begin{aligned} z^* &\approx 0{,}414\cdot l \\ q_{пр} &\approx 11{,}7\cdot\frac{M_{пр}}{l^2}\end{aligned}}$$

б) Из принципа возможных перемещений:

$$M_{пр}^{Б}\cdot\varphi + 2\cdot M_{пр}^{Б,В}\cdot\varphi\cdot\frac{z^*}{l-z^*} = q_{пр}\cdot S = q_{пр}\cdot\frac{1}{2}\cdot l\cdot\varphi\cdot z^*$$

$$q_{пр} = \frac{2M_{пр}}{l}\left[\frac{l+z^*}{z^*\cdot(l-z^*)}\right] \qquad (\alpha)$$

Согласно кинематической теореме теории пластичности, действительной предельной нагрузкой будет минимальная из всех, определяемых формулой (α). Значит:

$$\frac{d\,q_{пр}}{d\,z^*} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$z^{*2} + 2l\,z^* - l^2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$z^* = 0{,}414\cdot l$$

$$q_{пр} = \frac{2\cdot M_{пр}}{l}\cdot l\cdot\left[\frac{1+0{,}414}{0{,}414\cdot(1-0{,}414)}\right] \approx 11{,}657\ \frac{M_{пр}}{l}$$

$$\boxed{\begin{aligned} z^* &\approx 0{,}414\cdot l \\ q_{пр} &\approx 11{,}657\cdot\frac{M_{пр}}{l^2}\end{aligned}}$$