

Зазор у точки С при удлинении стержня в процессе сварки.

Дано: $l = 0,5 \text{ м}$

$[σ] = 100 \text{ МПа}$

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

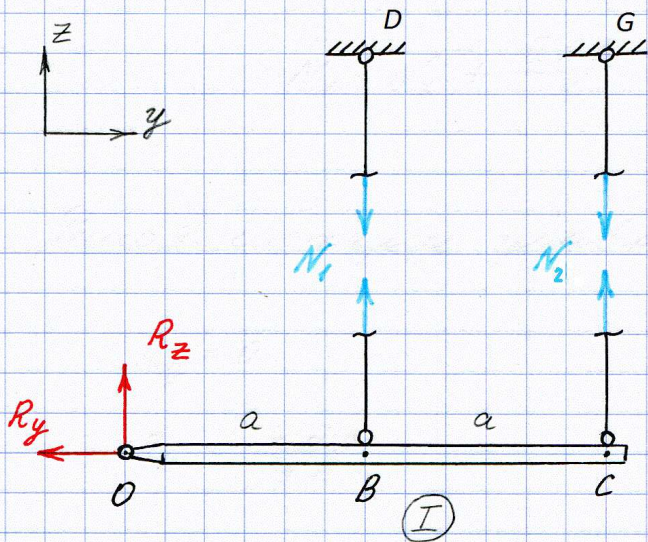
$A = 100 \text{ мм}^2$

Найти: $[Δ] = ?$

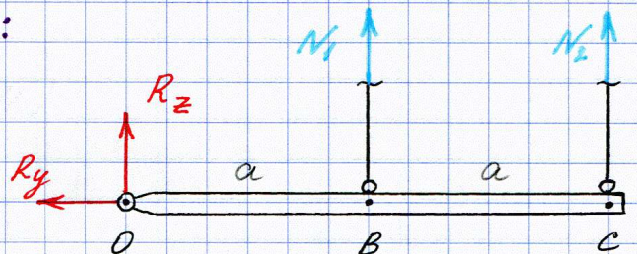
Усилия сварки?

Решение

Предполагаем, что зазор стянута. Во всех стержнях возникли осевые силы, а в т. О - реакции опоры:



Ⓢ:



$$\sum F_y = 0 = -R_y \Rightarrow R_y = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_z = 0 = R_z + N_1 + N_2 \quad (2)$$

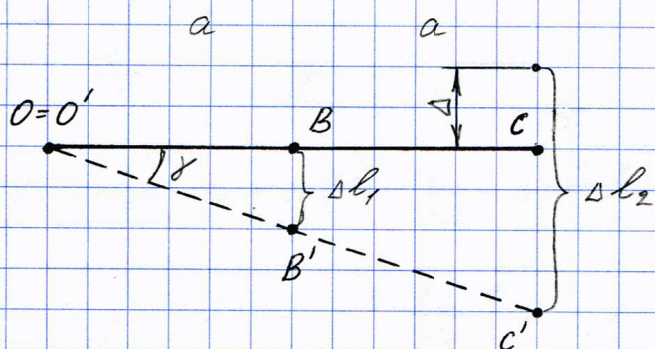
$$\sum M_o = 0 = N_1 \cdot a + N_2 \cdot 2a$$

$$N_1 + 2 \cdot N_2 = 0 \quad (3)$$

Уравнений 3, неизвестных 4. Степень статической неопределенности:

$$n = 4 - 3 = 1$$

Уравнение совместности деформаций:



$$\begin{aligned} \Delta l_1 = BB' &= \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 \Delta t_1 l_1 = \\ &= \frac{N_1 l}{EA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta l_2 = \Delta + CC' &= \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2} + \alpha_2 \Delta t_2 l_2 = \\ &= \frac{N_2 l}{EA} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CC'}{2a} = \frac{BB'}{a}$$

$$\frac{\Delta l_2 - \Delta}{2a} = \frac{\Delta l_1}{a}$$

$$2 \cdot \Delta l_1 - \Delta l_2 + \Delta = 0$$

$$2 \frac{N_1 l}{EA} - \frac{N_2 l}{EA} + \Delta = 0$$

$$2 \cdot N_1 - N_2 + \frac{EA \Delta}{l} = 0 \quad (4)$$

Решая систему уравнений (1) ... (4), получим:

$$R_y = 0$$

$$R_z = \frac{EA \cdot \Delta}{5l}$$

$$N_1 = -\frac{2EA \cdot \Delta}{5l}$$

$$N_2 = \frac{EA \cdot \Delta}{5l}$$

Статическая проверка:

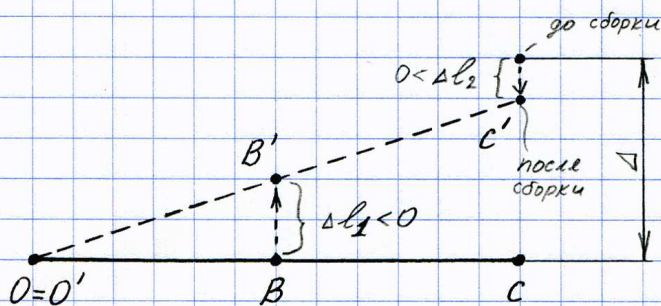
$$(1): R_y = 0 \quad \checkmark$$

$$(2): R_z + N_1 + N_2 = \frac{EA}{5l} \Delta - \frac{2EA}{5l} \Delta + \frac{EA}{5l} \Delta = 0 \quad \checkmark$$

$$(3): N_1 + 2 \cdot N_2 = -\frac{2EA}{5l} \Delta + 2 \cdot \frac{EA}{5l} \Delta = 0 \quad \checkmark$$

$$(4): 2 \cdot N_1 - N_2 + \frac{EA}{l} \Delta = -2 \frac{2EA}{5l} \Delta - \frac{EA}{5l} \Delta + \frac{EA}{l} \Delta = 0 \quad \checkmark$$

Деформационная проверка:



$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EA} = -\frac{2}{5} \Delta < 0 \text{ укорочение}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l}{EA} = \frac{1}{5} \Delta > 0 \text{ удлинение}$$

Напряжения в стержнях:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = -\frac{2E}{5l} \cdot \Delta$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{E}{5l} \cdot \Delta$$

$$|\sigma|_{\max} = \frac{2E}{5l} \cdot \Delta$$

Условие прочности при растяжении / сжатии:

$$|\sigma|_{\max} \leq [\sigma]$$

$$\frac{2E}{5l} \cdot \Delta \leq [\sigma]$$

$$\Delta \leq \frac{5}{2} \cdot \frac{l \cdot [\sigma]}{E}$$

Допустимое значение зазора:

$$[\Delta] = \frac{5 \cdot l \cdot [\delta]}{2 \cdot E} = \frac{5 \cdot 0,5 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 0,625 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,625 \text{ мм}$$

Усилие сжатия (усилие, которым стягивается зазор):

$$P = N_2 = \frac{EA}{5l} [\Delta] = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 0,625 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 0,5} = 5000 \text{ Н}$$