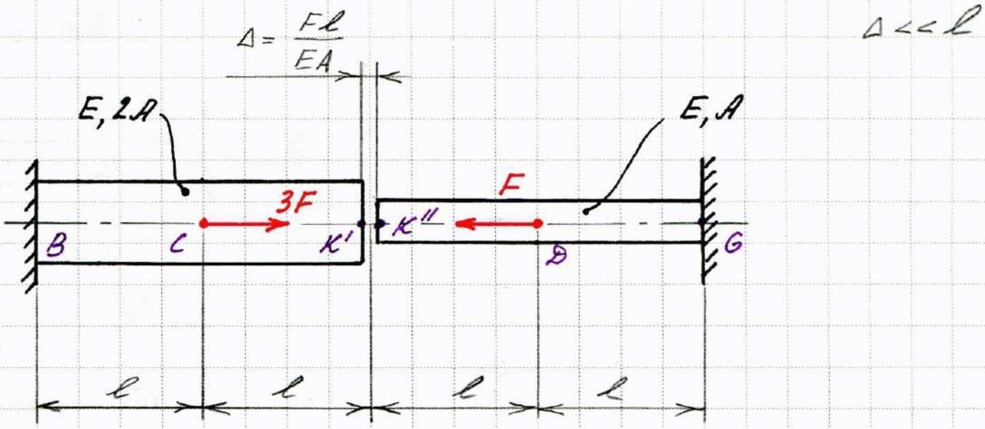
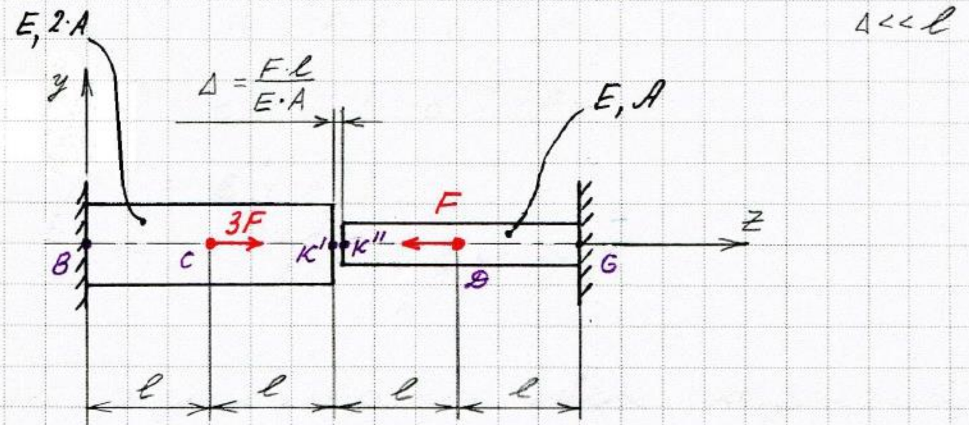


Дано: F, l, E, A, конструкция не нагрета.

Найти: N_i, σ_i, ε_i, W_i



Если перекрытие зазора не гарантировано или расположен он между двумя стержнями системы (как в этой задаче) или требуется точно знать параметр нагрузки $F^{c.o.}$, при котором зазор перекроется, задачу решают иначе:

а) Сначала рассчитывают статически определимую систему и определяют нагрузку $\hat{F}$, при которой зазор перекроется:

$$N^{c.o.} = N^{c.o.}(\hat{F}) \quad = N^{c.o.}(F)$$

$$\sigma^{c.o.} = \sigma^{c.o.}(\hat{F}) \quad = \sigma^{c.o.}(F)$$

$$\varepsilon^{c.o.} = \varepsilon^{c.o.}(\hat{F}) \quad = \varepsilon^{c.o.}(F)$$

$$W^{c.o.} = W^{c.o.}(\hat{F}) \quad = W^{c.o.}(F)$$

$$\underline{W^{c.o.}_{K'} - W^{c.o.}_{K''} = \Delta} \Rightarrow \hat{F} = \ldots$$

б) Потом рассчитывают статически неопределимую систему, на которую действует нагрузка $\tilde{F} = F - \hat{F}$:

$$N^{c.н} = N^{c.н}(\tilde{F}) = N^{c.н}(F)$$

$$\sigma^{c.н} = \sigma^{c.н}(\tilde{F}) = \sigma^{c.н}(F)$$

$$\varepsilon^{c.н.} = \varepsilon^{c.н.}(\tilde{F}) = \varepsilon^{c.н.}(F)$$

$$W^{c.н.} = W^{c.н}(\tilde{F}) = W^{c.н.}(F)$$

в) Потом результаты двух предыдущих стадий складывают:

$$N^{\Sigma} = N^{c.o.} + N^{c.н.}$$

$$\sigma^{\Sigma} = \sigma^{c.o.} + \sigma^{c.н.}$$

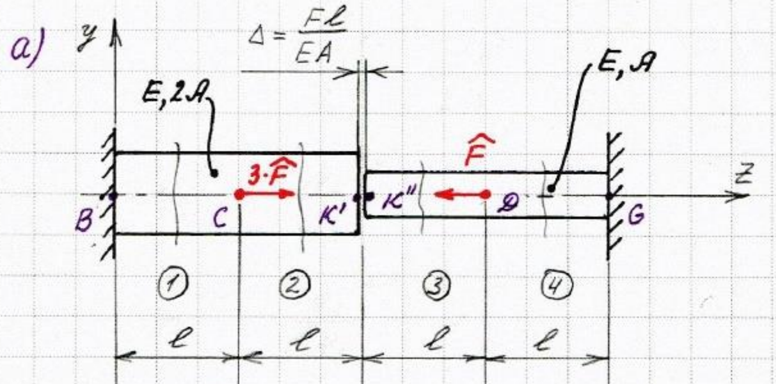
$$\varepsilon^{\Sigma} = \varepsilon^{c.o.} + \varepsilon^{c.н.}$$

$$W^{\Sigma} = W^{c.o.} + W^{c.н.}$$

Этот способ решения весьма громоздок, зато универсален.

Особенно громоздким решение становится при сочетании внешних сил с нагревом. В нашем случае конструкция не нагрета:

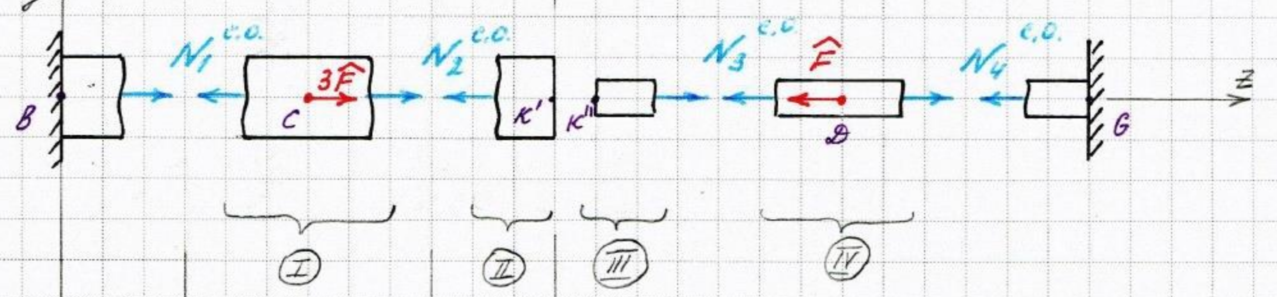
$$\Delta l_i = \frac{N_i l_i}{E_i A_i}$$

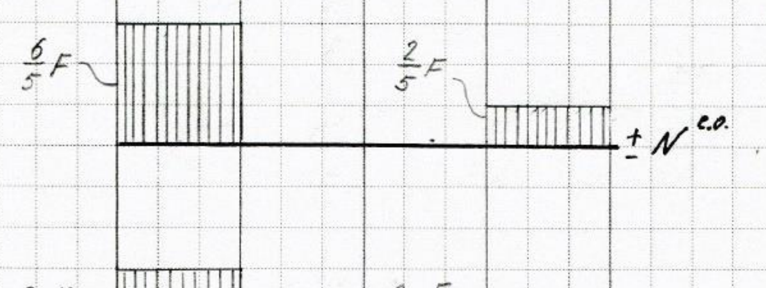


$\hat F$ – нагрузка, при которой зазор перекроется:

$K' \to K''$

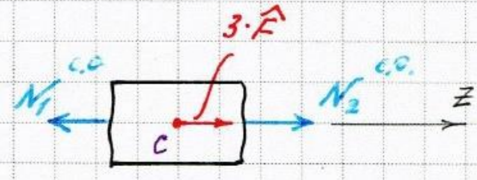
Система статически определима. $n=0$





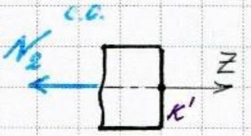
Уравнения статического равновесия:

(I):



$$\sum F_z = 0 = -N_1^{c.o.} + 3\cdot\hat F + N_2^{c.o.} \qquad (1)$$

(II):

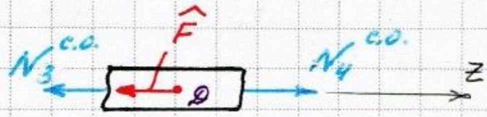


$$\sum F_z = 0 = -N_2^{c.o.} \qquad (2)$$

(III):

$$\sum F_z = 0 = N_3^{c.o.} \qquad (3)$$

(IV):



$$\sum F_z = 0 = -N_3^{c.o.} - \hat F + N_4^{c.o.} \qquad (4)$$

статическая проверка!

Решая совместно уравнения (1)...(4), получим:

$$\left.\begin{aligned} N_1^{c.o.} &= 3\cdot\hat F = \frac{6}{5}F \\ N_2^{c.o.} &= N_3^{c.o.} = 0 = 0 \\ N_4^{c.o.} &= \hat F = \frac{2}{5}F \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_1^{c.o.} &= \frac{N_1^{c.o.}}{A_1} = \frac{3\hat{F}}{2A} = \frac{3}{5}\frac{F}{A}\\
\sigma_2^{c.o.} &= \frac{N_2^{c.o.}}{A_2} = 0 = 0\\
\sigma_3^{c.o.} &= \frac{N_3^{c.o.}}{A_3} = 0 = 0\\
\sigma_4^{c.o.} &= \frac{N_4^{c.o.}}{A_4} = \frac{\hat{F}}{A} = \frac{2}{5}\cdot\frac{F}{A}
\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_1^{c.o.} &= \frac{\sigma_1^{c.o.}}{E_1} = \frac{3\cdot\hat{F}}{2EA} = \frac{3}{5}\cdot\frac{F}{EA}\\
\varepsilon_2^{c.o.} &= \frac{\sigma_2^{c.o.}}{E_2} = 0 = 0\\
\varepsilon_3^{c.o.} &= \frac{\sigma_3^{c.o.}}{E_3} = 0 = 0\\
\varepsilon_4^{c.o.} &= \frac{\sigma_4^{c.o.}}{E_4} = \frac{\hat{F}}{EA} = \frac{2}{5}\cdot\frac{F}{EA}
\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

$$\left.\begin{aligned}
\Delta l_1^{c.o.} &= \frac{N_1^{c.o.}\, l_1}{E_1\cdot A_1} = \frac{3\cdot\hat{F}\cdot l}{2EA} = \frac{3}{5}\cdot\frac{Fl}{EA}\\
\Delta l_2^{c.o.} &= \frac{N_2^{c.o.}\, l_2}{E_2\, A_2} = 0 = 0\\
\Delta l_3^{c.o.} &= \frac{N_3^{c.o.}\, l_3}{E_3\cdot A_3} = 0 = 0\\
\Delta l_4^{c.o.} &= \frac{N_4^{c.o.}\, l_4}{E_4\, A_4} = \frac{\hat{F}\cdot l}{EA} = \frac{2}{5}\frac{Fl}{EA}
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned}
W_B^{c.o.} &= W_G = 0 = 0\\
W_C^{c.o.} &= \Delta l_1^{c.o.} = \frac{3\hat{F}l}{2EA} = \frac{3}{5}\frac{Fl}{EA}\\
W_{K'}^{c.o.} &= \Delta l_1 + \cancelto{0}{\Delta l_2} = \frac{3\hat{F}l}{2EA} = \frac{3}{5}\frac{Fl}{EA}\\
W_{K''}^{c.o.} &= -(\cancelto{0}{\Delta l_3} + \Delta l_4) = -\frac{\hat{F}l}{EA} = -\frac{2Fl}{5EA}\\
W_D^{c.o.} &= -\Delta l_4^{c.o.} = -\frac{\hat{F}l}{EA} = -\frac{2}{5}\frac{Fl}{EA}
\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

$W_{K'}^{c.o.} - W_{K''}^{c.o.} = \Delta$ - условие перекрытия зазора

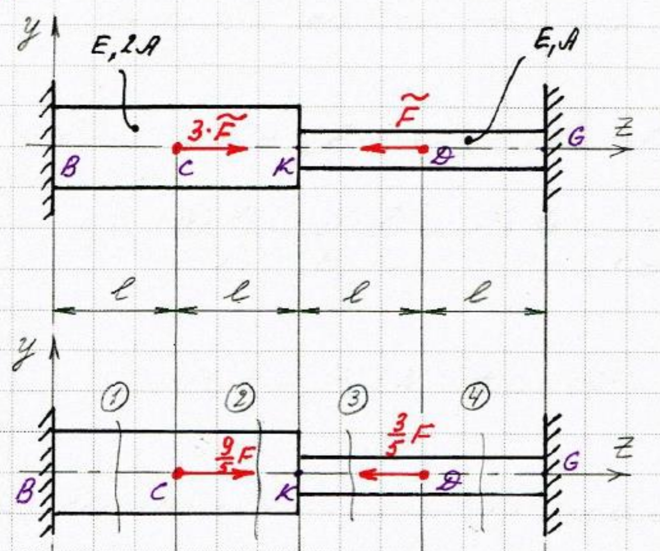
$\Downarrow$

$$\frac{3\hat{F}l}{2EA} + \frac{\hat{F}l}{EA} = \frac{Fl}{EA}$$

$\Downarrow$

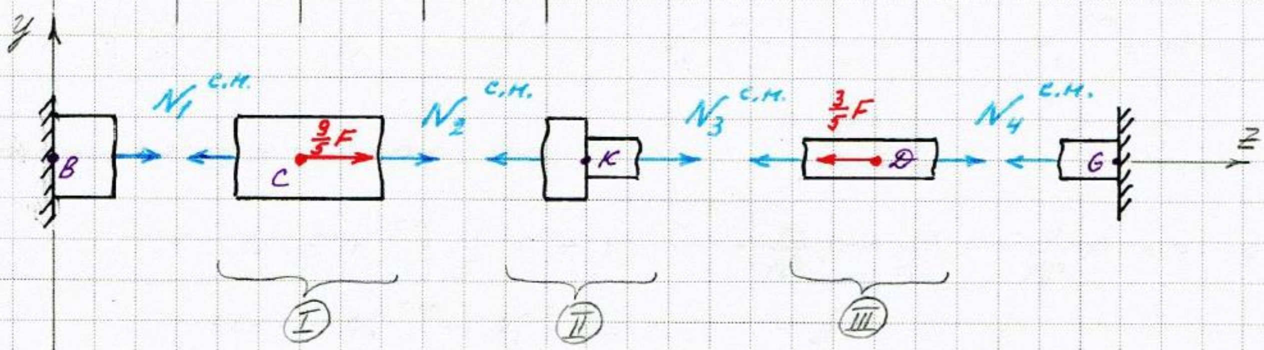
$$\hat{F} = \frac{2}{5}F$$

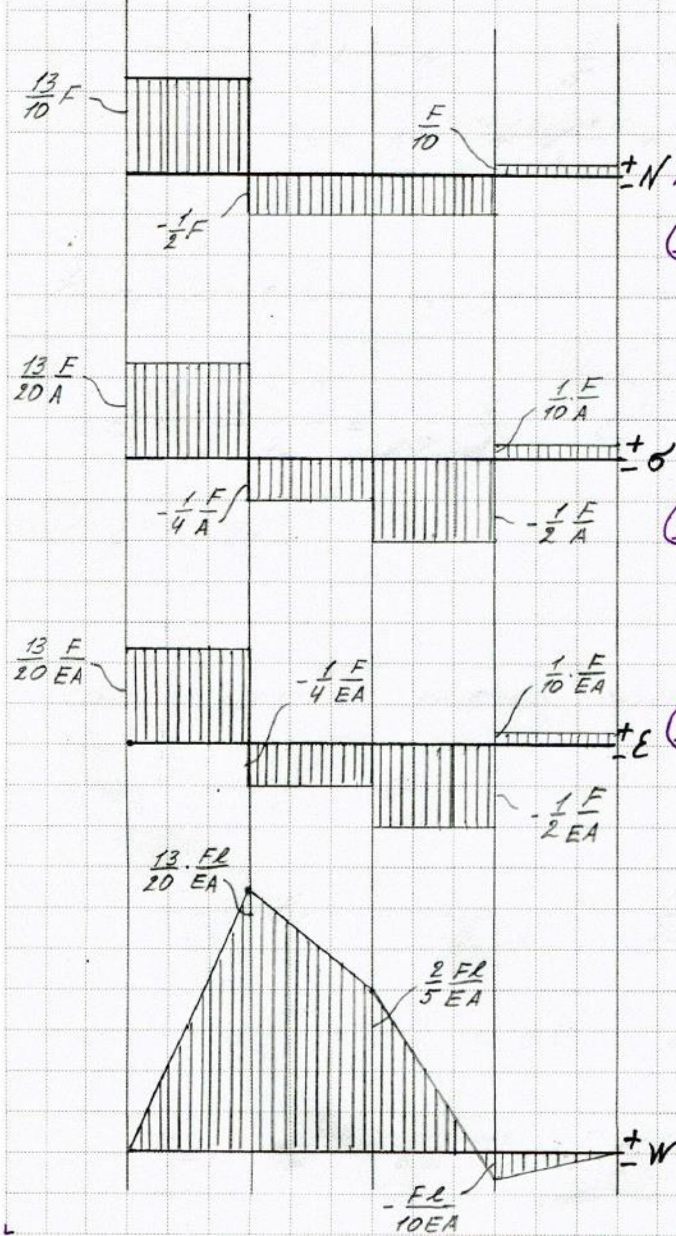
Подставляем это значение (нагрузки) в уравнения (5)...(9) и строим эпюры б)



Зазор сомкнулся. Нагрузка продолжает возрастать ещё на величину $\tilde F$, догружая уже статически неопределимую систему.

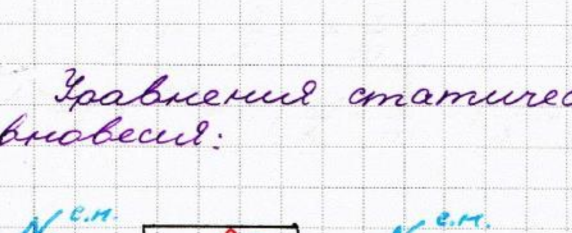
$$\tilde F = F - \hat F = F - \frac{2}{5}F = \frac{3}{5}F$$





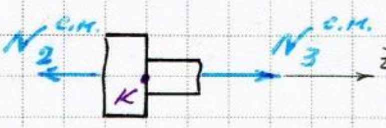
Уравнения статического равновесия:

I:



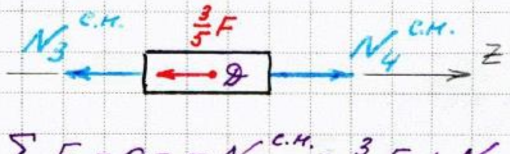
$$\sum F_z = 0 = -N_1^{с.н.} + \frac{9}{5}F + N_2^{с.н.} \qquad (1)$$

II:



$$\sum F_z = 0 = -N_2^{с.н.} + N_3^{с.н.} \qquad (2)$$

III:



$$\sum F_z = 0 = -N_3^{с.н.} - \frac{3}{5}F + N_4^{с.н.} \qquad (3)$$

Степень статической неопределимости:

$$n = 4 - 3 = 1$$

Уравнение совместности деформаций:

$$\Delta l_{ст.} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = 0$$

$$\frac{N_1^{сн} l_1}{E_1 A_1} + \frac{N_2^{сн} l_2}{E_2 A_2} + \frac{N_3^{сн} l_3}{E_3 A_3} + \frac{N_4^{сн} l_4}{E_4 A_4} = \frac{N_1^{сн} \cancel{l}}{2\cancel{EA}} + \frac{N_2^{сн} \cancel{l}}{2\cancel{EA}} + \frac{N_3^{сн} \cancel{l}}{\cancel{EA}} + \frac{N_4^{сн} \cancel{l}}{\cancel{EA}} = 0$$

$$N_1^{с.н.} + N_2^{с.н.} + 2N_3^{с.н.} + 2N_4^{с.н.} = 0 \qquad (4)$$

Из системы уравнений (1)...(4), находим:

$$N_1^{с.н} = \frac{13}{10}F \; ; \quad N_2^{с.н.} = -\frac{1}{2}F \; ; \quad N_3^{с.н.} = -\frac{1}{2}F \; ; \quad N_4^{с.н.} = \frac{1}{10}F \; ;$$

Статическая проверка:

$$(1): -N_1^{с.н.} + \frac{9}{5}F + N_2^{с.н.} = -\frac{13}{10}F + \frac{18}{10}F - \frac{5}{10}F = 0 \quad ✓$$

$$(2): -N_2^{с.н.} + N_3^{с.н.} = +\frac{1}{2}F - \frac{1}{2}F = 0 \quad ✓$$

$$(3): -N_3^{с.н.} - \frac{3}{5}F + N_4^{с.н.} = \frac{5\cdot 1}{5\cdot 2}F - \frac{2\cdot 3}{2\cdot 5}F + \frac{1}{10}F = 0 \quad ✓$$

$$(4): N_1^{с.н.} + N_2^{с.н.} + 2N_3^{с.н.} + 2N_4^{с.н.} = F\left(\frac{13}{10} - \frac{5}{10} + 2\cdot\frac{1}{2} + \frac{2}{10}\right) = 0 \quad ✓$$

Напряжения и деформации в участках:

$$\sigma_1^{с.н.} = \frac{N_1^{с.н.}}{A_1} = \frac{13}{20}\cdot\frac{F}{A} \; ; \quad \sigma_2^{с.н.} = -\frac{1}{4}\cdot\frac{F}{A} \; ; \quad \sigma_3^{с.н.} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{A} \; ; \quad \sigma_4^{с.н.} = \frac{1}{10}\frac{F}{A}$$

$$\varepsilon_1^{с.н.} = \frac{\sigma_1^{с.н}}{E_1} = \frac{13}{20}\cdot\frac{F}{EA} \; ; \quad \varepsilon_2^{с.н.} = -\frac{1}{4}\cdot\frac{F}{EA} \; ; \quad \varepsilon_3^{с.н.} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{EA} \; ; \quad \varepsilon_4^{с.н.} = \frac{1}{10}\cdot\frac{F}{EA}$$

Перемещения точек стержня:

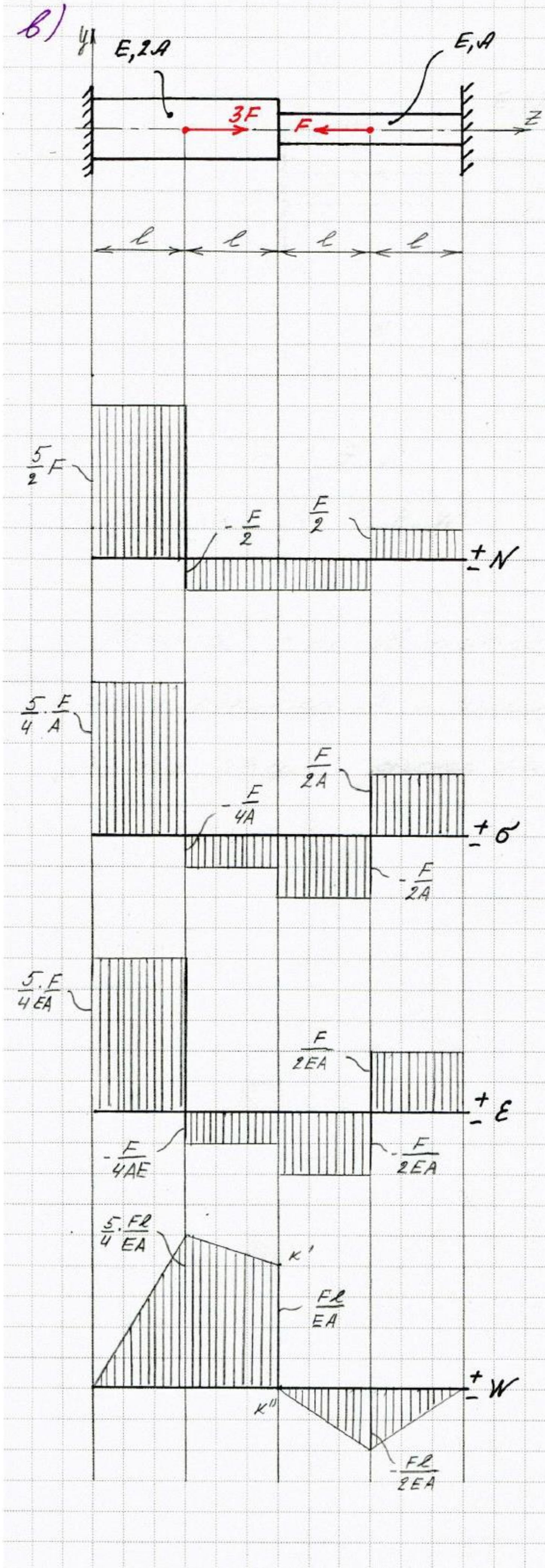
$$W_B^{с.н.} = W_G^{с.н.} = 0 \; ;$$

$$W_C^{с.н.} = \Delta l_1^{с.н.} = \frac{N_1^{с.н.}\cdot l_1}{E_1 A_1} = \frac{13}{20}\cdot\frac{Fl}{EA} \; ,$$

$$W_{K'}^{с.н.} = W_{K''}^{с.н.} = W_K^{с.н.} = \Delta l_1^{с.н.} + \Delta l_2^{с.н.} = \frac{13}{20}\cdot\frac{Fl}{EA} - \frac{1\cdot 5}{4\cdot 5}\frac{Fl}{EA} = \frac{8}{20}\frac{Fl}{EA} = \frac{2}{5}\cdot\frac{Fl}{EA} \; ;$$

$$W_D^{с.н} = \Delta l_1^{с.н.} + \Delta l_2^{с.н.} + \Delta l_3^{с.н.} = \frac{Fl}{EA}\cdot\left(\frac{13}{20} - \frac{1\cdot 5}{4\cdot 5} - \frac{1\cdot 10}{2\cdot 10}\right) = -\frac{2}{20}\cdot\frac{Fl}{EA} = -\frac{1}{10}\frac{Fl}{EA} \, .$$

в)



$$N_1 = N_1^{\text{с.о.}} + N_1^{\text{с.н.}} = \frac{6}{5}F + \frac{13}{10}F = \frac{5}{2}F$$

$$N_2 = N_2^{\text{с.о.}} + N_2^{\text{с.н.}} = 0 - \frac{1}{2}F = -\frac{1}{2}F$$

$$N_3 = N_3^{\text{с.о.}} + N_3^{\text{с.н.}} = 0 - \frac{1}{2}F = -\frac{1}{2}F$$

$$N_4 = N_4^{\text{с.о.}} + N_4^{\text{с.н.}} = \frac{2}{5}F + \frac{1}{10}F = \frac{1}{2}F$$

$$\sigma_1 = \sigma_1^{\text{с.о.}} + \sigma_1^{\text{с.н.}} = \frac{F}{A}\left(\frac{3}{5} + \frac{13}{20}\right) = \frac{5}{4}\cdot\frac{F}{A}$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^{\text{с.о.}} + \sigma_2^{\text{с.н.}} = \frac{F}{A}\cdot\left(0 - \frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}\cdot\frac{F}{A}$$

$$\sigma_3 = \sigma_3^{\text{с.о.}} + \sigma_3^{\text{с.н.}} = \frac{F}{A}\cdot\left(0 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{A}$$

$$\sigma_4 = \sigma_4^{\text{с.о.}} + \sigma_4^{\text{с.н.}} = \frac{F}{A}\cdot\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{F}{A}$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{\text{с.о.}} + \varepsilon_1^{\text{с.н.}} = \frac{F}{EA}\cdot\left(\frac{3}{5} + \frac{13}{20}\right) = \frac{5}{4}\cdot\frac{F}{EA}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2^{\text{с.о.}} + \varepsilon_2^{\text{с.н.}} = \frac{F}{EA}\cdot\left(0 - \frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}\cdot\frac{F}{EA}$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_3^{\text{с.о.}} + \varepsilon_3^{\text{с.н.}} = \frac{F}{EA}\cdot\left(0 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}\cdot\frac{F}{EA}$$

$$\varepsilon_4 = \varepsilon_4^{\text{с.о.}} + \varepsilon_4^{\text{с.н.}} = \frac{F}{EA}\cdot\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{F}{EA}$$

$W_B = W_Б = 0$ - заделка.

$$W_C = W_C^{\text{с.о.}} + W_C^{\text{с.н.}} = \frac{F\ell}{EA}\cdot\left(\frac{3}{5} + \frac{13}{20}\right) = \frac{5}{4}\cdot\frac{F\ell}{EA}$$

$$W_{K'} = W_{K'}^{\text{с.о.}} + W_{K'}^{\text{с.н.}} = \frac{F\ell}{EA}\cdot\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right) = \frac{F\ell}{EA}$$

$$W_{K''} = W_{K''}^{\text{с.о.}} + W_{K''}^{\text{с.н.}} = \frac{F\ell}{EA}\cdot\left(-\frac{2}{5} + \frac{2}{5}\right) = 0$$

$$W_Д = W_Д^{\text{с.о.}} + W_Д^{\text{с.н.}} = \frac{F\ell}{EA}\cdot\left(-\frac{2}{5} - \frac{1}{10}\right) = -\frac{1}{2}\,\frac{F\ell}{EA}$$