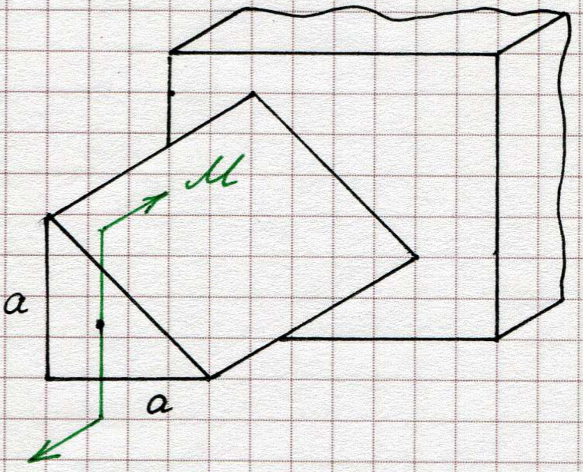


Дано: M, a

Построить эпюру нормальных напряжений в поперечном сечении балки.

Решение

Все поперечные сечения балки равноопасны.

$AD = a\cdot\sqrt{2}$

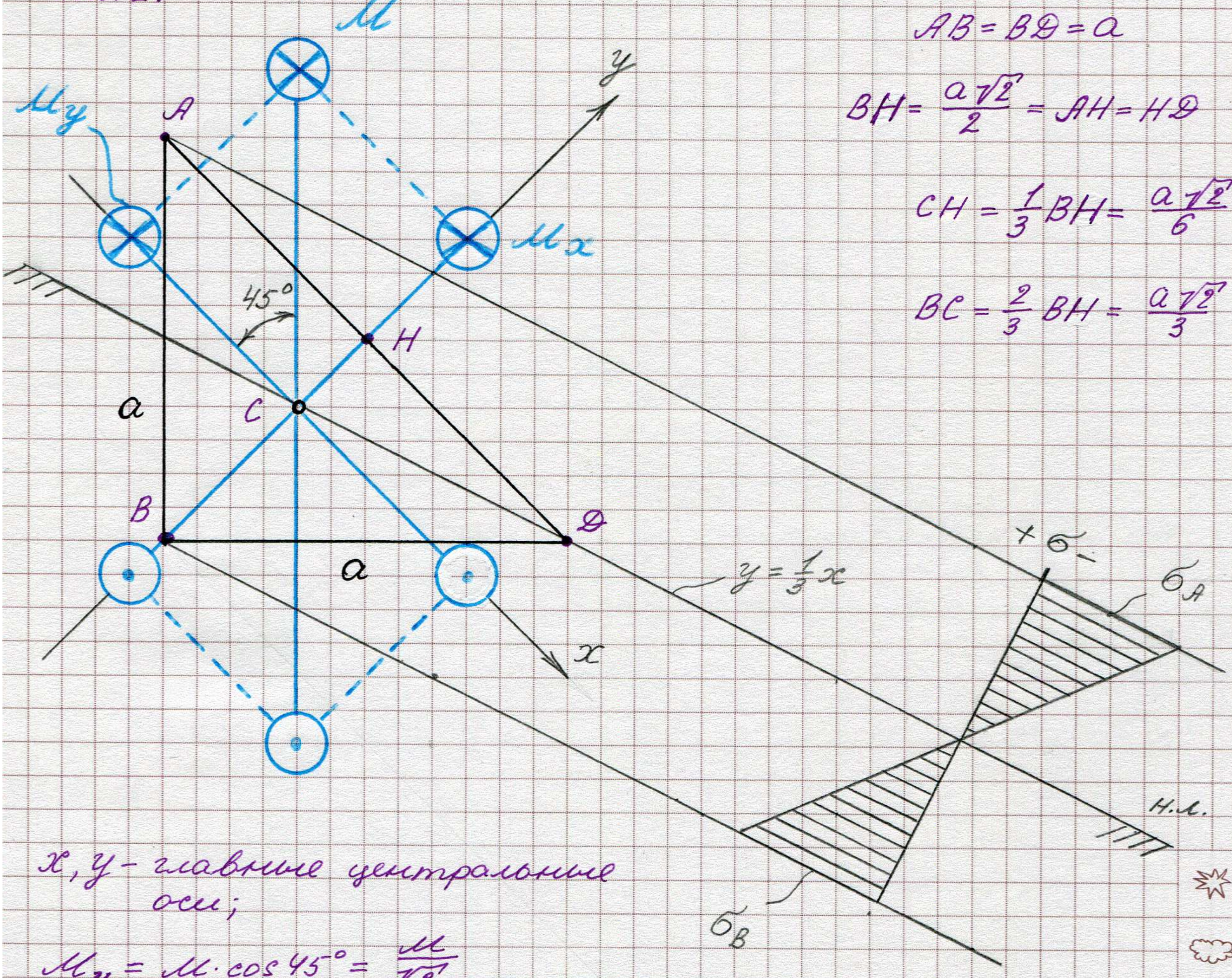
$AB = BD = a$

$BH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} = AH = HD$

$CH = \dfrac{1}{3} BH = \dfrac{a\sqrt{2}}{6}$

$BC = \dfrac{2}{3} BH = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$

Рис. 1.



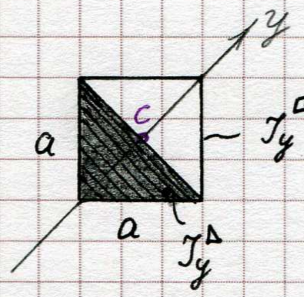
x, y – главные центральные оси;

$M_y = M\cdot\cos 45° = \dfrac{M}{\sqrt{2}}$

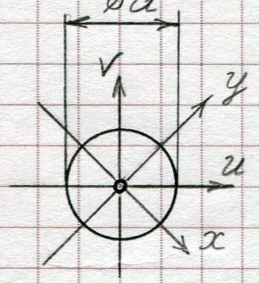
$M_x = M\cdot\sin 45° = \dfrac{M}{\sqrt{2}}$

Изгибные моменты инерции поперечного сечения:

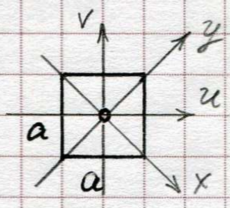
$$J_y^{\Delta} = \frac{1}{2}\cdot J_y^{\square} = \frac{1}{2}\cdot\frac{a^4}{12}$$ – треугольник - это половинка квадрата.



Для фигур, имеющих более трёх осей симметрии, любая центральная ось является главной с одним и тем же значением осевого момента инерции:

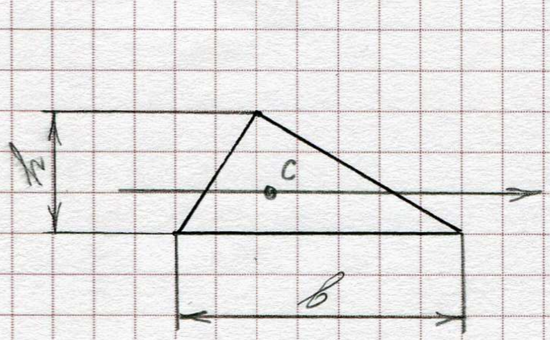


$$J_x = J_y = J_u = J_v = \frac{\pi d^4}{64}$$



$$J_x = J_y = J_u = J_v = \frac{a^4}{12}$$

$$J_x = \frac{b\cdot h^3}{36} = \frac{a\sqrt{2}\cdot\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3}{36} = \frac{a^4}{72}$$ – момент инерции треугольника относительно центральной оси, параллельной его основанию.



Уравнение нейтральной линии:

$$-\underbrace{\frac{|M_x|}{J_x}\cdot y}_{\text{сжимает первый квадрант}} + \underbrace{\frac{|M_y|}{J_y}\cdot x}_{\text{растягивает первый квадрант}} = 0$$

$$y = \frac{|M_y|}{|M_x|}\cdot\frac{J_x}{J_y}\cdot x = \frac{\frac{M}{\sqrt{2}}}{\frac{M}{\sqrt{2}}}\cdot\frac{\frac{a^4}{72}}{\frac{a^4}{24}} x = \frac{24}{72}\cdot x = \frac{1}{3}x$$

На рис. 1 изображаем нейтральную линию, как график функции $y=\frac{1}{3}x$ в координатах Cxy.

Наиболее удалёнными от нейтральной линии являются точки A и B сечения. Именно в них будут максимальное и минимальное напряжения:

т. A: $\left(\underbrace{-a\frac{\sqrt{2}}{2}}_{x_A};\ \underbrace{\frac{a\sqrt{2}}{6}}_{y_A}\right)$

$$\sigma_A = -\frac{|M_x|}{J_x}y_A + \frac{|M_y|}{J_y}x_A = -\frac{\frac{M}{\sqrt{2}}}{\frac{a^4}{72}}\cdot a\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{\frac{M}{\sqrt{2}}}{\frac{a^4}{24}}\cdot\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}\right) = -24\frac{M}{a^3}$$

т. B: $\left(\underbrace{0}_{x_B};\ \underbrace{-\frac{a\sqrt{2}}{3}}_{y_B}\right)$

$$\sigma_B = -\frac{|M_x|}{J_x}\cdot y_B + \frac{|M_y|}{J_y}\overset{0}{\cancel{x_B}} = -\frac{\frac{M}{\sqrt{2}}}{\frac{a^4}{72}}\cdot\left(-a\frac{\sqrt{2}}{3}\right) = 24\frac{M}{a^3}$$

$|\sigma_A| = |\sigma_B| \Rightarrow$ точки равноопасны.