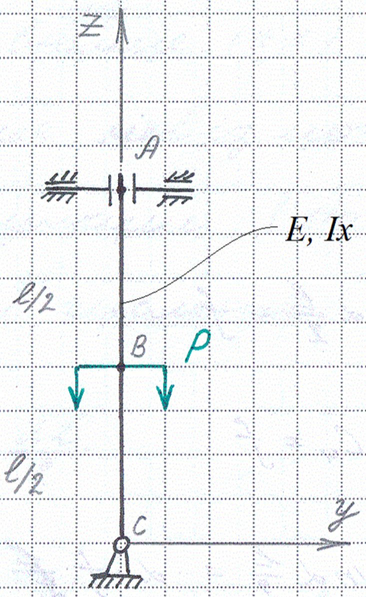
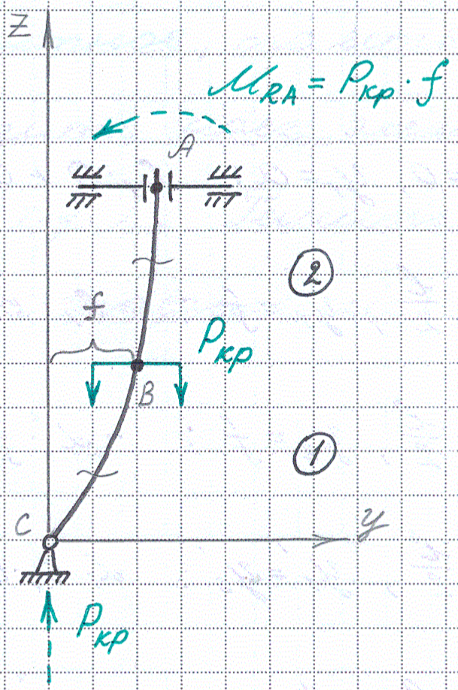
$\boxed{3}$



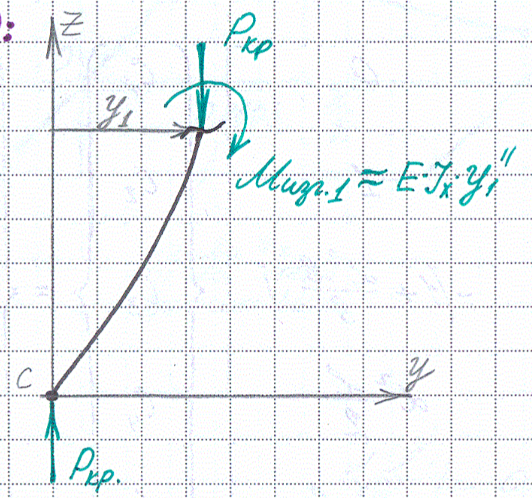
Расчётная схема



Форма потери устойчивости
(состояние безразличного равновесия)

Стержень разбиваем на участки: 1 и 2

1:



$$\sum \mathcal{M}_C = 0 = -\underbrace{\mathcal{M}_{изг_1}}^{EJ_x y_1''} - P_{кр} \cdot y_1$$

$$y_1'' + \frac{P_{кр}}{EJ_x} y_1 = 0$$

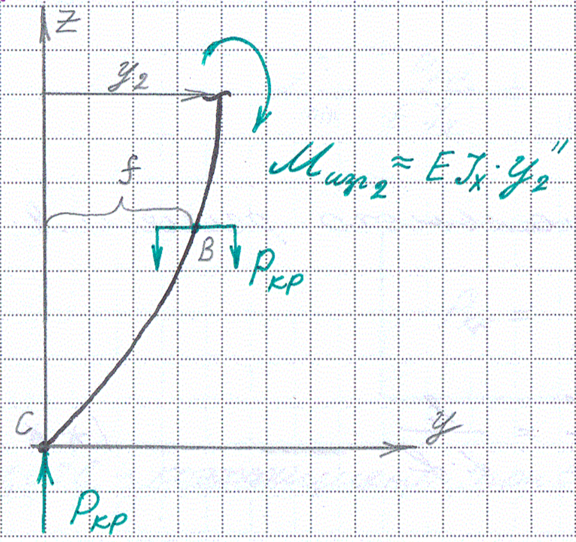
$$\alpha^2 \triangleq \frac{P_{кр}}{E \cdot J_x}$$

$$y_1'' + \alpha^2 \cdot y_1 = 0$$

Решение: $y_1 = C_1 \sin \alpha z + C_2 \cdot \cos \alpha z$

$$y_1' = \alpha \cdot C_1 \cdot \cos \alpha z - \alpha \cdot C_2 \cdot \sin \alpha z$$

2:



$$\sum \mathcal{M}_C = 0 = -\mathcal{M}_{изг_2} - P_{кр} \cdot f$$

$$EJ_x y_2'' + P_{кр} \cdot f = 0$$

$$y_2'' = -\alpha^2 \cdot f$$

$$y_2' = -\alpha^2 \cdot f \cdot z + C_3$$

$$y_2 = -\alpha^2 \cdot f \cdot \frac{z^2}{2} + C_3 \cdot z + C_4$$

Г.У.:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\ z=0,\ y_1=0:\quad C_1\cdot 0+C_2\cdot 1=0\\
&2)\ z=\frac{\ell}{2},\ y_1=f:\quad C_1\cdot\sin\alpha\frac{\ell}{2}+C_2\cdot\cos\alpha\frac{\ell}{2}=f\\
&3)\ z=\frac{\ell}{2},\ y_2=f:\quad -\alpha^2\cdot f\cdot\frac{\ell^2}{8}+C_3\cdot\frac{\ell}{2}+C_4=f\\
&4)\ z=\frac{\ell}{2},\ y_1'=y_2':\quad \alpha\cdot C_1\cdot\cos\alpha\frac{\ell}{2}-\alpha\cdot C_2\cdot\sin\alpha\frac{\ell}{2}=-\alpha^2 f\cdot\frac{\ell}{2}+C_3\\
&5)\ z=\ell,\ y_2'=0:\quad -\alpha^2\cdot f\cdot\ell+C_3=0
\end{aligned}\right\}(*)$$

Система уравнений (*) в матричной форме:

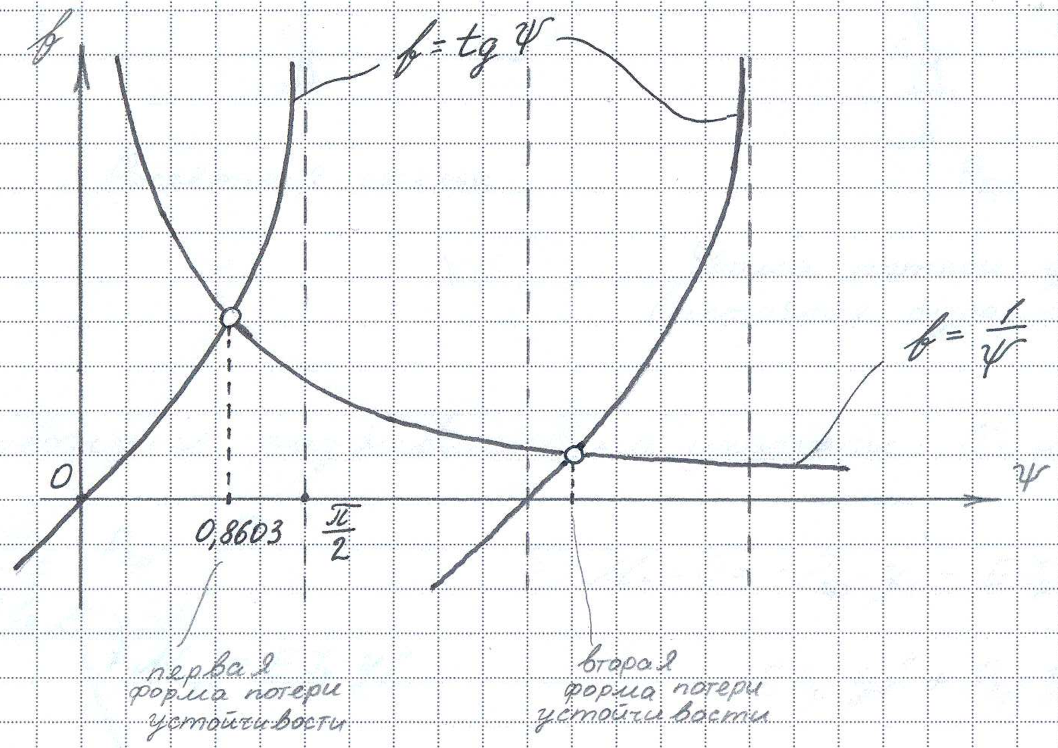
$$\begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
\sin\alpha\frac{\ell}{2} & \cos\alpha\frac{\ell}{2} & 0 & 0 & -1\\
0 & 0 & \frac{\ell}{2} & 1 & -\left(1+\frac{\alpha^2\ell^2}{8}\right)\\
\alpha\cdot\cos\alpha\frac{\ell}{2} & -\alpha\cdot\sin\alpha\frac{\ell}{2} & -1 & 0 & \alpha^2\frac{\ell}{2}\\
0 & 0 & 1 & 0 & -\alpha^2\ell
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} C_1\\ C_2\\ C_3\\ C_4\\ f\end{Bmatrix}
=\begin{Bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}$$

Условие наличия нетривиального решения:

$$\det=0 \Rightarrow \operatorname{tg}\frac{\alpha\cdot\ell}{2}=\frac{2}{\alpha\cdot\ell}\qquad (**)$$

Уравнение (**) трансцендентное, то есть его решение невозможно выразить через элементарные функции (sin, cos, tg, lg и т.д.). Решить его можно численно. Например, графически:

$$\psi \triangleq \frac{\alpha l}{2}$$



$$\left.\frac{\alpha l}{2}\right|_{min} = 0,8603$$

$$\alpha^2_{min} = \frac{P_{кр}}{EJ_x} = \left(\frac{2 \cdot 0,8603}{l}\right)^2 = \frac{\pi^2}{(1,826 \cdot l)^2}$$

$$\boxed{P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_x}{(1,826 \cdot l)^2}}$$

$\mu = 1,826$ – коэффициент приведения длины (0,548 полуволны).