Пределы применимости формулы Эйлера

В точном и в энергетическом методах рассчитываемые стержни предполагаются

а) длинными;

и

б) линейно упругими (рис. II.7, участок G-A).

Сила, выводящая ~~длинный~~ стержень из состояния устойчивого равновесия, относительно невелика, сжимающим её действием на стержень можно пренебречь, учитывать только действие внутреннего изгибающего момента $M_{изг}$:

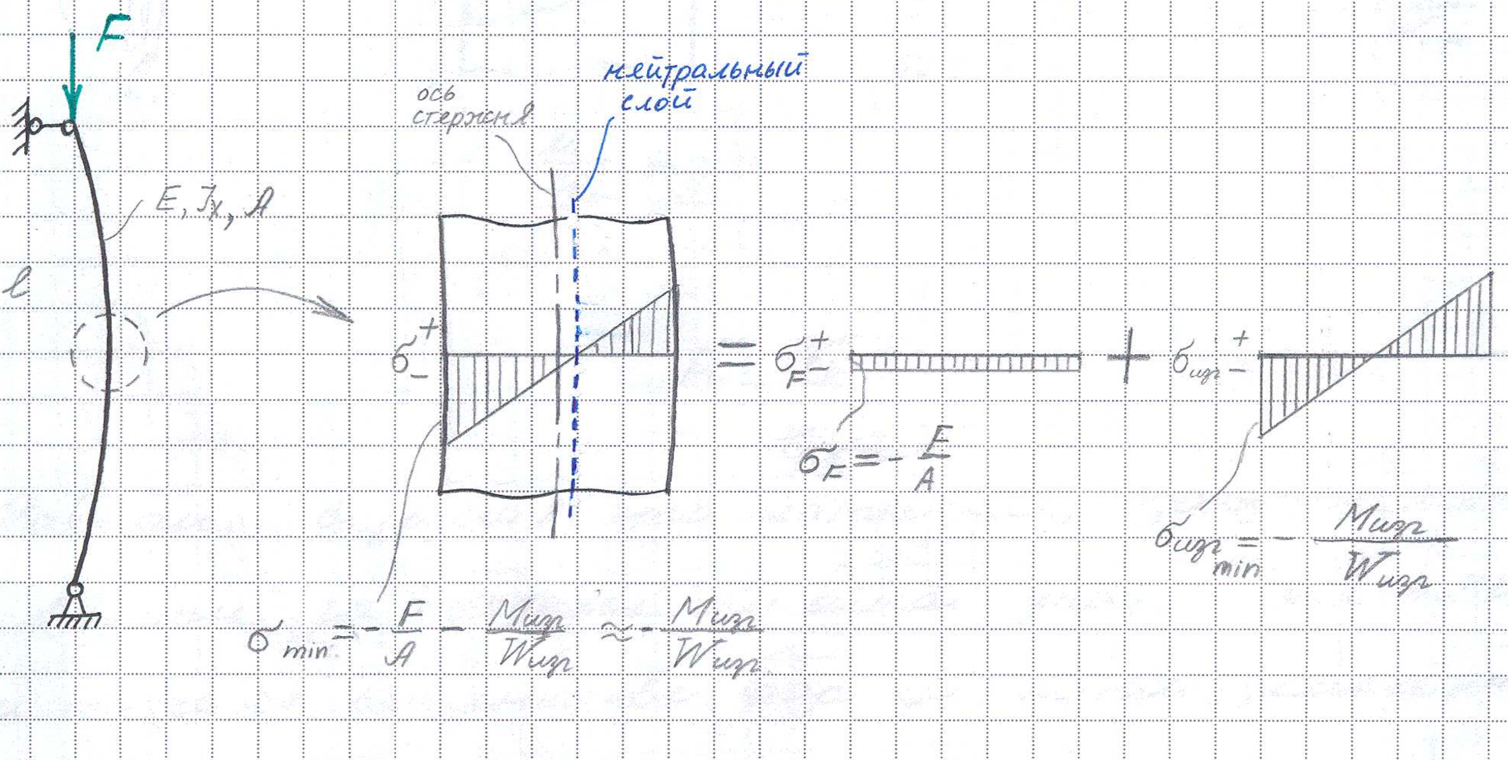

Рис. XI.7

Поэтому в примерах [1]...[5] не учитываются смещения вдоль оси z, а в примерах [6] и $\boxed{7}$ учитывается только потенциальная энергия изгиба.

Расчёт же линейно упругих конструкций ведётся по относительно простым формулам.

Для приведения же короткого стержня в состояние безразличного равновесия требуется уже бо́льшая продольная сила:

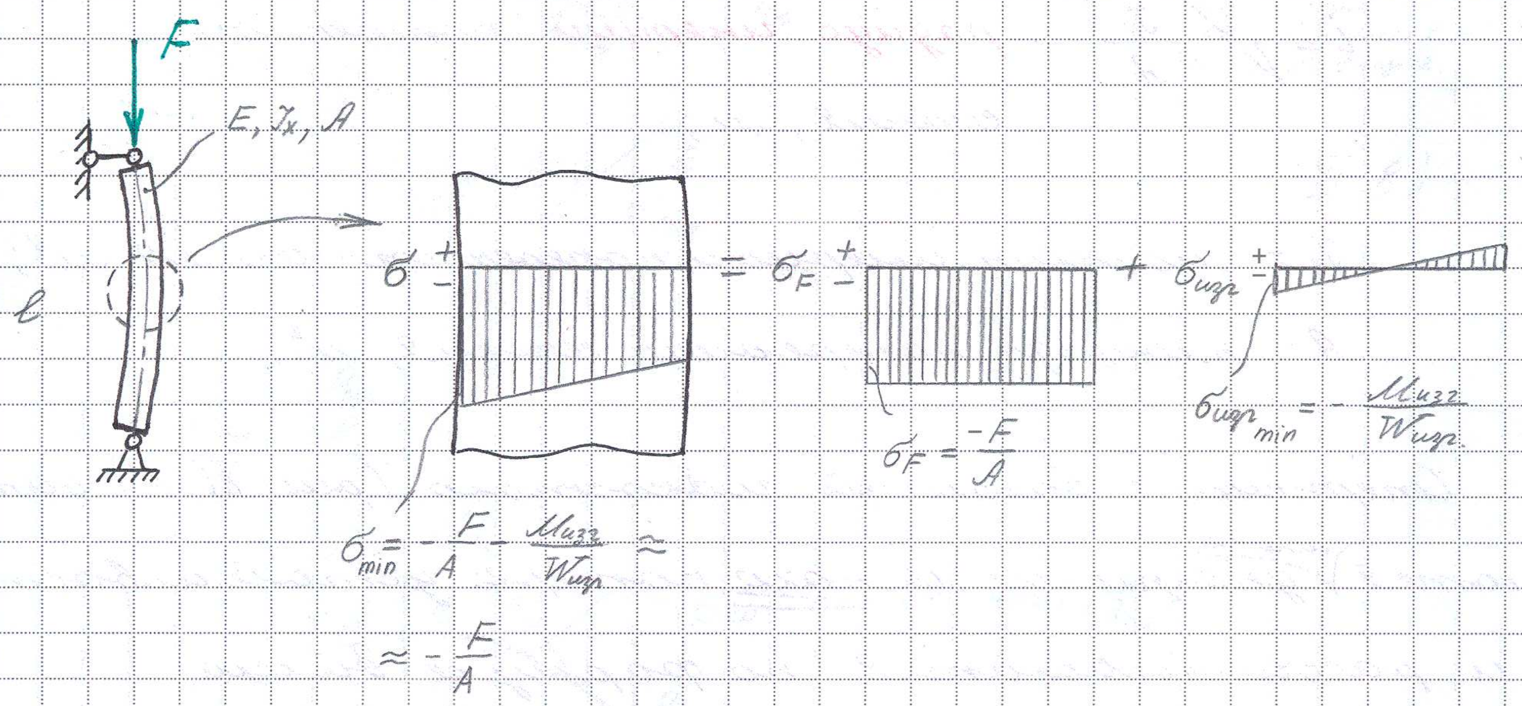

Рис. XI. 8

Настолько большая, что материал стержня может „выйти" за пределы линейной упругости ($\sigma_{min} > \sigma_{пц}$) и тогда большинство формул, используемых ранее теряют смысл.

Короткие стержни расчитываются по эмпирическим и полуэмпирическим формулам.

Как различить „длинные" и „короткие" стержни?

Вводится понятие „гибкости":

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i}, \; [\;] \qquad (XI.6)$$

где

λ – гибкость стержня;

μ – коэффициент приведения длины;

l – длина стержня, м;

$i = \sqrt{\frac{J_x}{A}}$ – радиус инерции поперечного сечения, м;

J_x – момент инерции поперечного сечения, $м^4$;

A – площадь поперечного сечения, $м^2$.

Стержни с большой гибкостью (рис. XI.7) остаются линейно упругими и после потери устойчивости и рассчитываются по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E J_x}{(\mu l)^2}$$

Материал стержней с малой гибкостью (рис. XI.8) становится нелинейно упругим ещё до потери устойчивости. Критическую силу в этом случае можно вычислить по приближённым формулам:

$$\sigma_{кр} = \sigma_т - (\sigma_т - \sigma_{пц}) \left(\frac{\lambda}{\lambda_{пу}}\right)^2 \qquad (XI.7)$$

$$F_{кр} = \sigma_{кр} \cdot A$$

где

λ - гибкость рассчитываемого стержня;

$\lambda_{пц}$ - гибкость стержня, в котором потеря устойчивости ($F = F_{кр}$) происходит одновременно с выходом материала за пределы линейной упругости ($\sigma_{кр} = \sigma_{пц}$).

$$\sigma_{кр.} \approx \frac{P_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E J_x}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E i^2}{(\mu \cdot l)^2} =$$

$$= \frac{\pi^2 E}{\lambda^2_{пц}} = \sigma_{пц}$$

$$\Downarrow$$

$$\lambda_{пц} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{пц}}} \qquad (XI.8)$$

Знак „-" не пишем, просто помним, что эти напряжения - сжимающие.

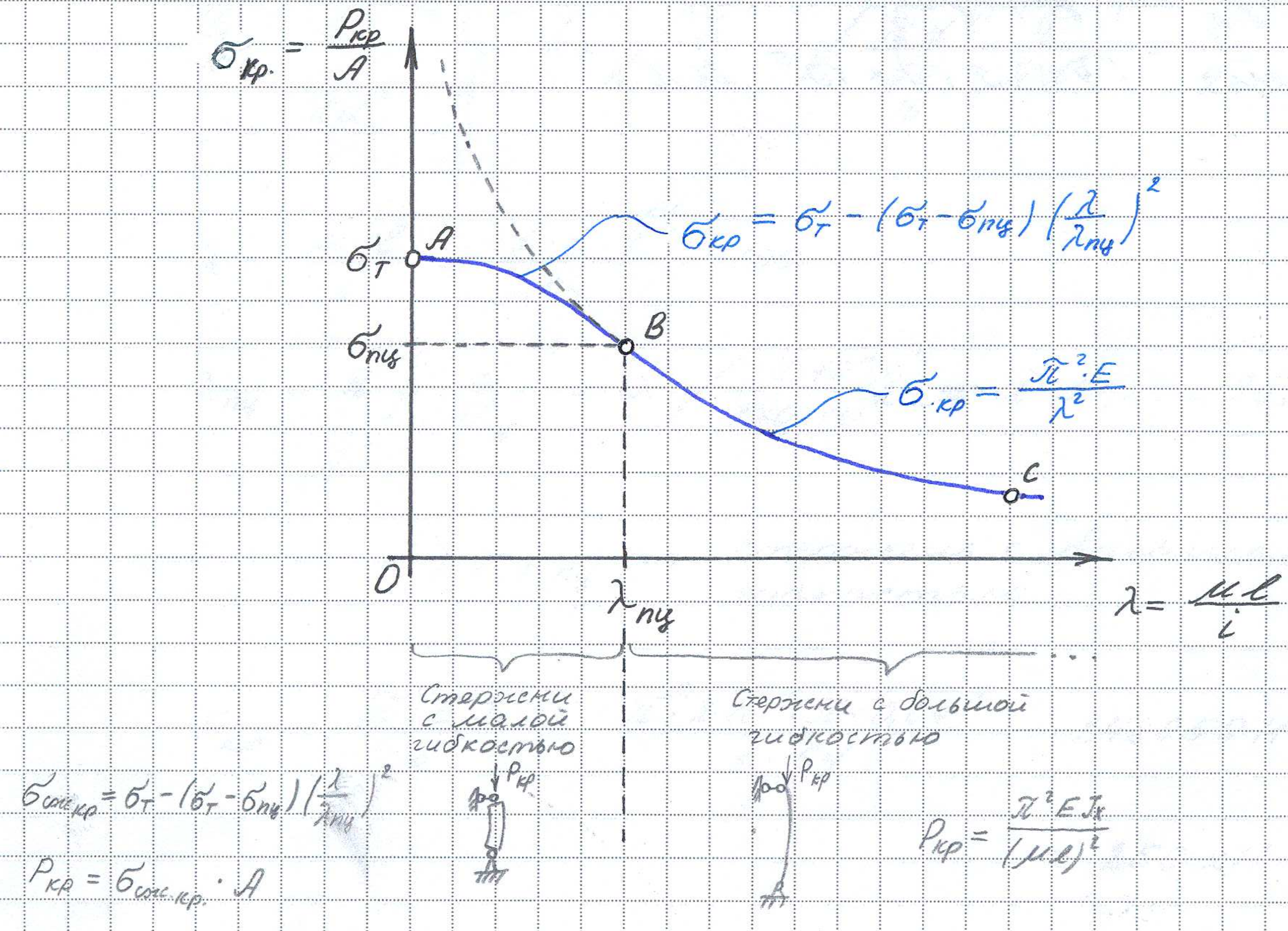

Рис. XI. 9

Таблица XI.1

Материал	$\sigma_{пц}$, МПа	$\sigma_т$, МПа	$\lambda_{пц}$
Ст. 2	190	220	105
Ст. 3	220	280	96
Ст. 4, 20	230	260	94
Ст. 5, 35, 35Л	240	280	92
Ст. 45Л	270	320	86
Ст. 45	305	360	82
Ст. 50	320	380	80
Дерево	—	—	70

Модуль упругости первого рода E для