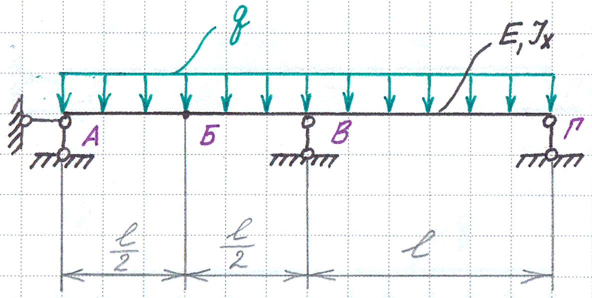


Дано: l, q, E, J_x

Найти: вертикальное перемещение сечения Б

$V_Б = ?$

Решение

I. Степень статической неопределимости:

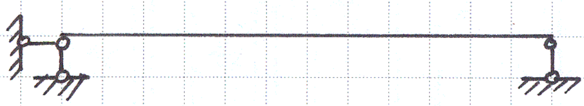
а) $n_{внеш. св.} = \overset{А}{2} + \overset{В}{1} + \overset{Г}{1} = 4$

б) $n_{внутр. св.} = 3 \cdot 0 = 0$

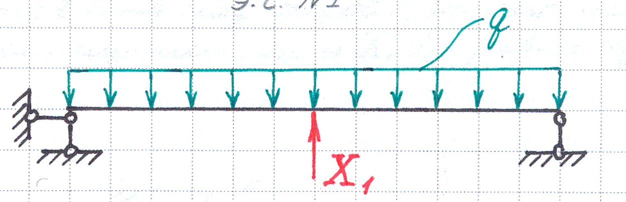
в) $n = 4 + 0 - 3 = \underline{\underline{1}}$

II. Раскрытие статической неопределимости:

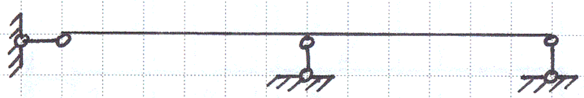
о.с. N1



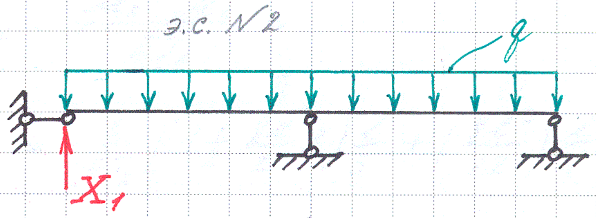
э.с. N1



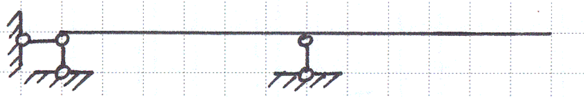
о.с. N2



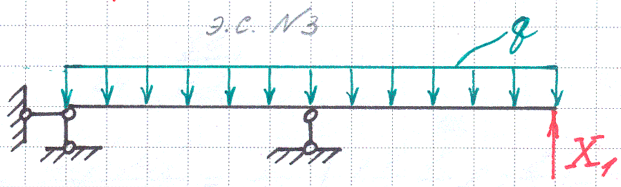
э.с. N2



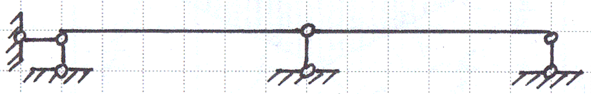
о.с. N3



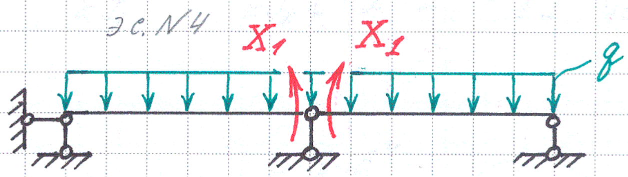
э.с. N3

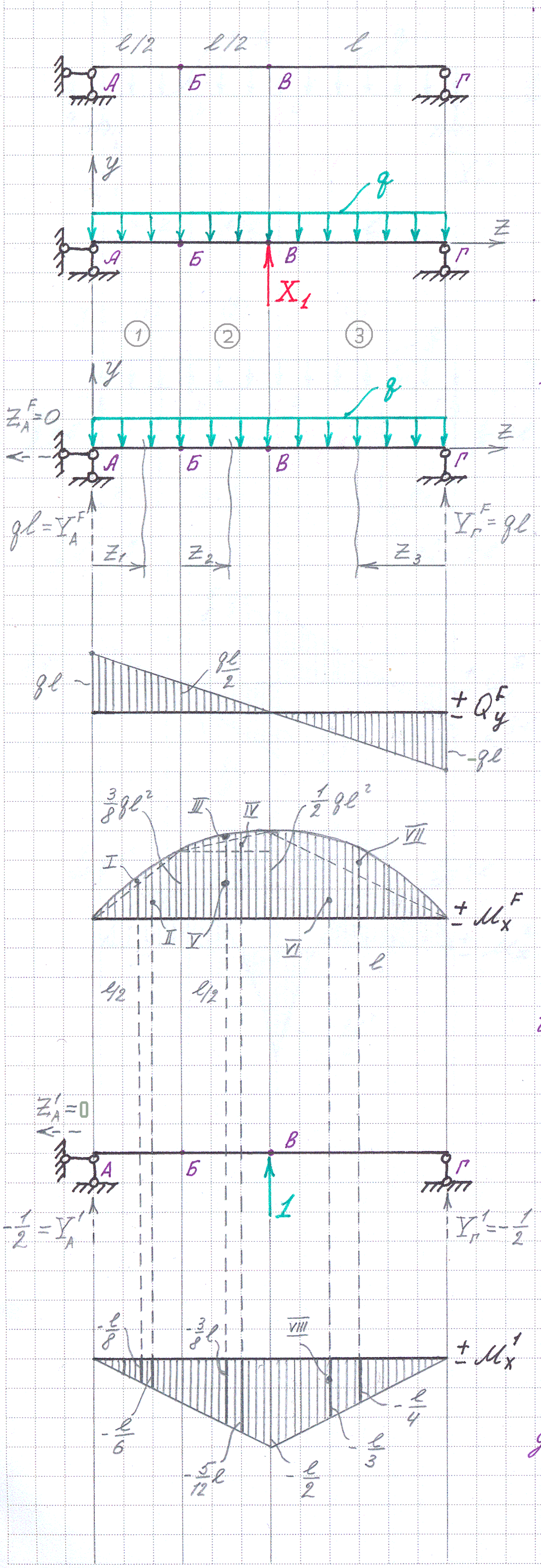


о.с. N4



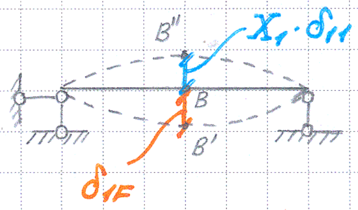
э.с. N4





б) Выбираем вариант о.с. и э.с. № 1

в) $X_1 \cdot \delta_{11} + \delta_{1F} = 0$



δ_{1F} – перемещение точки В вниз под действием одной только внешней нагрузки q;

$X_1\delta_{11}$ – перемещение т. В вверх под действием одной только реакции X_1;

На самом же деле т. В не перемещается (она над опорой), значит, сумма перемещений δ_{1F} и $X_1\delta_{11}$ равна нулю.

г)

$$\delta_{1F} = \frac{M_x^1 \cdot M_x^F}{EJ_x} =$$

$$= -\frac{2}{EJ_x}\Big[\Big(\overset{VI}{\frac{1}{2}\frac{q\ell^2}{2}\ell}\Big)\frac{\ell}{3} + \Big(\overset{VII}{\frac{q\ell^3}{12}}\Big)\frac{\ell}{4}\Big] =$$

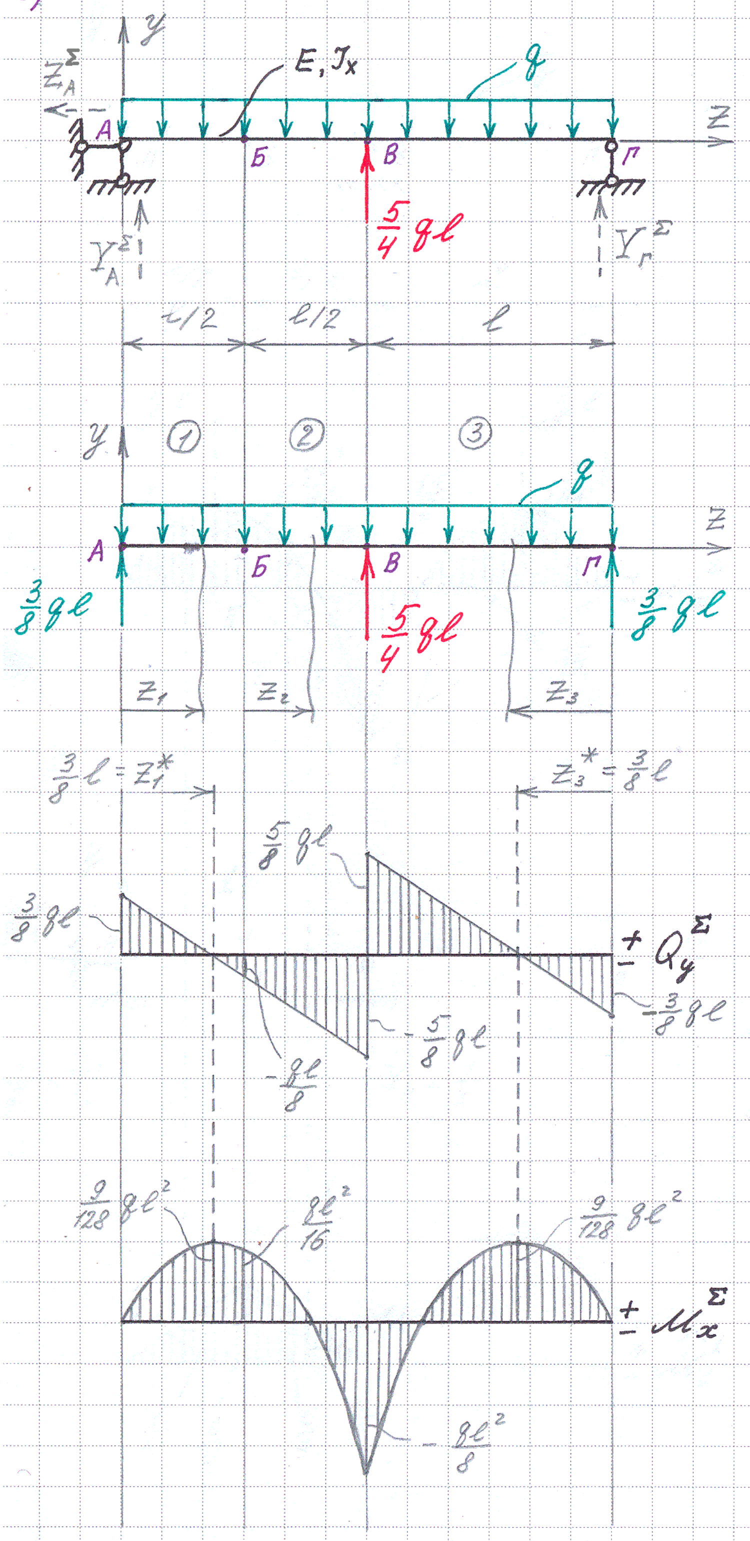
$$= -\frac{5}{24}\,\frac{q\ell^4}{EJ_x};$$

$$\delta_{11} = \frac{M_x^1 \cdot M_x^1}{EJ_x} = \frac{2}{EJ_x}\Big[\Big(\overset{VIII}{\frac{1}{2}\frac{\ell}{2}\ell}\Big)\frac{\ell}{3}\Big] = \frac{\ell^3}{6EJ_x}$$

д)

$$X_1 = -\frac{\delta_{1F}}{\delta_{11}} = -\frac{-\frac{5\cdot q\cdot \ell^4}{24\cdot EJ_x}}{\frac{\ell^3}{6EJ_x}} = \frac{5}{4}q\ell$$

е)



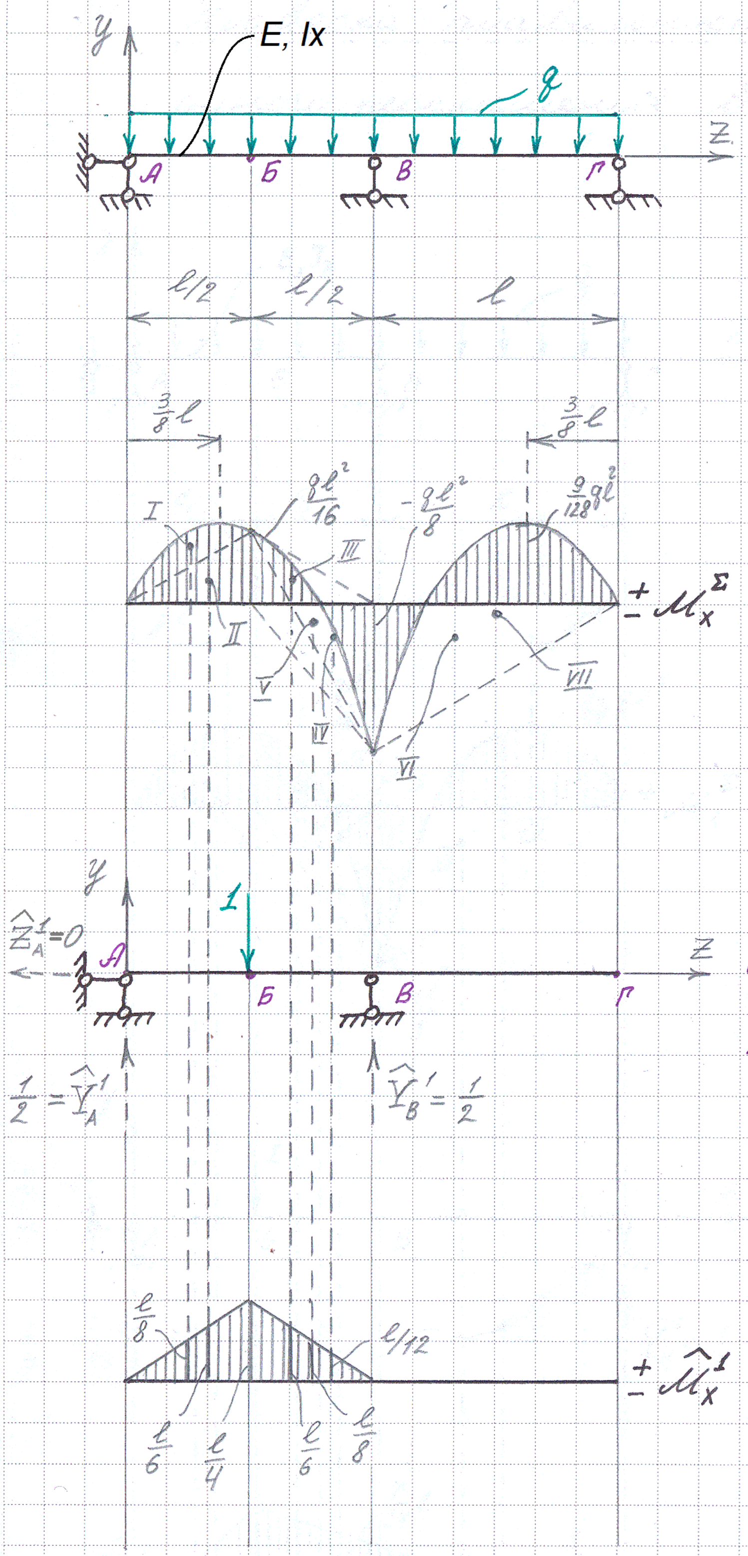
III. Завершаем решение задачи:

$Z_A^\Sigma = 0;$

$Y_A^\Sigma = \frac{3}{8}ql;$

$Y_Г^\Sigma = \frac{3}{8}ql;$

$V_Б = ?$

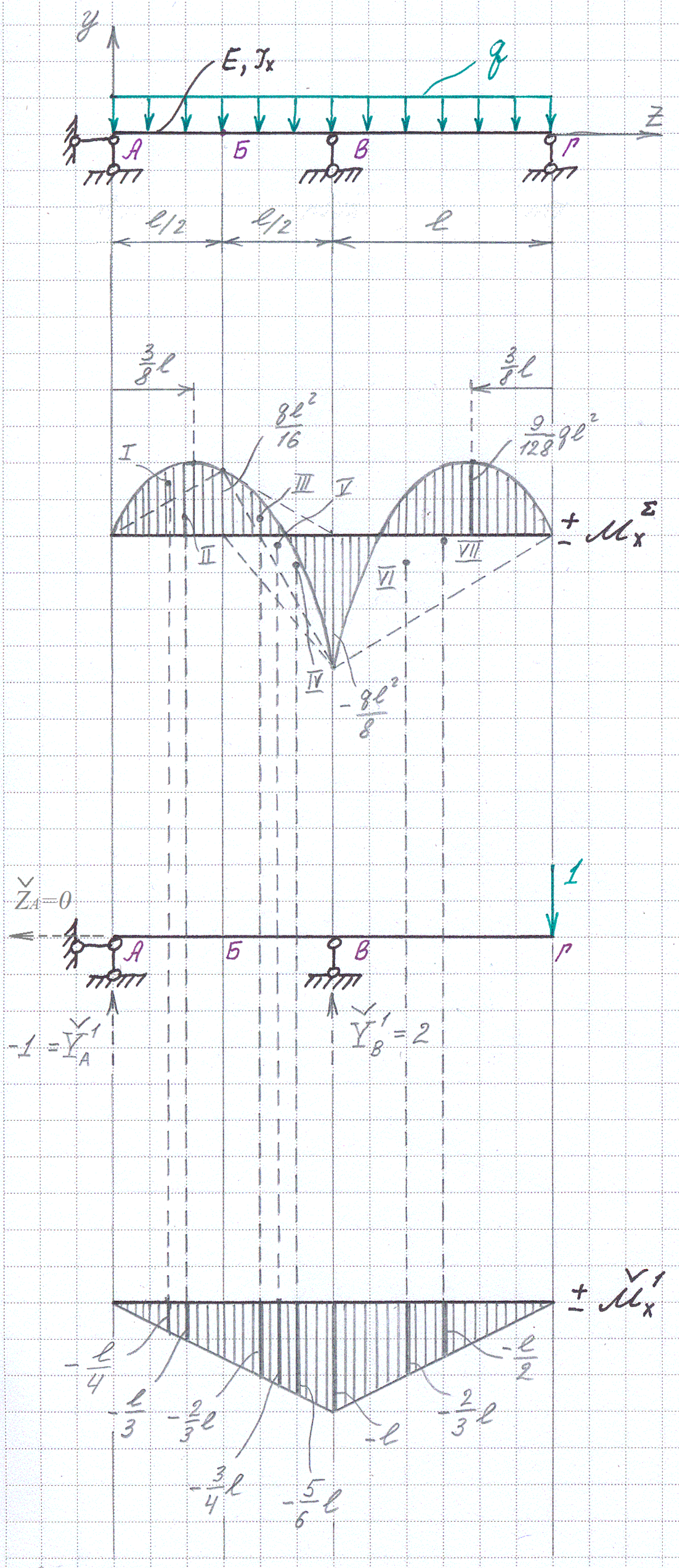


Перемещение находят, прикладывая единичную фиктивную нагрузку к интересующей точке в <u>любой</u> о.с.

Выбираем о.с. №3.

$$V_Б = \frac{M_x^{\Sigma}\cdot \hat{M}_x^1}{E\cdot J_x} = \frac{1}{EJ_x}\cdot\Big[\overset{I}{\Big(\frac{q(\frac{l}{2})^3}{12}\Big)}\cdot\frac{l}{8} + \overset{II}{\Big(\frac{1}{2}\cdot\frac{ql^2}{16}\cdot\frac{l}{2}\Big)}\frac{l}{6} + \overset{III}{\Big(\frac{1}{2}\,\frac{ql^2}{16}\cdot\frac{l}{2}\Big)}\cdot\frac{l}{6} - \overset{IV}{\Big(\frac{1}{2}\,\frac{ql^2}{8}\cdot\frac{l}{2}\Big)}\cdot\frac{l}{12} + \overset{V}{\Big(\frac{q(\frac{l}{2})^3}{12}\Big)}\cdot\frac{l}{8}\Big] = \frac{q\cdot l^4}{192\cdot EJ_x}$$

IV. Проверка правильности решения (вычисление перемещения или угла поворота, заведомо равного нулю):



Точка Г расположена над опорой, препятствующей вертикальному перемещению. Значит, должно выполняться условие:

$$V_Г = 0$$

Проверим это.

Единственная о.с. которую можно использовать для вычисления вертикального перемещения точки Г – это о.с. №3:

$$V_Г = \frac{M_x^{\Sigma} \cdot \check{M}_x^1}{EJ_x} =$$

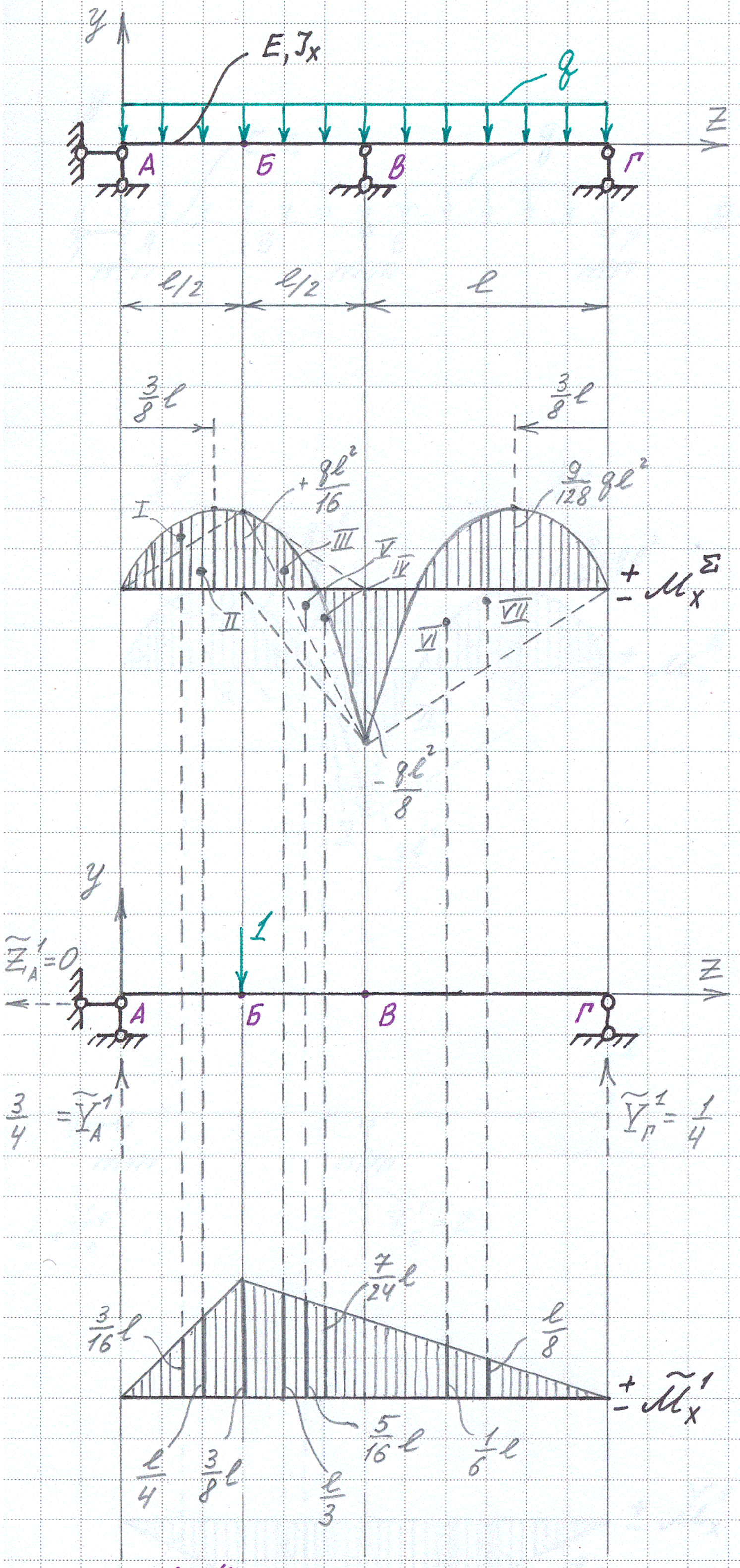
$$= +\frac{2}{EJ_x}\cdot\left[\overset{VI}{\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{ql^2}{8}\cdot l\right)\cdot\frac{2}{3}l} - \overset{VII}{\left(\frac{ql^3}{12}\right)\frac{l}{2}}\right] =$$

$$= \frac{2ql^4}{EJ_x}\left[\frac{2}{48}-\frac{1}{24}\right]=0$$

Замечание: $V_В=0$ – искать нельзя! на этом условии решалась задача!

Проверка сошлась.

IV. Проверка правильности решения (вычисление одного перемещения в разных о.с.):



Вертикальное перемещение точки Б уже определено с использованием о.с. N3:

$$V_Б = \frac{1}{192}\cdot\frac{q\ell^4}{EJ_x}$$

Вычислим его повторно, используя о.с. N1:

$$V_Б = \frac{M_x^{\Sigma}\cdot \tilde{M}_x^1}{EJ_x} =$$

$$= \frac{1}{EJ_x}\cdot\Big[\overset{I}{\left(\frac{q\left(\frac{\ell}{2}\right)^3}{12}\right)}\cdot\frac{3}{16}\ell + \overset{II}{\left(\frac{1}{2}\,\frac{q\ell^2}{16}\cdot\frac{\ell}{2}\right)}\cdot\frac{\ell}{4} + \overset{III}{\left(\frac{1}{2}\,\frac{q\ell^2}{16}\,\frac{\ell}{2}\right)}\cdot\frac{\ell}{3} -$$

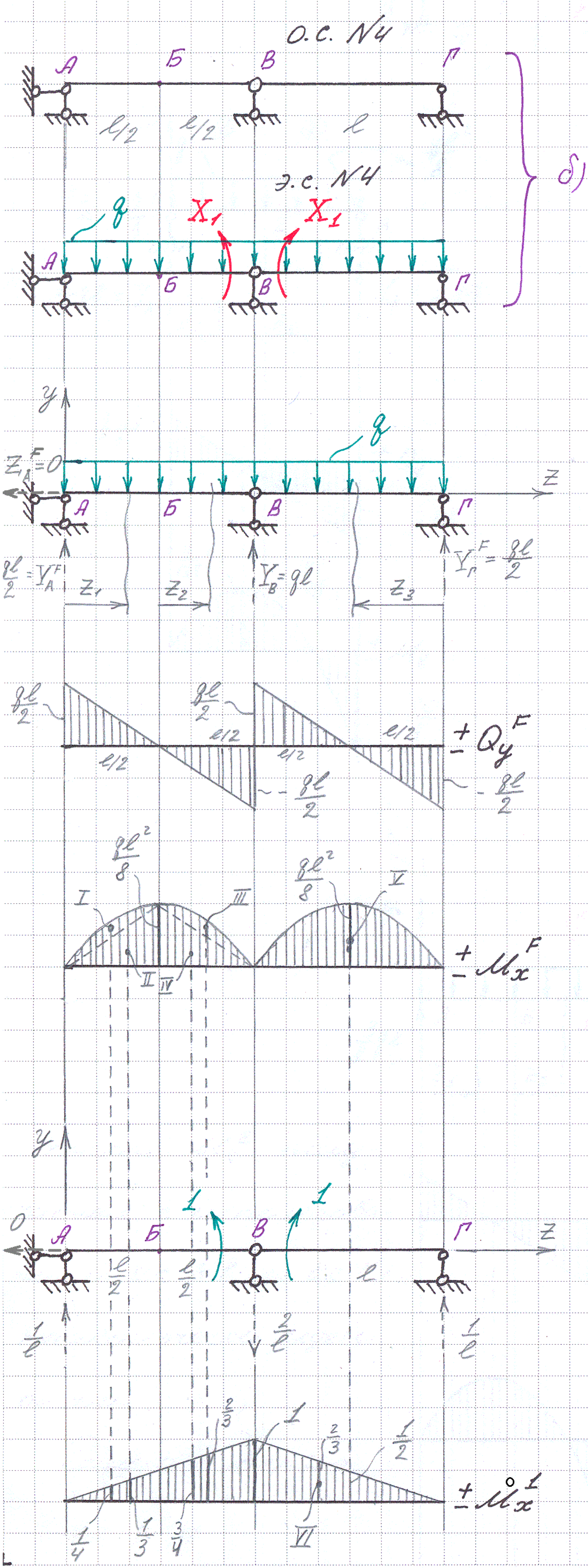
$$- \overset{IV}{\left(\frac{1}{2}\,\frac{q\ell^2}{8}\,\frac{\ell}{2}\right)}\cdot\frac{7}{24}\ell + \overset{V}{\left(\frac{q\left(\frac{\ell}{2}\right)^3}{12}\right)}\frac{5}{16}\ell -$$

$$- \overset{VI}{\left(\frac{1}{2}\,\frac{q\ell^2}{8}\ell\right)}\cdot\frac{1}{6}\ell + \overset{VII}{\left(\frac{q\ell^3}{12}\right)}\cdot\frac{\ell}{8}\Big] =$$

$$= \frac{q\ell^4}{1536\cdot EJ_x}\left[3+6+8-14+5-\cancel{16}+\cancel{16}\right] = \frac{8}{1536}\cdot\frac{q\ell^4}{EJ_x} = \frac{1}{192}\cdot\frac{q\ell^4}{EJ_x}$$

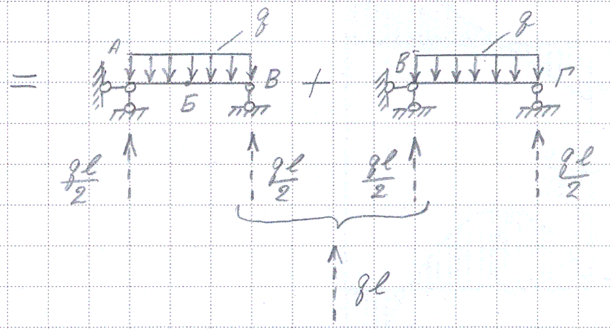
Проверка сошлась.

IV. Проверка правильности решения (решение задачи в о.с. № 4):



в) $X_1\delta_{11}+\delta_{1F}=0$

Шарнир, врезанный над опорой, как-бы разделяет одну балку на две независимые:



г)

$$\delta_{11}=\frac{\mathring{\mathcal{M}}_x^1\cdot\mathring{\mathcal{M}}_x^1}{EJ_x}=$$

$$=\frac{2}{EJ_x}\Big[\overset{VI}{\Big(\frac{1}{2}l\cdot 1\Big)}\cdot\frac{2}{3}\Big]=\frac{2l}{3EJ_x}$$

$$\delta_{1F}=\frac{\mathring{\mathcal{M}}_x^1\cdot\mathcal{M}_x^F}{EJ_x}=$$

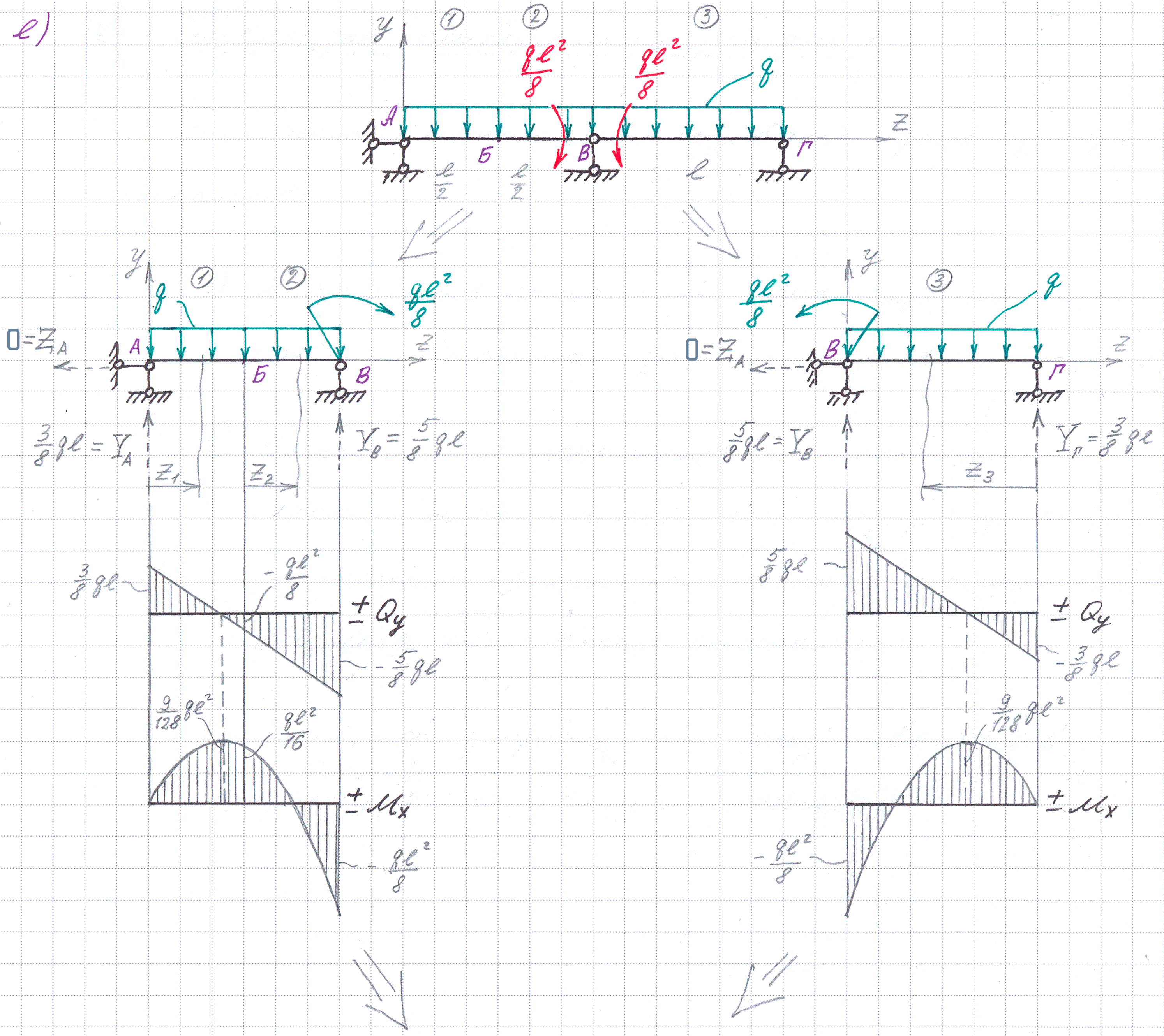
$$=\frac{2}{EJ_x}\Big[\overset{V}{\Big(\frac{ql^3}{12}\Big)}\cdot\frac{1}{2}\Big]=\frac{ql^3}{12EJ_x}$$

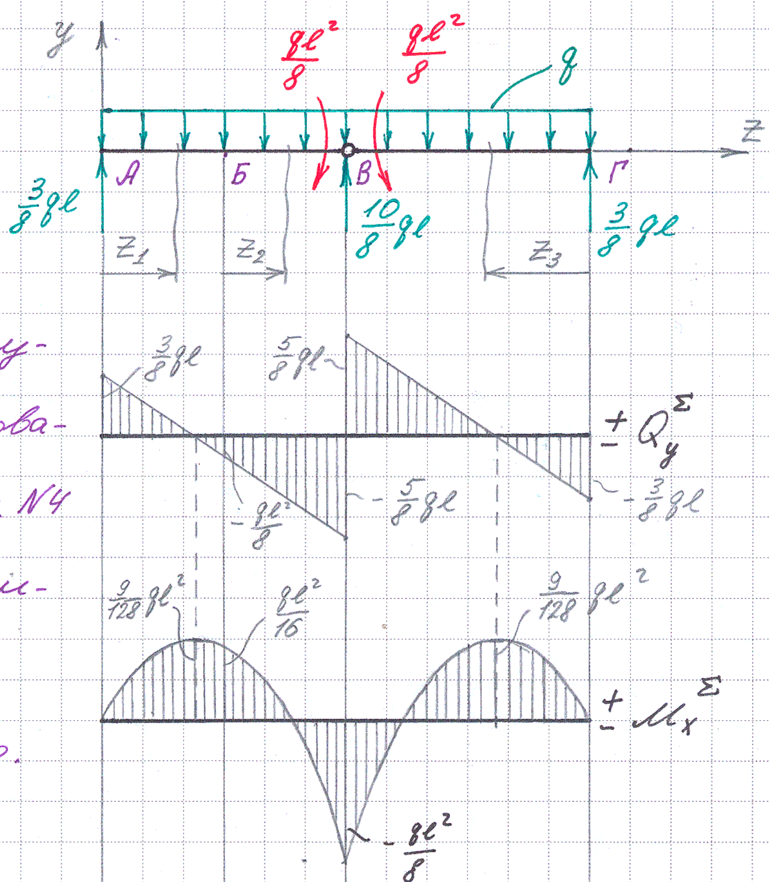
д)

$$X_1=-\frac{\delta_{1F}}{\delta_{11}}=-\frac{\frac{ql^3}{12EJ_x}}{\frac{2l}{3EJ_x}}=$$

$$=-\frac{ql^2}{8}$$

е)





Эпюры M_x^Σ, полученные с использованием о.с. N1 и о.с. N4 практически идентичны.

Решение верно.