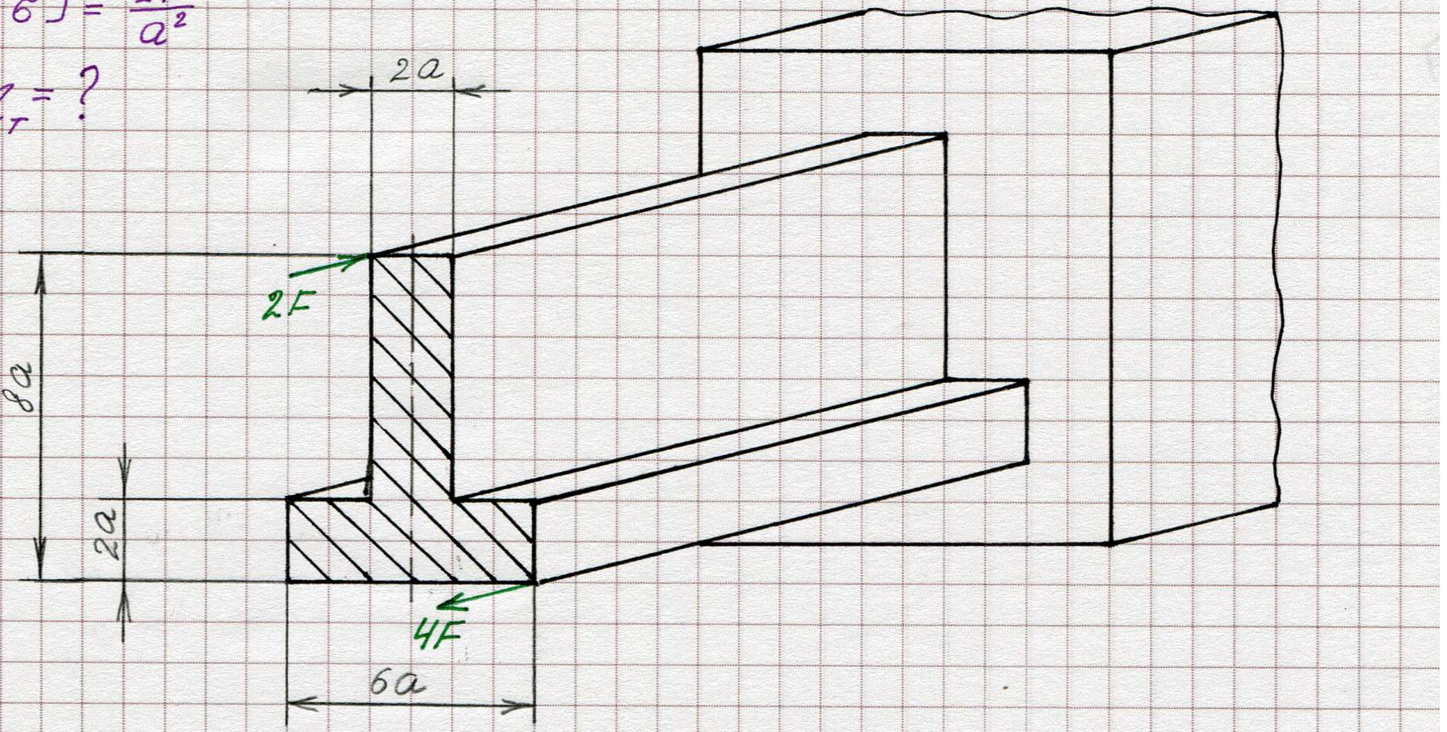
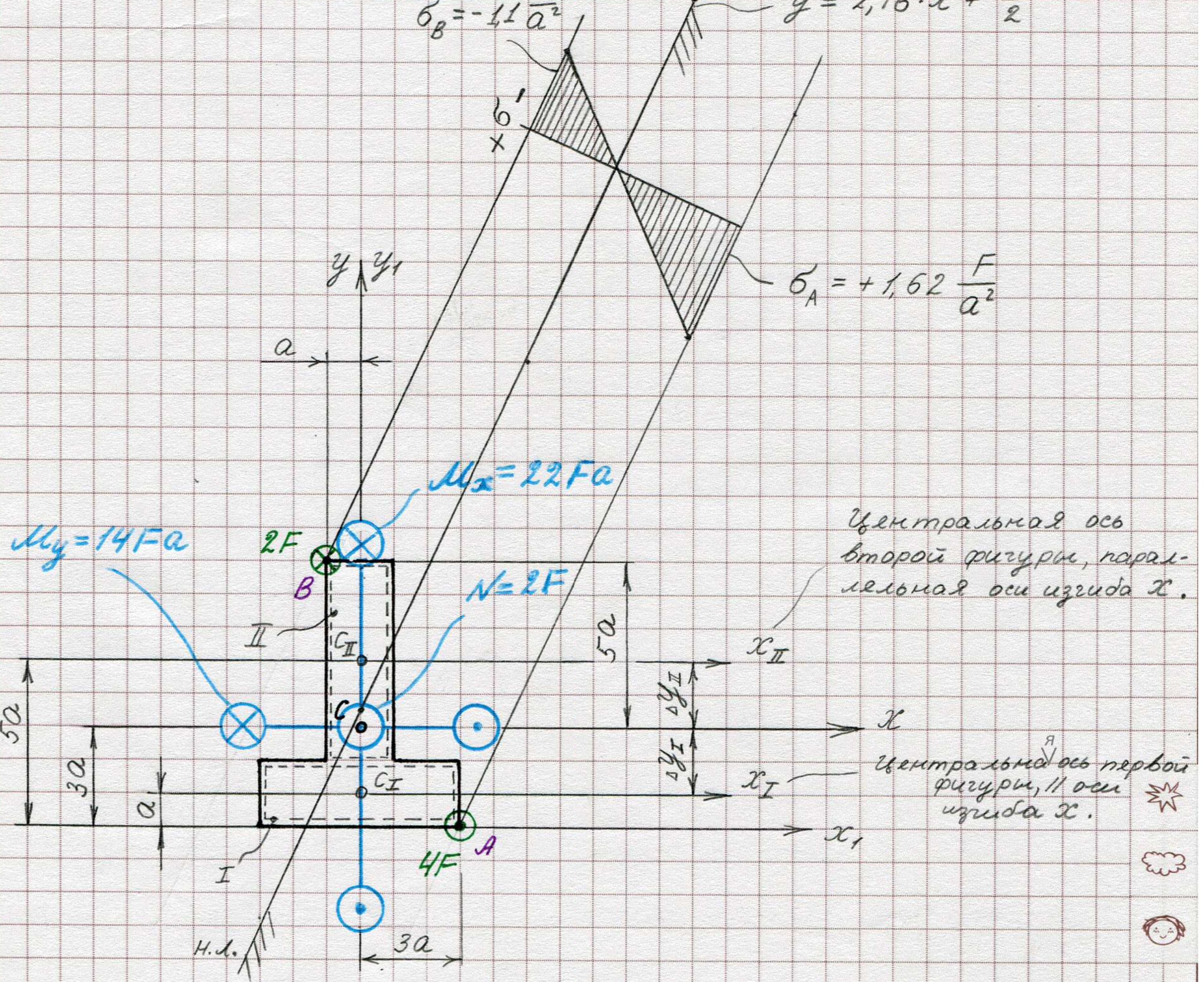
$[\sigma] = \frac{2F}{a^2}$

$\eta_т = ?$



Решение

Рис. 1.



Ось симметрии является главной центральной осью y. Где на ней лежит центр тяжести сечения C, мы, пока, не знаем. Местоположение C определяем, работая в произвольной системе координат $x_1 y_1$, где ось y_1 совпадает с осью y, а ось x_1 проходит, например, через основание сечения:

$x_{1c} = 0$;

$y_{1c} = ?$;

$A^{I} = 2a \cdot 6a = 12a^2$ – площадь фигуры I;

$A^{II} = 2a \cdot 6a = 12a^2$ – площадь фигуры II;

$A = A^{I} + A^{II} = 12a^2 + 12a^2 = 24a^2$ – площадь всего сечения;

$S_{x_1}^{I} = A^{I} \cdot y_{1c_{I}} = (12 \cdot a^2) \cdot a = 12a^3$

$S_{x_1}^{II} = A^{II} \cdot y_{1c_{II}} = (12 \cdot a^2) \cdot 5a = 60a^3$

$S_{x_1} = S_{x_1}^{I} + S_{x_1}^{II} = 12a^3 + 60a^3 = 72a^3$ – статический момент сечения относительно оси x_1

$y_{1c} = \frac{S_{x_1}}{A} = \frac{72a^3}{24a^2} = 3a > 0$ – координата центра тяжести сечения на оси y_1 произвольной системы координат.

Через C проводим вторую главную центральную ось поперечного сечения – x.

Моменты инерции сечения относительно главных центральных осей x и y:

$$J_x^{I} = J_{x_I}^{I} + A^{I}\cdot \Delta y_I^2 = \frac{6a\cdot(2a)^3}{12} + 12a^2\cdot(2a)^2 = 52\cdot a^4$$

$$J_x^{II} = J_{x_{II}}^{II} + A^{II}\cdot \Delta y_{II}^2 = \frac{2a\cdot(6a)^3}{12} + 12\cdot a^2\cdot(2a)^2 = 84a^4$$

$$J_x = J_x^{I} + J_x^{II} = 52a^4 + 84a^4 = \underline{\underline{136a^4}}$$

$$J_y^{I} = \frac{(6a)^3\cdot 2a}{12} = 36a^4$$

$$J_y^{II} = \frac{6a\cdot(2a)^3}{12} = 4\cdot a^4$$

$$J_y = J_y^{I} + J_y^{II} = 36a^4 + 4a^4 = \underline{\underline{40\cdot a^4}}$$

Внутренние силовые факторы в произвольном поперечном сечении балки (смотрим, какие моменты внешние силы $2F$ и $4F$ создают относительно главных центральных осей x и y):

$$M_x = -2F\cdot 5a - 4F\cdot 3a = -22\cdot F\cdot a$$

$$M_y = -2F\cdot a - 4F\cdot 3a = -14Fa$$

$$N = -2F + 4F = 2F$$

Уравнение нейтральной линии:

$$-\underbrace{\frac{|M_x|}{I_x}}_{M_x \text{ сжимает первый квадрант}}\cdot y+\underbrace{\frac{|M_y|}{I_y}}_{M_y \text{ растягивает первый квадрант}}x+\frac{N}{A}=0$$

$$y=\frac{I_x}{I_y}\cdot\frac{|M_y|}{|M_x|}\cdot x+\frac{N}{A}\cdot\frac{I_x}{|M_x|}=$$

$$=\frac{136\cdot a^4}{40\cdot a^4}\cdot\frac{14\,Fa}{22\,Fa}\cdot x+\frac{2F}{24\cdot a^2}\cdot\frac{136\cdot a^4}{22\,Fa}=\frac{119}{55}x+\frac{17}{33}a\approx$$

$$\approx 2,16\cdot x+\frac{a}{2}$$

$$\left.\begin{aligned}&x=0:\quad y=\frac{a}{2}\\&x=10a:\quad y=22a\end{aligned}\right\}\text{ На рис. 1 строим прямую н.л.}$$

Наиболее удалёнными от нейтральной линии являются точки A и B (рис. 1). Именно в них напряжения достигнут максимума и минимума:

$$\text{т. } A:\ (\underbrace{3a}_{x_A};\ \underbrace{-3a}_{y_A})$$

$$\sigma_A=-\frac{|M_x|}{I_x}\cdot y_A+\frac{|M_y|}{I_y}\cdot x_A+\frac{N}{A}=$$

$$=-\frac{22\,Fa}{136\,a^4}(-3a)+\frac{14\cdot Fa}{40\,a^4}\cdot 3a+\frac{2F}{24\,a^2}\approx 1,62\,\frac{F}{a^2}$$

т. B: $(\underbrace{-a}_{x_B};\ \underbrace{5a}_{y_B})$

$$\sigma_B = -\frac{|M_x|}{J_x}\cdot y_B + \frac{|M_y|}{J_y}\cdot x_B + \frac{N}{A} =$$

$$= -\frac{22Fa}{136\cdot a^4}\cdot 5a + \frac{14Fa}{40a^4}\cdot(-a) + \frac{2F}{24a^2} \approx -1{,}1\,\frac{F}{a^2}$$

Запас прочности конструкции:

$$|\sigma|_{max} = max\,(\,|\sigma_A|\,,\,|\sigma_B|\,) = 1{,}62\cdot\frac{F}{a^2}$$

$$\eta = \frac{[\sigma]}{|\sigma|_{max}} = \frac{2\,\frac{F}{a^2}}{1{,}62\,\frac{F}{a^2}} = 1{,}23$$