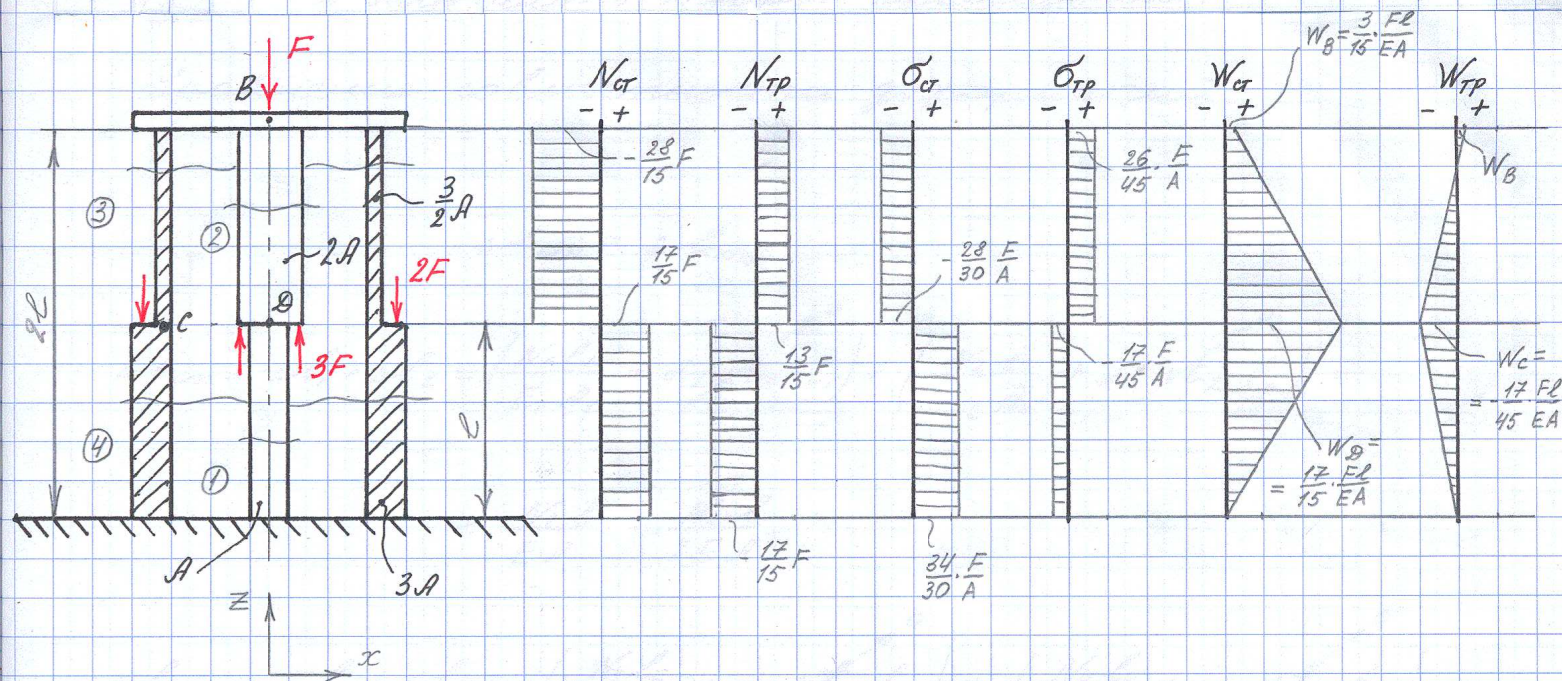


Дано: E, A, F, l

- Найти: 1) Напряжения в участках стержня и трубки;
 2) Перемещения точек B и C;
 3) Построить эпюры N .



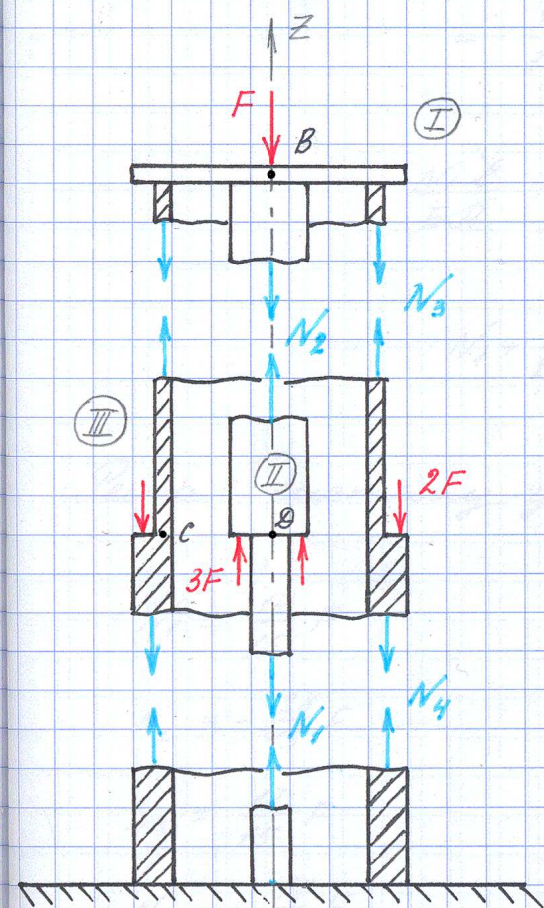
Решение

Уравнения статического равновесия:

Ⓘ: $\sum F_z = 0 = -F - N_2 - N_3$ (1)

Ⓡ: $\sum F_z = 0 = N_2 + 3F - N_1$ (2) →

Ⓢ: $\sum F_z = 0 = N_3 - 2F - N_4$ (3)



Уравнений - три, неизвестных (N_i) - четыре. Степень статической неопределенности:

$$n = 4 - 3 = 1$$

Уравнение совместности деформаций:

$$\Delta l_{cm} = \Delta l_{mp}$$

$$\Delta l_{cm} = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \left(\frac{N_1 l_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 \Delta t_1 \cdot l_1 \right) + \left(\frac{N_2 l_2}{E_2 A_2} + \alpha_2 \Delta t_2 \cdot l_2 \right) =$$
$$= \frac{N_1 l}{EA} + \frac{N_2 l}{2EA}$$

$$\Delta l_{mp} = \Delta l_3 + \Delta l_4 = \left(\frac{N_3 l_3}{E_3 A_3} + \alpha_3 \Delta t_3 \cdot l_3 \right) + \left(\frac{N_4 l_4}{E_4 A_4} + \alpha_4 \Delta t_4 \cdot l_4 \right) =$$
$$= \frac{2 N_3 l}{3EA} + \frac{N_4 l}{3EA}$$

$$\frac{N_1 l}{EA} + \frac{N_2 l}{2EA} = \frac{2 N_3 l}{3EA} + \frac{N_4 l}{3EA}$$

$$N_1 + \frac{1}{2} N_2 - \frac{2}{3} N_3 - \frac{1}{3} N_4 = 0 \quad (4)$$

Решая систему уравнений (1) - (4), получим:

$$N_1 = \frac{17}{15} F$$

$$N_2 = -\frac{28}{15} F$$

$$N_3 = \frac{13}{15} F$$

$$N_4 = -\frac{17}{15} F$$

Статическая проверка:

$$(1): -F - N_2 - N_3 = -F + \frac{28F}{15} - \frac{13F}{15} = 0$$

$$(2): N_2 + 3F - N_1 = -\frac{28F}{15} + 3F - \frac{17F}{15} = \frac{-28 + 45 - 17}{15} F = 0$$

$$(3): N_3 - 2F - N_4 = \frac{13F}{15} - 2F + \frac{17F}{15} = \frac{13 - 30 + 17}{15} F = 0$$

$$(4): N_1 + \frac{1}{2} N_2 - \frac{2}{3} N_3 - \frac{1}{3} N_4 = \frac{3 \cdot 17}{3 \cdot 15} F - \frac{1}{2} \cdot \frac{28F}{15} - \frac{2}{3} \cdot \frac{13F}{15} + \frac{1}{3} \cdot \frac{17F}{15} = \frac{F(51 - 42 - 26 + 17)}{15} = 0$$

Деформационная проверка:

$$\Delta l_{cm} = \frac{N_1 l}{EA} + \frac{N_2 l}{2EA} = \frac{l}{EA} \left(\frac{17F}{15} - \frac{1}{2} \cdot \frac{28F}{15} \right) = \frac{FL}{5EA}$$

$$\begin{aligned} \Delta l_{mp} &= \frac{2}{3} \frac{N_3 l}{EA} + \frac{N_4 l}{3EA} = \frac{l}{EA} \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{13F}{15} - \frac{1}{3} \cdot \frac{17F}{15} \right) = \frac{26 - 17}{45} \cdot \frac{FL}{EA} \\ &= \frac{9}{45} \frac{FL}{EA} = \frac{1}{5} \frac{FL}{EA} \end{aligned}$$

$$\Delta l_{cm} = \Delta l_{mp}$$

✓

Строим эпюры:

$$N_1 = \frac{17}{15} F \quad +$$

$$N_2 = -\frac{28}{15} F$$

$$N_3 = \frac{13}{15} F$$

$$N_4 = -\frac{17}{15} F$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{17}{15} \frac{F}{A} = \frac{34}{30} \frac{F}{A}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{28}{15} \frac{F}{2A} = -\frac{28}{30} \frac{F}{A}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{13}{15} \frac{2F}{3A} = \frac{26}{45} \frac{F}{A}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_4} = -\frac{17}{15} \frac{F}{3A} = -\frac{17}{45} \frac{F}{A}$$

Эпюры перемещений будут линейными (т.к. нет распределённой нагрузки). Достаточно вычислить перемещения узлов и соединить их прямыми линиями:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1} + \alpha_1 \Delta t_1 l_1 = \frac{17}{15} \frac{Fl_1}{EA}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2} + \alpha_2 \Delta t_2 l_2 = -\frac{14}{15} \frac{Fl_2}{EA}$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{E_3 A_3} + \alpha_3 \Delta t_3 l_3 = \frac{26}{45} \frac{Fl_3}{EA}$$

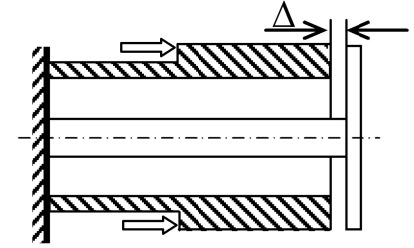
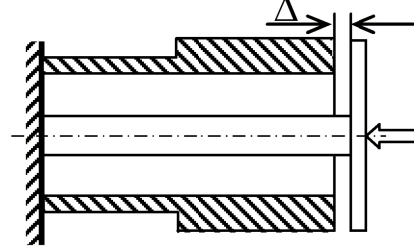
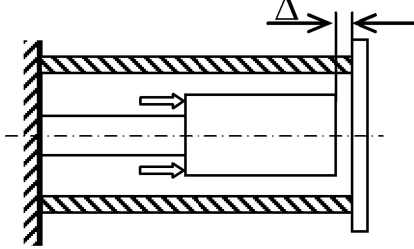
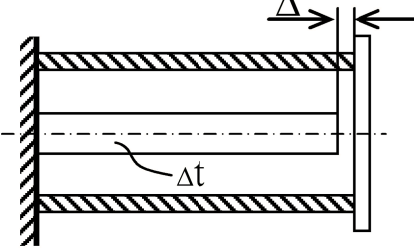
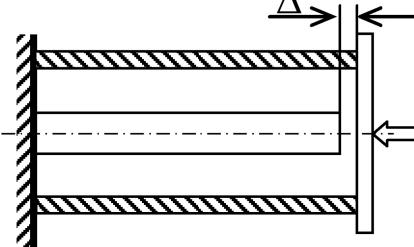
$$\Delta l_4 = \frac{N_4 l_4}{E_4 A_4} + \alpha_4 \Delta t_4 l_4 = -\frac{17}{45} \frac{Fl_4}{EA}$$

$$W_C = \Delta l_4 = -\frac{17}{45} \frac{Fl_4}{EA}$$

$$W_D = \Delta l_1 = \frac{17}{15} \frac{Fl_1}{EA}$$

$$W_B = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{3}{15} \frac{Fl_1}{EA}$$

Если в системе «Стержень-трубка» существует зазор Δ , уравнение совместности деформаций при решении задачи следует записывать следующим образом:

Вид задачи:	Уравнение совместности деформаций:
	$\Delta l_{mp} = \Delta + \Delta l_{cm}$
	$-\Delta l_{cm} = \Delta + (-\Delta l_{mp})$
	$\Delta l_{cm} = \Delta + \Delta l_{mp}$
	
	$-\Delta l_{mp} = \Delta + (-\Delta l_{cm})$