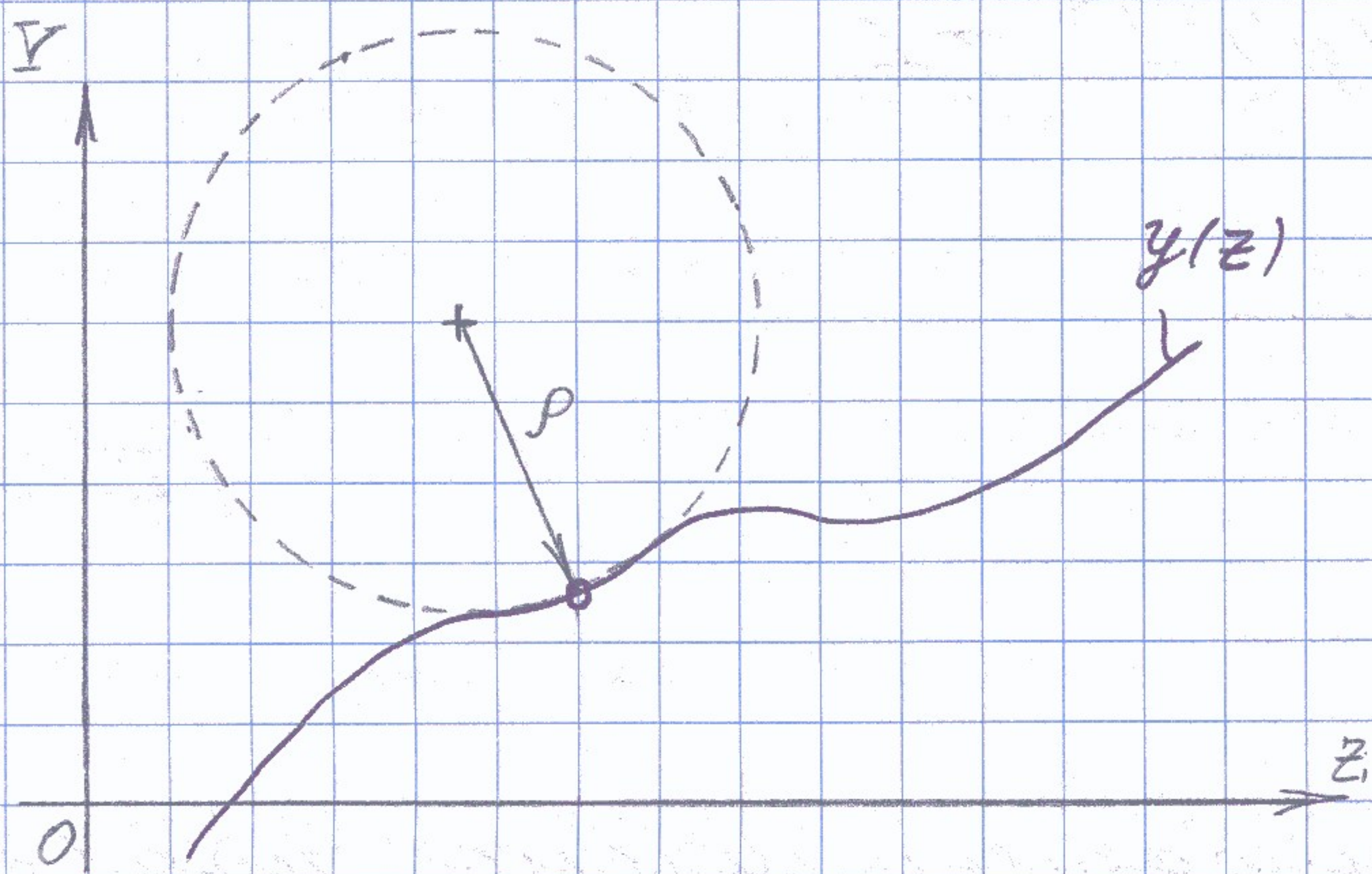


Дифференциальное уравнение оси
изогнутого стержня

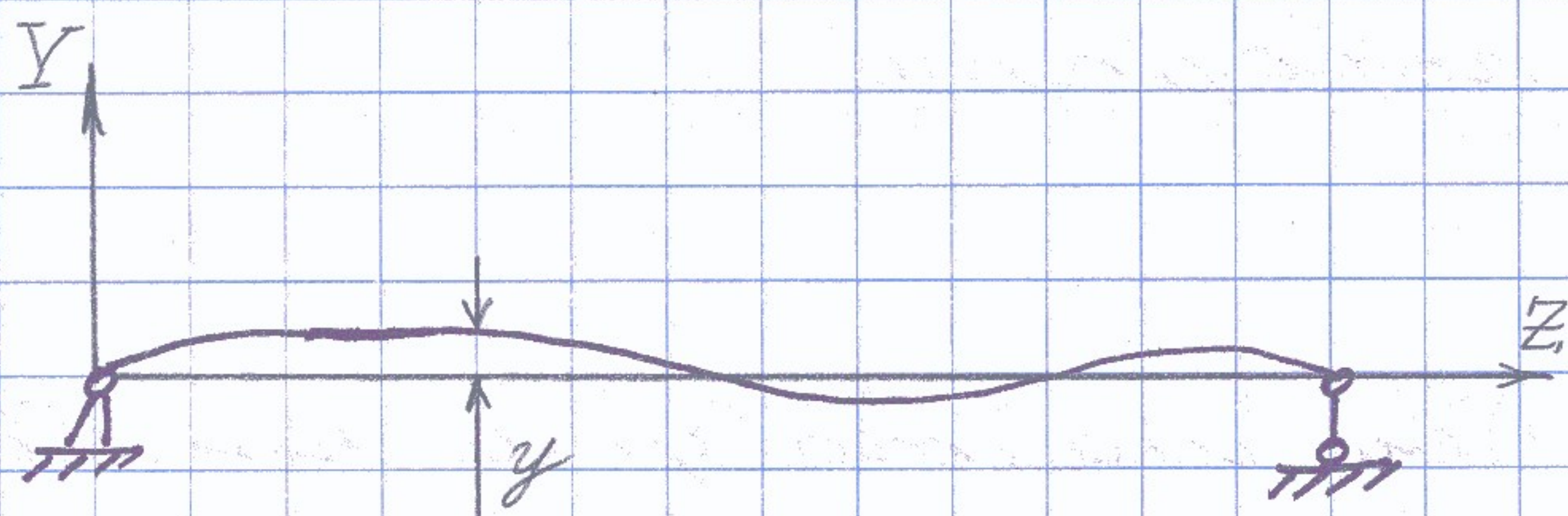
Из математики известна формула для вычисления кривизны κ произвольной функции $y(z)$:



$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{y''}{[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{V.11})$$

Рис. V.10

Упругая ось изогнутого стержня так же представляет собой функцию $y(z)$, кривизна которой, как уже было установлено ранее (V.4) определяется внутренними изгибающими моментами M_x :



$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E \cdot J_x}$$

Таким образом, дифференциальное уравнение упругой оси стержня в общем случае запишется:

$$\frac{y''}{[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}} = \frac{M_x}{E \cdot J_x}$$

(V.12)

В линейных задачах, которыми занимается курс «Сопротивление материалов», проигнорировано по определению невелики и тангенс угла наклона оси y' -направления больше нуля.

$$y' \approx 0; (y')^2 \rightarrow 0; [1 + (y')^2]^{\frac{3}{2}} \rightarrow 1$$

$$y'' = \frac{M_x}{E \cdot J_x}$$

(V.13)

✓ (V.13) - приближенное дифференциальное уравнение упругой оси стержня.

Если по длине стержня известны $M_x(z)$, $E(z)$ и $J_x(z)$, то интегрируя дважды уравнение (V.13) можно получить, как функцию прогибов

$$y(z)$$

так и функцию углов поворота

$$y'(z)$$

(предполагается что тангенс малого угла приближенно равен самому углу).

Такой метод прогибов и углов поворота гоик упругой оси стержня называется **методом**

Кашин-Криволава.

Метод Коши-Крилова имеет несколько вариантов реализации. Для примера разберём простейший из них, применимый только к прямым стержням постоянного поперечного сечения. Правила расчёта:

- 1) Распределённая нагрузка продолжается до конца стержня. Там, где её не было вводится компенсирующая распределённая нагрузка;
- 2) Уравнение момента Mx составляется в глобальной системе координат $OXYZ$ для текущего сечения последнего от начала координат участка балки;
- 3) Сосредоточенный внешний момент заносятся на скобку в нулевой степени, внутри которой стоит разность глобальной координаты Z и координаты точки приложения момента;
- 4) Интегрировать не раскрывая скобок;
- 5) При определении прогиба сечения используются только те слагаемые, внутри скобок которых образуется положительное число.

В результате интегрирования dy мы получаем две произвольные постоянные C и D - угол поворота и прогиб в начале координат. Эти постоянные определяются из граничных условий (17) на опорах.